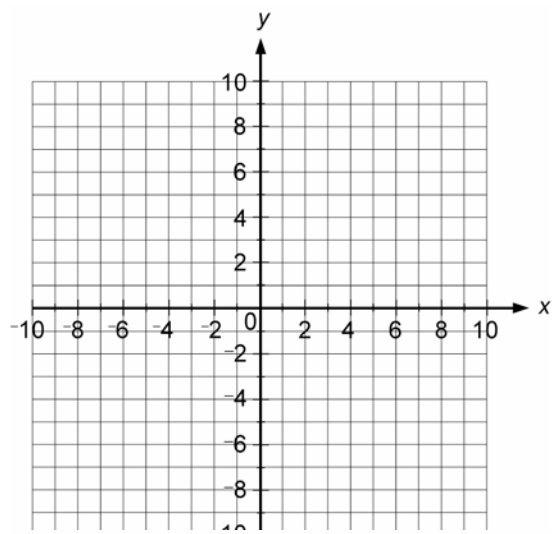
Nom : ___________________________ **Mathématiques SN-5**
Groupe : ____________

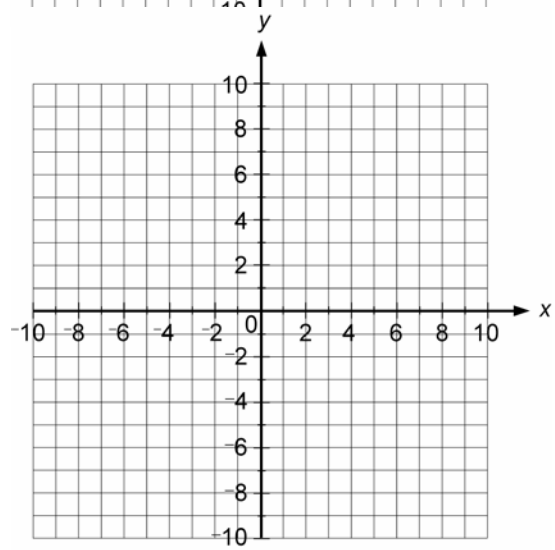
Exercices supplémentaires
Les coniques

1. Pour chacun des cercles définis par les équations ci-dessous, trouvez la longueur du rayon, le domaine et l'image, puis tracez le graphique.

a) $x^2 + y^2 = 25$



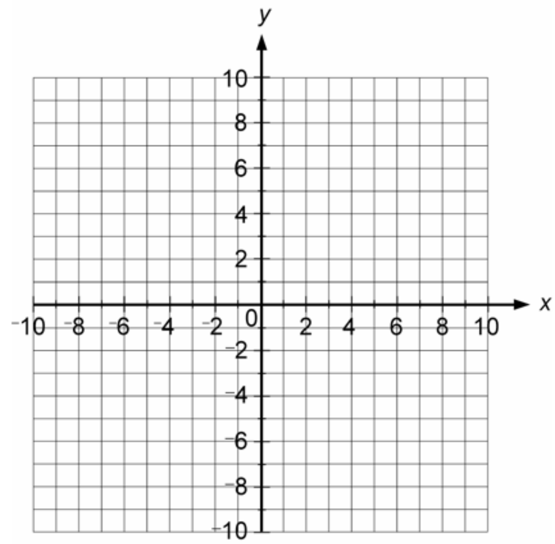
b) $x^2 + y^2 = 9$



2. Trouvez les coordonnées des sommets et des foyers de l'ellipse définie par l'équation suivante.

$$\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{4} = 1$$

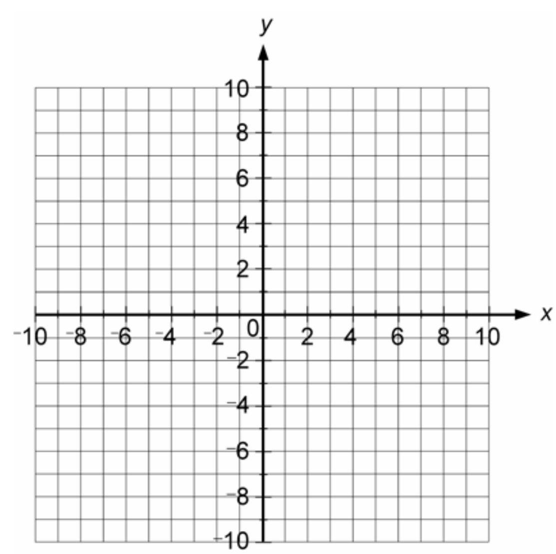
3. Les coordonnées des sommets d’une ellipse sont $(-5, 0)$ et $(5, 0)$, et celles de ses foyers $(-3, 0)$ et $(3, 0)$. Déterminez l’orientation et l’équation de l’ellipse, puis tracez le graphique de cette figure.



4. Une parabole centrée à l’origine a subi une certaine translation. La parabole obtenue a pour équation $(y - 1)^2 = -8(x + 3)$. Déterminez la translation subie par la parabole initiale et son équation.

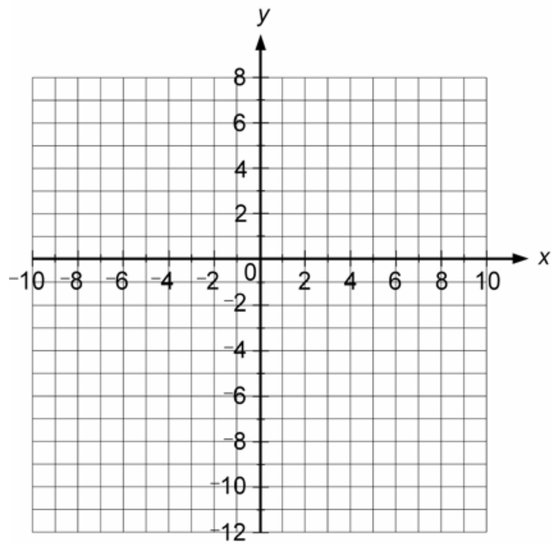
5. Trouvez l’orientation, les coordonnées des sommets, les équations des asymptotes et les coordonnées des foyers de l’hyperbole définie par l’équation ci-dessous, puis tracez son graphique.

$$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{144} = 1$$

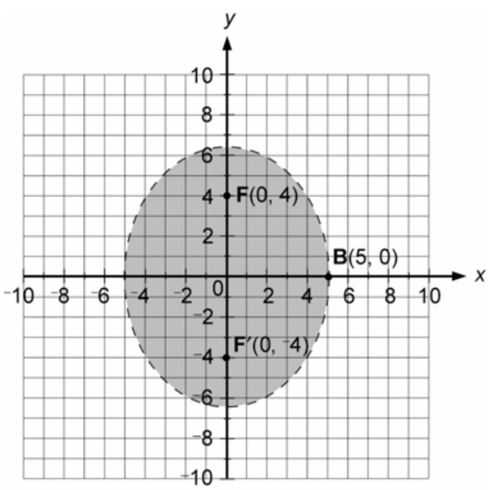


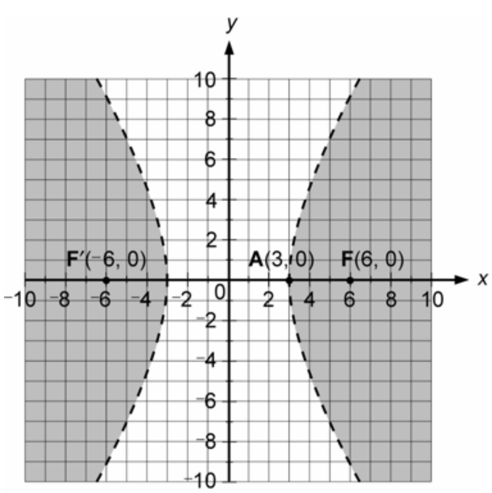
6. Trouvez l’orientation, les coordonnées du sommet, les ordonnées à l’origine, la valeur du paramètre *c* et l’équation de la droite directrice de la parabole définie par l’équation ci-dessous, puis tracez son graphique.

$$(y+2)^2 = 8(x-1)$$

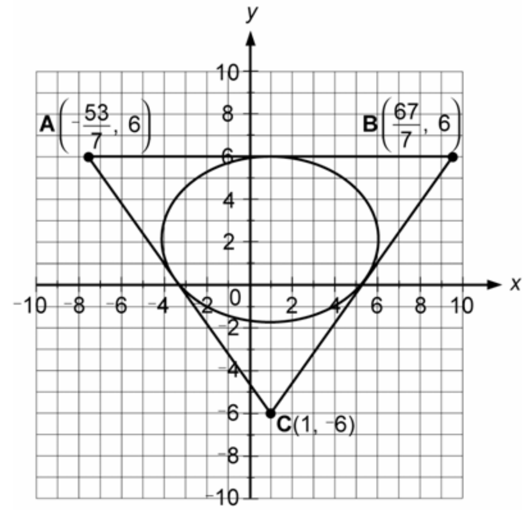


7. Déterminez l’équation ou l’inéquation définissant les lieux géométriques représentés ci-dessous.





8. On appelle *ellipse de Steiner inscrite* une ellipse inscrite dans un triangle et tangente à chacun des points milieux des côtés du triangle. On sait que le centre de cette ellipse est également le centre de gravité du triangle, c’est-à-dire le point où se rencontrent les trois médianes. **Trouvez l’équation de l’ellipse de Steiner illustrée ci-dessous.**



Nom : Corrigé
Groupe : ____

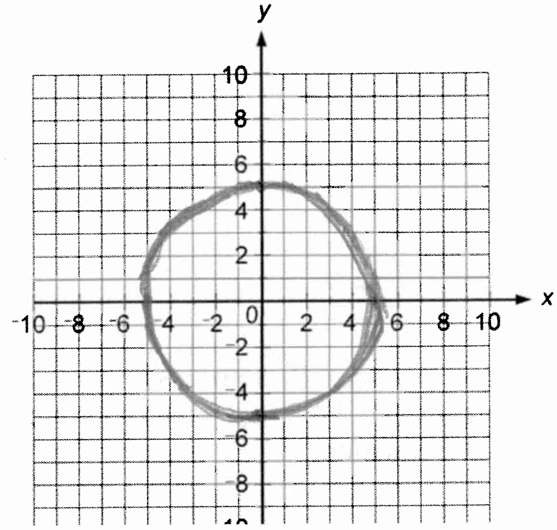
Mathématiques SN-5

Exercices supplémentaires
Les coniques

1. Pour chacun des cercles définis par les équations ci-dessous, trouvez la longueur du rayon, le domaine et l'image, puis tracez le graphique.

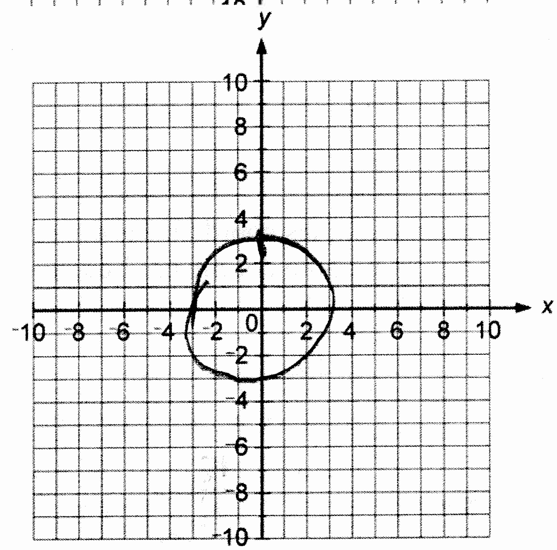
a) $x^2 + y^2 = 25$

$r = 5$
dom = $[-5, 5]$ ima $[-5, 5]$



b) $x^2 + y^2 = 9$

$r = 3$
dom = $[-3, 3]$ ima $[-3, 3]$



2. Trouvez les coordonnées des sommets et des foyers de l'ellipse définie par l'équation suivante.

$$\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{4} = 1$$

$a^2 = 6$
$b^2 = 4$

$a^2 = b^2 + c^2$
$\sqrt{6 - 4} = \sqrt{2} = c$

$S = (\sqrt{6}, 0)\ (-\sqrt{6}, 0)\ (0, -2)\ (0, 2)$

$F = (\sqrt{2}, 0)\ (-\sqrt{2}, 0)$

3. Les coordonnées des sommets d'une ellipse sont (−5, 0) et (5, 0), et celles de ses foyers (−3, 0) et (3, 0). Déterminez l'orientation et l'équation de l'ellipse, puis tracez le graphique de cette figure.

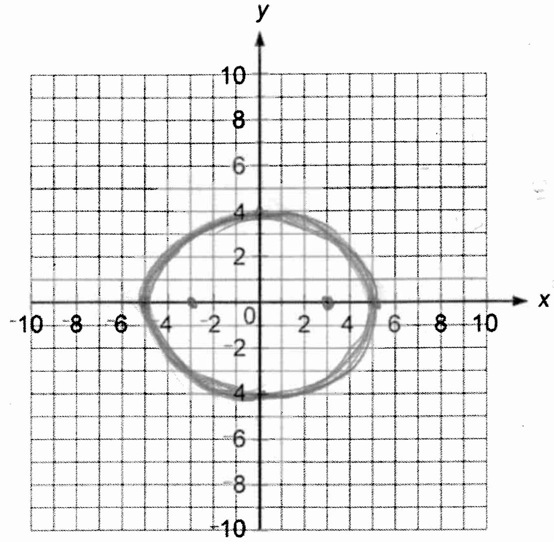
$a = 5 \quad c = 3$

$a^2 = b^2 + c^2$

$b^2 = a^2 - c^2 = 25 - 9 = \boxed{16 = b^2}$

$b = 4$

horizontale



4. Une parabole centrée à l'origine a subi une certaine translation. La parabole obtenue a pour équation $(y-1)^2 = -8(x+3)$. Déterminez la translation subie par la parabole initiale et son équation.

$(h, k) = (1, -3)$

$y^2 = -8x$

5. Trouvez l'orientation, les coordonnées des sommets, les équations des asymptotes et les coordonnées des foyers de l'hyperbole définie par l'équation ci-dessous, puis tracez son graphique.

$$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{144} = 1$$

$a^2 = 16 \quad a = 4$

$b^2 = 144 \quad b = 12$

$c^2 = a^2 + b^2$

$c^2 = 16 + 144 = 160$

asymptote ⇒ $y = \pm \frac{12}{4} x$

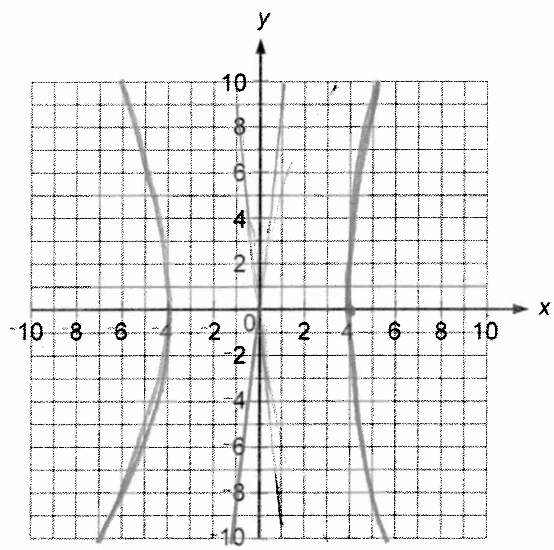
$c = \sqrt{160}$

$c = 4\sqrt{10}$

$\boxed{y = \pm 3x}$

$= 1 \oplus \to$)(forme.

$F(-4\sqrt{10}, 0) \; (4\sqrt{10}, 0)$



6. Trouvez l'orientation, les coordonnées du sommet, les ordonnées à l'origine, la valeur du paramètre *c* et l'équation de la droite directrice de la parabole définie par l'équation ci-dessous, puis tracez son graphique.

$$(y+2)^2 = 8(x-1)$$

sommet

$(h,k) = (1,-2)$ $c = 2.$

orientation $\boxed{y^2\ c+}$ $\subset$

$\boxed{\text{ord. orig.}}$

$(y+2)^2 = 8(0-1)$

$(y+2)^2 = -8$

impossible.

zéro.

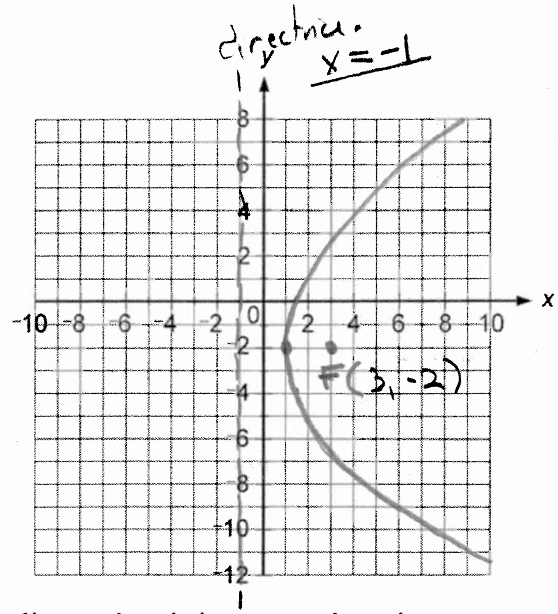
$(0+2)^2 = 8(x-1)$

$\frac{4}{8} + 1 = x$

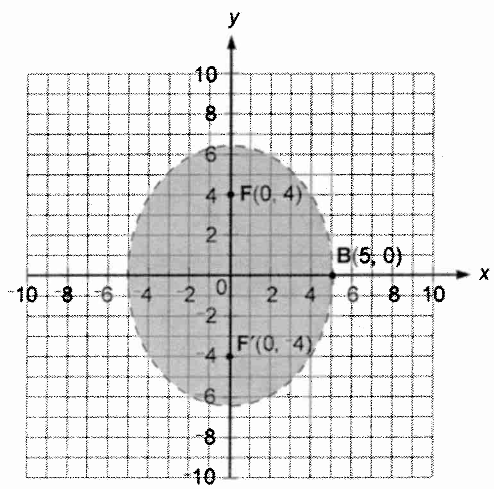
$1,5 = x$

directrice.

$x = -1$



7. Déterminez l'équation ou l'inéquation définissant les lieux géométriques représentés ci-dessous.



$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{41} < 1$

1 pts ds la zone

$0 + 0 < 1$

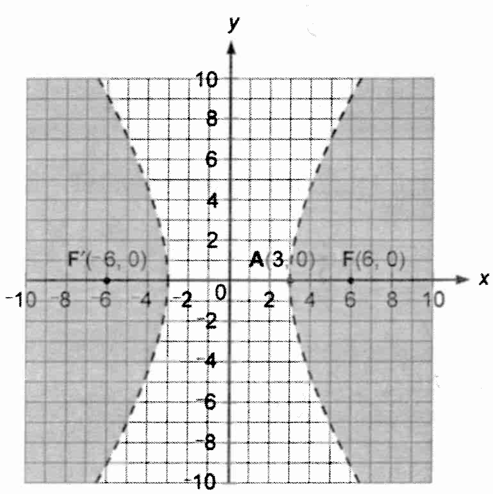
$a = 5$ $a^2 = 25$

$c = 4$ $c^2 = 16$

$b^2 = a^2 + c^2$

$b^2 = 25 + 16$

$b^2 = 41$



$> <$

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} > 1$

$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{25} > 1$

$(4,0)$

$\frac{16}{9} - 0 > 1$

$a = 3$ $a^2 = 9$

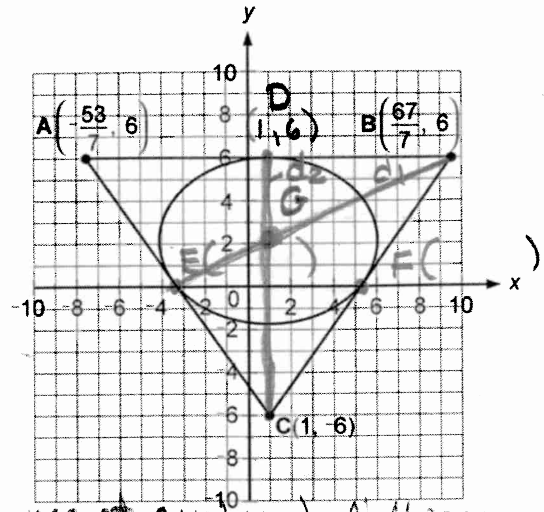
$c = 6$ $c^2 = 36$

$c^2 = a^2 + b^2$

$c^2 - a^2 = b^2$

$36 - 9 = \underline{\underline{25}}$

8. On appelle *ellipse de Steiner inscrite* une ellipse inscrite dans un triangle et tangente à chacun des points milieux des côtés du triangle. On sait que le centre de cette ellipse est également le centre de gravité du triangle, c'est-à-dire le point où se rencontrent les trois médianes. **Trouvez l'équation de l'ellipse de Steiner illustrée ci-dessous.**



① Pts milieux

D(x, y) $y = 6$ $x = ?$ $\frac{\frac{67}{7} + -\frac{53}{7}}{2} = 1$

$\boxed{D(1,6)}$

E(x, y) $x = \frac{-\frac{53}{7} + 1}{2}$ $y = \frac{6 + -6}{2}$

$\boxed{E\left(-\frac{23}{7}, 0\right)}$

F(x, y) $x = \frac{\frac{67}{7} + 1}{2}$ $y = \frac{6 + -6}{2}$

$\boxed{F = \left(\frac{37}{7}, 0\right)}$

② médianes et centre de l'ellipse

d_1 et $d_2 \rightarrow \boxed{x = 1}$

$\left(\frac{67}{7}, 6\right)\left(-\frac{23}{7}, 0\right)$

$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0-6}{-\frac{23}{7} - \frac{67}{7}} = \frac{-6}{-\frac{90}{7}} = \boxed{\frac{7}{15} = a}$

$b = ?$ $y = \frac{7}{15}x + b$

$0 = \frac{7}{15} \cdot \frac{-23}{7} + b$

$0 = \frac{-23}{15} + b$

$\frac{23}{15} = b$

d_1 $\boxed{y_1 = \frac{7x + 23}{15}}$ $d_2 \Rightarrow \boxed{x = 1}$

$y = \frac{7(1) + 23}{15}$

$y = 2$

$\boxed{G(\overset{h}{1}, \overset{k}{2}) \rightarrow \text{centre de l'ellipse}}$

③ Règle, ellipse.

$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$

$b = 4$

G

(Pts $\left(\frac{-23}{7}, 0\right)$ centre $(\overset{h}{1}, \overset{k}{2})$ $b = 4$ $a = ?$
x y (h k) $b^2 = 16$ $a^2 =$

sub.

$\frac{\left(\frac{-23}{7} - 1\right)^2}{a^2} + \frac{(0-2)^2}{16} = 1$

Rép: $\frac{(x-1)^2}{\frac{1200}{49}} + \frac{(y-2)^2}{16} = 1$

$\frac{\left(-\frac{30}{7}\right)^2}{a^2} + \frac{1}{4} = 1$

$\frac{\frac{900}{49}}{a^2} = \frac{3}{4}$

$a^2 = \left(4 \cdot \frac{900}{49}\right) \div 3$

$\boxed{a^2 = \frac{1200}{49}}$

$a^2 \approx 4.9$