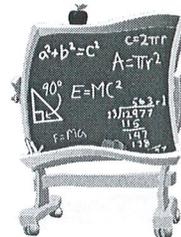


Nom : Catherine Huppé

Groupe : _____



COURS 1

1.1 Traduction algébrique d'un système d'équations du premier degré à deux variables.

Comme pour les inéquations, on peut traduire une situation par des contraintes. Ces contraintes sont des contraintes d'égalité (équations) et non d'inégalités. Deux contraintes d'égalité formulées avec deux variables constituent un système d'équations à deux variables. Pour traduire une situation à l'aide d'un système d'équations, on doit d'abord identifier les variables, puis traduire les équations.

Identifiez les variables et traduisez la situation par un système d'équations.

Exemple 1 : Au début de la semaine Guillaume a fait 30 min en skis de fond et 60 min de natation qui lui ont permis de dépenser 1275 kcal. À la fin de la semaine, il a fait 90 min de skis de fond et 30 min de natation qui lui ont permis de dépenser 1950 kcal.

x : dépense calorique par minute en ski de fond
y : dépense calorique par minute en natation

① $30x + 60y = 1275$

② $90x + 30y = 1950$

Rép Cours 5
(17,5, 12,5)

Exemple 2 : Thomas a le choix entre deux centres de reprographie pour faire imprimer des documents de travail. Le centre A demande 0,06 \$/page et 25 \$ pour l'assemblage. Le centre B demande 0,31 \$/page, assemblage inclus. Pour combien de pages la somme déboursée dans chaque centre est-elle la même ?

x: nombre de pages

y: somme déboursée (\$)

$$\textcircled{1} \quad y_1 = 0,06x + 25$$

$$\textcircled{2} \quad y_2 = 0,31x$$

RÉP Cours 5

(100, 31)

Exemple 3 : Le périmètre d'un terrain rectangulaire est de 248 m. La longueur du terrain est égale au triple de sa largeur. Quelles sont les dimensions de ce terrain ?

x: longueur du terrain (m)

y: largeur du terrain (m)

$$\textcircled{1} \quad 2x + 2y = 248$$

$$\textcircled{2} \quad x = 3y$$

RÉP Cours 5

(93, 31)

Exemple 4 : Au restaurant « Bon matin », 2 croissants et 3 cafés coûtent 6,15 \$, tandis que 5 croissants et 2 cafés coûtent 9,05 \$. Quel est le prix de chaque article ?

x: prix d'un croissant (\$)

y: prix d'un café (\$)

$$\textcircled{1} \quad 2x + 3y = 6,15$$

$$\textcircled{2} \quad 5x + 2y = 9,05$$

RÉP Cours 5

(1,35, 1,15)

Exemple 5 : Philippe hésite entre deux emplois dans la vente de véhicules neufs. Le concessionnaire A lui offre un salaire hebdomadaire de 200 \$ auquel s'ajoute une somme équivalant à 4 % du total de ses ventes de la semaine. Le concessionnaire B offre à Philippe un salaire correspondant à 5 % du total de ses ventes de la semaine. Quelle offre est la plus avantageuse pour Philippe ? Expliquez votre réponse.

x : montant total de ses ventes

y : salaire hebdomadaire

$$\textcircled{1} \quad y_A = 0,04x + 200$$

$$\textcircled{2} \quad y_B = 0,05x$$

Rép cours 5 : (2000, 1000)

- Pour des ventes inférieures à 2000\$, l'offre A est la plus avantageuse
- Pour 2000\$, l'offre A et B ont le même salaire de 1000\$.
- Pour plus de 2000\$ c'est l'offre B la plus avantageuse.

Exemple 6 : Pour la préparation de 930 ml de jus de fruits, on utilise 5 fois plus de jus d'orange que de jus d'ananas. Quelle quantité de jus d'ananas a-t-on utilisée dans la préparation de ce jus de fruit ?

x : quantité de jus d'orange (ml)

y : quantité de jus d'ananas (ml)

$$\textcircled{1} \quad x + y = 930$$

$$\textcircled{2} \quad x = 5y$$

Rép cours 5 :

(775, 155)

Exercices : Volume p. 181 # 1 et 2, p.188 # 2,4, p.197 # 2a,

Mini-test au prochain cours

COURS 2

Rappel :

#1 Dans chacune des équations suivantes, isole la variable y :

a) $2x - y = 4 - 2x$

$$\frac{-y}{-1} = \frac{-2x + 4}{-1}$$

$$y = 2x - 4$$

b) $-3x + 7y - 21 = 0 - 7y$

$$\frac{-3x - 21}{-7} = \frac{-7y}{-7}$$

$$\frac{3x}{7} + 3 = y \quad \text{ou} \quad y = \frac{3x}{7} + 3$$

c) $6x + 3y + 19 = 0 - 3y$

$$6x + 19 = -3y$$

ou $\frac{-3y}{-3} = \frac{6x + 19}{-3}$

$$y = -2x - \frac{19}{3}$$

#2 Dans chacune des équations suivantes, isole la variable x :

a) $x + 3y + 4 = 0 - 3y - 4$

$$x = -3y - 4$$

b) $-2x + 10y = -8 - 10y$

$$\frac{-2x}{-2} = \frac{-8 - 10y}{-2}$$

$$x = 4 + 5y$$

b) $-2x + 10y = -8$

$$c) \frac{3}{4}x + 7y = 10 - 7y$$

$$\frac{3}{4}x = 10 - 7y \cdot 4$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{40}{3} - \frac{28y}{3}$$

$$x = \frac{40}{3} - \frac{28}{3}y$$

$$\text{ou } x = \frac{40 - 28y}{3}$$

#3 Résous chacune des équations suivantes :

$$a) 2x + 3(4x - 5) = 8$$

$$2x + 12x - 15 = 8 + 15$$

$$\frac{14x}{14} = \frac{23}{14}$$

$$x = \frac{23}{14}$$

$$b) 2x + 3 = 6x - 2$$

$$3 = 4x - 2 + 2$$

$$\frac{5}{4} = \frac{4x}{4}$$

$$\frac{5}{4} = x$$

$$c) \frac{2y+6}{4} = (3y-2) \cdot 4$$

$$2y + 6 = 4(3y - 2)$$

$$2y + 6 = 12y - 8 + 8$$

$$2y + 14 = 12y - 2y$$

$$\frac{14}{10} = \frac{10y}{10}$$

$$\frac{14}{10} = y$$

$$\frac{7}{5} = y$$

Devoir : Document d'exercices à terminer

Mini-test #1 : Au prochain cours

Mini-test #1 : Traduction d'un système d'équations

2.1 Résolution d'un système d'équations

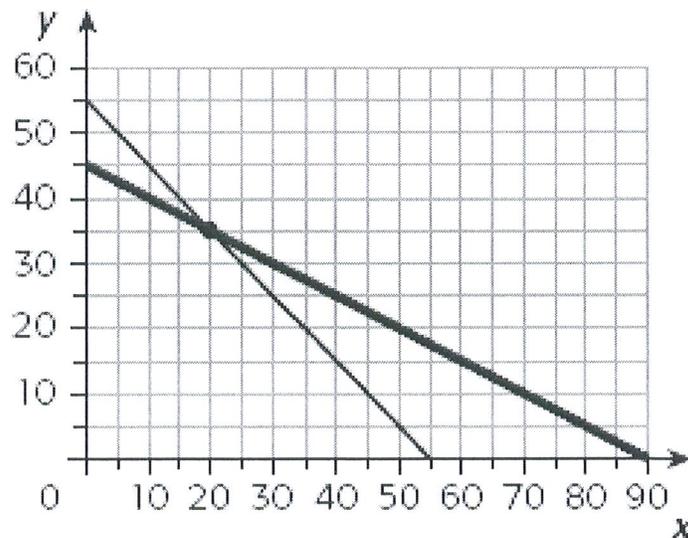
Résoudre un système d'équations consiste à déterminer les valeurs des deux variables qui vérifient simultanément les deux équations. Si la solution est unique, ces valeurs sont les coordonnées du point de rencontre des droites et sont exprimées sous la forme d'un couple-solution (x, y) .

Voici différentes façons de résoudre un système d'équations :

Méthode graphique : Dans un graphique, les coordonnées du point d'intersection des deux droites constituent la solution du système d'équations associé à ces deux droites. *La représentation graphique a ses limites, elle ne donne souvent qu'une approximation de la solution.*

Ex : $x + 2y = 90$

$x + y = 55$



Les coordonnées de point de rencontre sont $(20,35)$.

Table de valeurs :

Il est possible d'obtenir la solution d'un système d'équations en construisant une table de valeurs. On cherche alors une valeur de la variable indépendante pour laquelle les valeurs de la variable dépendante sont identiques. *La table de valeurs a aussi ses limites, elle demande souvent beaucoup de tâtonnement pour souvent peu de précision.*

Ex : Trouvez le point de rencontre des deux droites suivantes :

$$y_1 = 2x + 1 \quad \text{et} \quad y_2 = -4x + 7$$

x	-2	-1	0	1	2	3	4
y ₁	-3	-1	1	3	5	7	9
y ₂	15	11	7	3	-1	-5	-9

La solution est (1,3)

2.2 Méthodes algébriques :

Les méthodes précédentes sont très peu précises. Par contre, les méthodes algébriques sont très précises et elles ne laissent pas de places à l'interprétation. La première méthode algébrique, qui a été vue l'année dernière, est la *méthode de comparaison*. La seconde, qui est nouvelle cette année, est la *méthode de substitution*.

LA MÉTHODE DE COMPARAISON

La méthode de comparaison permet de résoudre algébriquement des systèmes d'équations se ramenant à la forme :

$$y_1 = ax + b$$

$$y_2 = ax + b$$

Pour résoudre le système $y_1 = -110x + 1900$ à l'aide de la méthode de comparaison, on peut :

$$y_2 = -150x + 2400$$

1. Former une équation avec les deux expressions algébriques contenant la variable qui est isolée. ($y_1 = y_2$)	$y_1 = y_2$ $-110x + 1900 = -150x + 2400$
2. Résoudre l'équation obtenue.	$-110x + 1900 = -150x + 2400 - 1900$ <p style="text-align: center;"><small>+150x -1900 +150x</small></p> $\frac{40x}{40} = \frac{500}{40}$ $x = 12,5$
3. Remplacer la valeur obtenue dans l'une des équations de départ afin de déterminer la valeur de l'autre variable.	$y = ? \text{ si } x = 12,5$ $y_1 = -110x + 1900$ $y_1 = -110 \cdot 12,5 + 1900$ $y_1 = 525$
4. Valider la solution en remplaçant la valeur obtenue à l'étape 2 dans l'autre équation de départ.	$y_2 = -150x + 2400$ $y_2 = -150 \cdot 12,5 + 2400$ $y_2 = 525$
5. Donner la solution ou la réponse à la question.	$(12,5, 525)$

Résoudre les exemples suivants à l'aide de la méthode de comparaison.

Exemple 1: $y_1 = 4x + 10$

$y_2 = 5x + 2$

1) Trouve x :

$$y_1 = y_2$$

$$4x + 10 = 5x + 2 - 2$$

$$8 = x$$

2) Trouve y :

$y = ?$ si $x = 8$

$y_1 = 4 \cdot 8 + 10$

$y_1 = 42$

Rép: (8, 42)

3) valide :

$y_2 = 5 \cdot 8 + 2$

$y_2 = 42$

Exemple 2: $3x + 4y + 5 = 0 \rightarrow$ isole y !

$y = 2x - 6$

1) $3x + 4y + 5 = 0$

$4y = -3x - 5$

$y_1 = -\frac{3}{4}x - \frac{5}{4}$

2) Trouve x

$$-\frac{3}{4}x - \frac{5}{4} = 2x - 6 \cdot 4$$

$$-3x - 5 = 8x - 24 + 24$$

$$\frac{19}{11} = \frac{11x}{11}$$

$x = 19/11$

3) trouve y :

$$y = 2 \cdot \frac{19}{11} - \frac{6}{1}$$

$$y = \frac{38}{11} - \frac{66}{11}$$

$$y = -\frac{28}{11}$$

Rép: $(\frac{19}{11}, -\frac{28}{11})$

Exemple 3: $x = y/2$

$x = 24 - y$

1) Trouve y :

$$y \cdot 2 = 24 - y \cdot 2$$

$$y = 48 - 2y + 2y$$

$$\frac{3y}{3} = \frac{48}{3} \quad y = 16$$

2) trouve x :

$$x = \frac{16}{2}$$

$x = 8$

Rép: (8, 16)

3) valide

$x = 24 - 16$

$x = 8$

Exercices : Volume p.192 # 1 et 2, p. 201 # 1, 2, 6, p. 204 # 1, 3a, b, c,

Mini-test au prochain cours

COURS 4

Mini-test #2 : Résolution avec la méthode de comparaison.

3.1 Le nombre de solutions d'un système d'équations.

Un système d'équations du premier degré à deux variables peut avoir une solution unique, une infinité de solutions ou aucune solution. La représentation graphique ou la comparaison des pentes et des ordonnées à l'origine permettent de déterminer le nombre de solutions.

	Droites sécantes	Droites parallèles distinctes	Droites confondues
Représentation graphique			
Système d'équations	$\begin{cases} y = 2x - 4 \\ y = -x + \frac{7}{2} \end{cases}$	$\begin{cases} y = x + 2 \\ y = x - 1 \end{cases}$	$\begin{cases} y = \frac{-x}{2} + 2 \\ 2y = x + 4 \end{cases}$
Comparaison des pentes et des ordonnées à l'origine	Pentes différentes $2 \neq -1$ La comparaison des ordonnées à l'origine n'a pas d'incidence.	Pentes égales $1 = 1$ Ordonnées à l'origine différentes $2 \neq -1$	Pentes égales $\frac{-1}{2} = \frac{-1}{2}$ Ordonnées à l'origine égales $2 = 2$
Nombre de solutions	Solution unique : Le point de rencontre des deux droites est $(\frac{3}{2}, 1)$	Aucune solution : Aucun point n'appartient à la fois aux deux droites.	Infinité de solutions : Tous les points de la première droite appartiennent aussi à la deuxième droite.

En résumé

<p>si $a_1 \neq a_2$ ce sont des droites sécantes donc 1 solution</p>	<p>si $a_1 = a_2$ et $b_1 \neq b_2$ ce sont des droites // distinctes donc aucune solution</p>	<p>si $a_1 = a_2$ et $b_1 = b_2$ ce sont des droites // confondues donc une infinité de solutions</p>
--	--	---

Exercice : Détermine le nombre de solution pour chacun des systèmes d'équations suivants ainsi que le type de droites. Justifie ta réponse.

a) $y_1 = 6x - 5$

$$4x - 2y + 27 = 0$$

$$\hookrightarrow \frac{2y}{2} = \frac{4x}{2} + \frac{27}{2}$$

$$y_2 = 2x + 13.5$$

$$a_1 = 6$$

$$a_2 = 2$$

Rép: Comme $a_1 \neq a_2$

ce sont deux droites sécantes
donc 1 solution.

b) $-4x + y - 8 = 0 \Rightarrow y_1 = 4x + 8$

$$4x - y + 2 = 0$$

$$\hookrightarrow y = 4x + 2$$

$$a_1 = 4$$

$$a_2 = 4$$

$$b_1 = 8$$

$$b_2 = 2$$

Rép: Comme $a_1 = a_2$ et

$b_1 \neq b_2$ ce sont 2
droites parallèles
distinctes donc aucune
solution

c) $y_1 = 6x + 10$

$$y = 2(3x + 5)$$

$$y_2 = 6x + 10$$

$$a_1 = 6$$

$$a_2 = 6$$

$$b_1 = 10$$

$$b_2 = 10$$

Rép: Comme $a_1 = a_2$ et

$b_1 = b_2$ ce sont 2
droites parallèles confondues
donc une infinité de
solutions.

LA MÉTHODE DE SUBSTITUTION

La méthode de substitution permet de résoudre algébriquement des systèmes d'équations se ramenant à la forme : $Ax + By = C$

$$y = ax + b$$

c'est-à-dire des systèmes d'équations où l'une des variables est isolée dans l'une des équations.

Pour résoudre le système ① $3x + 2y = 5$ à l'aide de la méthode de substitution, on peut : ② $y = -x - 4$	
1. Isoler, si nécessaire, une des variables dans une des équations.	Dans l'équation ② y est déjà isolé
2. Remplacer cette variable dans l'autre équation par l'expression qui lui est égale pour former une équation à une seule variable.	$3x + 2y = 5$ $3x + 2(-x - 4) = 5$
3. Résoudre l'équation obtenue.	$3x - 2x - 8 = 5 + 8$ $x = 13$
4. Remplacer la valeur obtenue dans une des équations de départ afin de déterminer la valeur de l'autre variable.	$y = ? \text{ si } x = 13$ $y_2 = -x - 4$ $y = -13 - 4$ $y = -17$
5. Valider la solution en remplaçant la valeur obtenue à l'étape 3 dans l'autre équation de départ.	$3x + 2y = 5$ $3 \cdot 13 + 2 \cdot (-17) = 5$ $5 = 5 \text{ vraie!}$
6. Donner la solution ou la réponse à la question.	
$\text{RÉP } (13, -17)$	

Résoudre les exemples suivants à l'aide de la méthode de substitution.

Exemple 1: ① $-2x - 2y + 30 = 0$

1) Trouve x: ② $y = x - 1$

$$-2x - 2(x - 1) + 30 = 0$$

$$-2x - 2x + 2 + 30 = 0$$

$$-4x + 32 = 0$$

$$\frac{4x}{4} = \frac{32}{4}$$

$$x = 8$$

Exemple 2: $2x - y = 8$

$$x = y + 7$$

1) trouve y:

$$2(y + 7) - y = 8$$

$$2y + 14 - y = 8$$

$$y = -6$$

2) trouve x:

$$x = y + 7$$

$$x = -6 + 7$$

$$x = 1$$

$$\text{R\acute{e}p: } (1, -6)$$

3) valide

$$2 \cdot 1 - (-6) \stackrel{?}{=} 8$$

$$8 = 8$$

Exemple 3: $21x - 3y = -3$

$$y = 7x + 5$$

1) trouve x:

$$21x - 3(7x + 5) = -3$$

$$21x - 21x - 15 \stackrel{+15}{=} -3 + 15$$

$$0x = 12$$

$$0 = 12 \text{ Faux}$$

Ce sont 2 droites // distinctes

donc aucune solution

+ Faire avec eux
p. 202 # 9f)

Exercices: Vol. p. 185 # 1,2, p. 188 # 3, p. 194 # 1,2, p. 202 # 9, p. 205 # 6.

Mini-test au prochain cours

COURS 5

Exercices : Document à terminer en devoir

Mini-test # 3 : Résolution par la méthode de substitution.

COURS 6

#1 C'est l'expérience qui compte.

Janika a 16 ans. Depuis un an, elle fait du bénévolat dans un centre pour personnes âgées. Elle rend divers services aux résidents. Par exemple, elle fait des marches avec certaines personnes ou elle lit le journal à d'autres qui n'ont plus la capacité de le faire. En retour, les personnes âgées du centre ont décidé de lui offrir un petit salaire horaire afin de lui témoigner leur reconnaissance.

Le directeur du centre a également remarqué le dévouement et l'assiduité de Janika, et lui a récemment offert un emploi rémunéré : animer des ateliers de loisirs la fin de semaine.

Il y a deux semaines, Janika a reçu 87,50 \$ pour 10 heures de services aux personnes âgées et 5 heures d'animation. La semaine dernière, elle a reçu 58,50 \$ pour 8 heures de services aux personnes âgées et 3 heures d'animation.

Cette semaine, Janika a rendu des services pendant 5 heures et a animé des ateliers pendant 5 heures.

Prouve à Janika que, même si elle a passé moins d'heures au centre cette semaine, elle recevra plus d'argent que la semaine dernière.

1) Id. Variables:

x : Salaire horaire de Janika pour services aux personnes âgées.

y : salaire horaire de Janika pour animer des ateliers

2) Traduire le système d'équations:

$$\textcircled{1} \quad 10x + 5y = 87,50 \quad \rightarrow \text{isole } y! \quad \frac{5y}{5} = \frac{-10x}{5} + \frac{87,50}{5}$$

$$\textcircled{2} \quad 8x + 3y = 58,50$$

$$y = -2x + 17,50$$

3) Résoudre par substitution:

1) Trouve x :

$$8x + 3(-2x + 17,50) = 58,50$$

$$8x - 6x + 52,50 = 58,50 - 52,50$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{6}{2}$$

$$x = 3$$

2) trouve y :

$$y = -2 \cdot 3 + 17,50$$

$$y = 11,50$$

3) valide

$$8 \cdot 3 + 3 \cdot 11,50 \stackrel{?}{=} 58,50$$

$$58,50 = 58,50$$

Donc 3 \$/h pour les services aux personnes âgées et 11,50 \$/h pour animer des ateliers.

4) Répondre à la question:

$$\begin{aligned} \text{Salaire de cette semaine} &= 5 \cdot 3 + 5 \cdot 11,50 \\ &= 72,50 \$ \end{aligned}$$

Donc elle aura 72,50 \$ cette semaine ce qui est supérieur à ce qu'elle a reçu la semaine dernière (58,50 \$).

#2 La facture

Lors des deux derniers tournois de soccer, l'entraîneur de l'équipe des Lions de Sherbrooke a décidé de récompenser ses joueurs après leurs victoires en finale contre l'équipe de Brossard. Il a payé le repas à tous ses joueurs et voici à quoi ressemblaient ses factures.

<u>28 mai</u>
18 boissons gazeuses
36 hot-dogs

Total : 90 \$

<u>12 juillet</u>
20 boissons gazeuses
46 hot-dogs

Total : 109 \$

Si jamais les joueurs ont un troisième tournoi et qu'ils gagnent encore, leur entraîneur leur a promis un autre repas à cette même cantine. Quel sera le montant total de cette nouvelle facture sachant qu'il devra acheter 24 boissons gazeuses et 54 hot-dogs ?

1) var : x : Prix d'une boisson gazeuse
 y : Prix d'un hot-dog

2) Equation :

$$\begin{aligned} 18x + 36y &= 90 && \rightarrow \text{isole } x : \frac{18x}{18} = \frac{-36y + 90}{18} \\ 20x + 46y &= 109 && \\ &&& x = -2y + 5 \end{aligned}$$

3) Résoudre :

$$\begin{aligned} 1) \quad 20(-2y + 5) + 46y &= 109 \\ -40y + 100 + 46y &= 109 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{6y}{6} &= \frac{9}{6} \\ y &= 1,50 \$ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad x &= -2 \cdot 1,50 + 5 \\ x &= 2 \$ \end{aligned}$$

$$4) \text{ Donc } 24 \cdot 2 + 54 \cdot 1,50 = 129 \$$$

Rép : Sa prochaine facture sera de 129 \$.

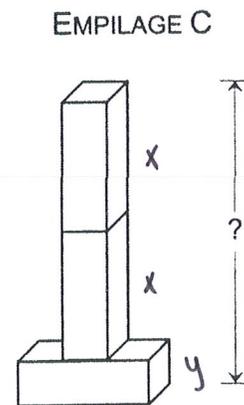
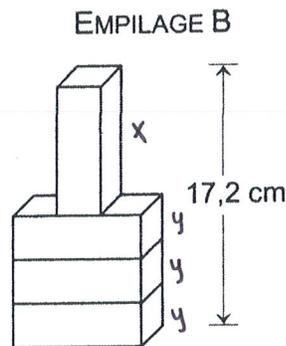
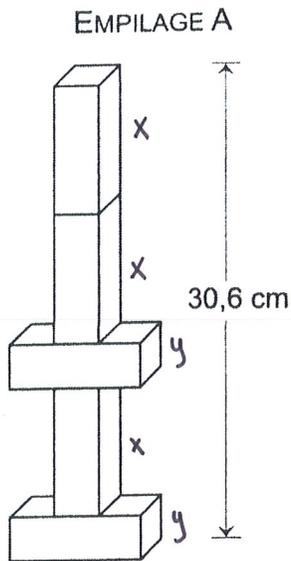
#3 Le jeu des blocs

Un jeu contient plusieurs blocs isométriques. Chaque bloc est un prisme droit à base carrée. On peut empiler plusieurs de ces blocs, et ce, qu'ils soient couchés ou debout.

Les illustrations suivantes montrent trois empilages de blocs. De plus, la hauteur de l'empilage A et celle de l'empilage B sont indiquées.

1) var : x : longueur d'un bloc
 y : largeur d'un bloc

2) Equation : $3x + 2y = 30,6$
 $x + 3y = 17,2$



Quelle est la hauteur de l'empilage C ?

3) Résoudre : $x = -3y + 17,2$

$$\begin{aligned} 1) \quad 3(-3y + 17,2) + 2y &= 30,6 \\ -9y + 51,6 + 2y &= 30,6 \\ -7y &= -21 \\ \underline{-7} \quad \underline{-7} & \end{aligned}$$

$$y = 3$$

$$\begin{aligned} 2) \quad x &= -3 \cdot 3 + 17,2 \\ x &= 8,2 \end{aligned}$$

4) Trouve la hauteur de l'empilage C :

$$2x + y = ?$$

$$2 \cdot 8,2 + 3 = 19,4$$

Donc l'empilage C a une hauteur de 19,4 cm.

Exercices : Volume p. 201 # 3, 4, 15, p. 205 # 9, 10, 11, p. 217 # 9

Mini-test au prochain cours

Cours 7 et 8

Mini-test # 4 : Traduction et résolution.

Document d'exercices préparatoires

Voici des exercices supplémentaires : p. 202 # 7 (méthode au choix), 11, 14 p. 205 # 5 et # 8 p. 208 # 19 (seulement la longueur et largeur du terrain)

COURS 9

EXAMEN CHAPITRE 4 : _____