

3.03 Les paramètres de la fonction exponentielle

0.1.1.2.1 Déterminer les liens existants entre la variation d'un paramètre de la règle d'une fonction et la transformation du graphique cartésien correspondant.

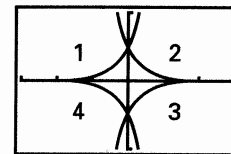
Rappel

- La règle de la fonction exponentielle généralisée $f(x) = a \cdot c^{b(x-h)} + k$ contient les mêmes paramètres a , b , h et k que l'on trouve dans les autres fonctions réelles et ils s'interprètent graphiquement de la même façon. En particulier :
 - un changement de signe des paramètres a ou b provoque une réflexion du graphique selon un axe horizontal (pour a) ou vertical (pour b);
 Exemple : $f(x) = 1,5 \cdot 2^x$
 $g(x) = -1,5 \cdot 2^x$
 - les paramètres h et k sont associés à une translation $t(h, k)$.
 Exemple : $f(x) = 1,5 \cdot 2^x$
 $g(x) = 1,5 \cdot 2^{x-1} - 3$

L'axe de réflexion est l'axe des x .

Une translation $t(1, -3)$.

1. Une calculatrice affiche le graphique de quatre fonctions exponentielles. La courbe 1 est associée à l'équation $y = 10^x$.

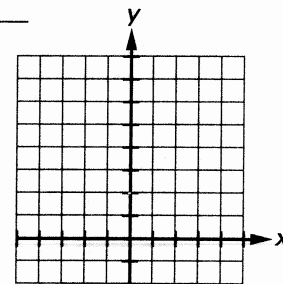


- Quelle courbe est associée à l'équation $y = -10^x$? _____
- Quelle transformation géométrique permet d'appliquer la courbe 1 à cette courbe?

- Quelle courbe est associée à l'équation $y = 10^{-x}$? _____
- Quelle transformation géométrique permet d'appliquer la courbe 1 à cette courbe?

- Quelle est l'équation associée à la dernière courbe? _____

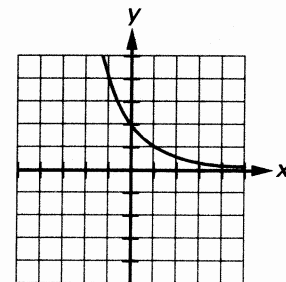
2. a) Représente dans le même plan cartésien les fonctions $f(x) = 2^x$ et $g(x) = 2^{x+1} + 4$.



- Quelle transformation géométrique applique le graphique de f sur le graphique de g ?

- Trace en pointillé l'asymptote de la fonction g .
- Quelle est l'équation de cette asymptote? _____

3. Voici le graphique de la fonction $f(x) = 2\left(\frac{1}{2}\right)^x$.



- Trace l'image de cette courbe par la translation $t(1, -5)$.
- Quelle est la règle de la fonction g représentée par cette nouvelle courbe? _____

4. Voici quatre fonctions exponentielles.

$$f_1(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^x$$

$$f_2(x) = 2\left(\frac{2}{3}\right)^x$$

$$f_3(x) = -2\left(\frac{2}{3}\right)^x$$

$$f_4(x) = -2\left(\frac{2}{3}\right)^{x+2} + 3$$

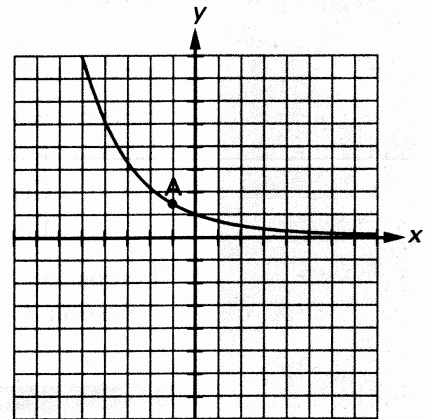
a) Quelle transformation géométrique applique le graphique de f_1 sur le graphique de f_2 ?

b) Quelle transformation géométrique applique le graphique de f_2 sur le graphique de f_3 ?

c) Quelle transformation géométrique applique le graphique de f_3 sur le graphique de f_4 ?

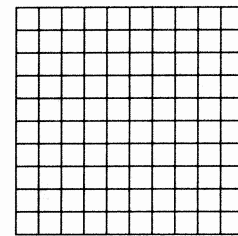
d) À l'aide de ces transformations géométriques et du graphique de f_1 déjà tracé, trace le graphique des trois autres fonctions.

Situe sur chaque courbe l'image du point $A\left(-1, \frac{3}{2}\right)$ par ces transformations successives.



5. a) Dans le même plan cartésien, trace le graphique des fonctions $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ et $g(x) = -\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} + 4$.

b) Quelle suite de transformations géométriques permet d'appliquer le graphique de f sur le graphique de g ?

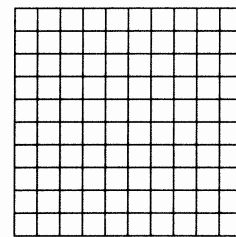
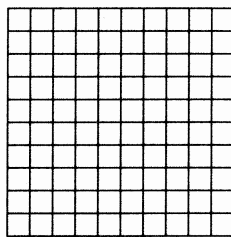
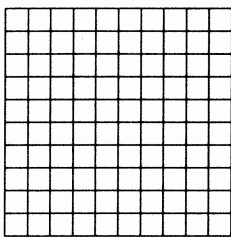


6. Représente graphiquement chacune des fonctions en utilisant, au besoin, des transformations géométriques.

a) $f(x) = \frac{1}{2} \cdot 2^x - 2$

b) $g(x) = 2^{-(x-2)}$

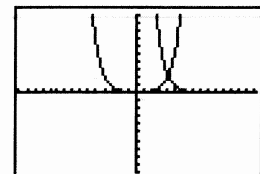
c) $h(x) = -2^{x-2} + 3$



7. En voulant afficher les graphiques de quatre fonctions exponentielles sur la calculatrice, Judith n'a obtenu que trois courbes. Elle en a déduit que deux des équations correspondent à la même courbe.

Associe chaque équation à la courbe qui la représente. (Relie par un trait l'équation à la courbe.)

Y1 $2 \cdot 3^{(x-4)}$
 Y2 $2 \cdot 3^{(4-x)}$
 Y3 $2 \cdot (1/3)^{(4-x)}$
 Y4 $2 \cdot (1/3)^{(x+4)}$
 Y5 =
 Y6 =



3.04 Équations exponentielles I

0.1.1.3.3 Trouver l'ensemble-solution d'équations exponentielles ou logarithmiques en utilisant les propriétés des exposants ou des logarithmes.

Rappel

- Certaines équations exponentielles peuvent se résoudre en exprimant chaque membre de l'équation sous la forme d'une puissance ayant la même base.
Exemple : Résoudre l'équation $5 \cdot 2^{x+2} = 10$.
Solution : En divisant par 5 de chaque côté, on isole la puissance de 2 : $2^{x+2} = 2$.
 L'égalité des puissances de 2 entraîne l'égalité des exposants : $x + 2 = 1$.
 Il ne reste plus qu'à résoudre cette équation du premier degré : $x = -1$.
- Il est parfois nécessaire d'utiliser les propriétés des exposants pour simplifier une expression. Ces propriétés sont également valables pour les exposants réels.
 - 1) $a^x \cdot a^y = a^{x+y}$
 - 2) $a^x \div a^y = a^{x-y}$
 - 3) $(a^x)^y = a^{xy}$

1. Résous les équations suivantes.

a) $5^{x-1} = 125$

b) $3^{x+3} = \frac{1}{3}$

c) $-2(1,5)^{2x} = -3$

d) $3(10)^{x+2} - 1 = 2$

e) $-2(2^{2x} - 1) = 1$

f) $10(2,5)^{\frac{x}{5}} - 2,5 = 60$

2. Utilise les propriétés des exposants pour résoudre les équations suivantes.

a) $3^x \cdot 3^{x+1} = \frac{1}{3}$

b) $\frac{5^{x+1}}{5^{2x}} = \frac{1}{25}$

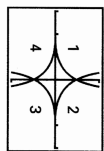
c) $3(8)^{2x} = 48$

d) $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} = 32^x$

e) $(2^x)^3 = 8 \cdot 2^x$

f) $5^x + 5^{x+1} = 0,24$

1. Une calculatrice affiche le graphique de quatre fonctions exponentielles. La courbe 1 est associée à l'équation $y = 10^x$:



- a) Quelle courbe est associée à l'équation $y = -10^x$? La courbe 4.
 b) Quelle transformation géométrique permet d'appliquer la courbe 1 à cette courbe ?
Une réflexion par rapport à l'axe des x.

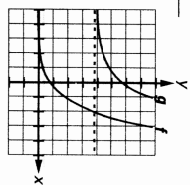
- c) Quelle courbe est associée à l'équation $y = 10^{-x}$? La courbe 2.

- d) Quelle transformation géométrique permet d'appliquer la courbe 1 à cette courbe ?
Une réflexion par rapport à l'axe des y.

- e) Quelle est l'équation associée à la dernière courbe ? $y = -10^{-x}$

2. a) Représente dans le même plan cartésien les fonctions $f(x) = 2^x$ et $g(x) = 2^{x+1} + 4$.

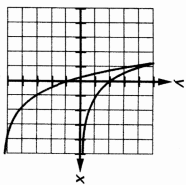
- b) Quelle transformation géométrique applique le graphique de f sur le graphique de g ?
Une translation $t(-1, 4)$.



- c) Trace en pointillé l'asymptote de la fonction g .
 d) Quelle est l'équation de cette asymptote ? $y = 4$

3. Voici le graphique de la fonction $f(x) = 2\left(\frac{1}{2}\right)^x$.

- a) Trace l'image de cette courbe par la translation $t(1, 5)$.
 b) Quelle est la règle de la fonction g représentée par cette nouvelle courbe ? $g(x) = 2\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} - 5$



4. Voici quatre fonctions exponentielles.

$f_1(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^x$ $f_2(x) = 2\left(\frac{2}{3}\right)^x$ $f_3(x) = -2\left(\frac{2}{3}\right)^x$ $f_4(x) = -2\left(\frac{2}{3}\right)^{x+2} + 3$

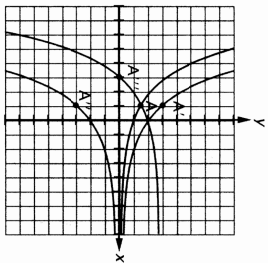
- a) Quelle transformation géométrique applique le graphique de f_1 sur le graphique de f_2 ?
Un étirement vertical de facteur 2.

- b) Quelle transformation géométrique applique le graphique de f_2 sur le graphique de f_3 ?
Une réflexion par rapport à l'axe des x.

- c) Quelle transformation géométrique applique le graphique de f_3 sur le graphique de f_4 ?
Une translation $t(-2, 3)$.

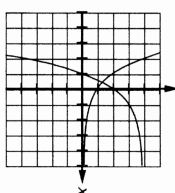
- d) À l'aide de ces transformations géométriques et du graphique de f_1 déjà tracé, trace le graphique des trois autres fonctions.

Situe sur chaque courbe l'image du point $A\left(-1, \frac{3}{2}\right)$ par ces transformations successives.



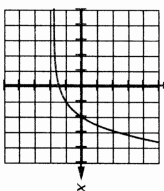
5. a) Dans le même plan cartésien, trace le graphique des fonctions $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ et $g(x) = -\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} + 4$.

- b) Quelle suite de transformations géométriques permet d'appliquer le graphique de f sur le graphique de g ?
 Une réflexion par rapport à l'axe des x, suivie d'une translation $t\left(\frac{1}{2}, 4\right)$.

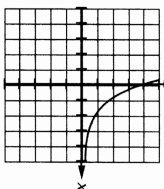


6. Représente graphiquement chacune des fonctions en utilisant, au besoin, des transformations géométriques.

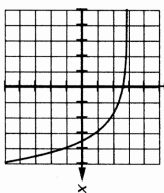
a) $f(x) = \frac{1}{2} \cdot 2^x - 2$



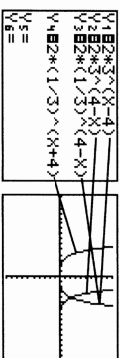
b) $g(x) = 2^{(x-2)}$



c) $h(x) = -2^{x-2} + 3$



7. En voulant afficher les graphiques de quatre fonctions exponentielles sur la calculatrice, Judith n'a obtenu que trois courbes. Elle en a déduit que deux des équations correspondent à la même courbe.



Associe chaque équation à la courbe qui la représente. (Relie par un trait l'équation à la courbe.)

- 1- a) $x=4$ b) $x=-4$ c) $x=0,5$ d) $x=-2$ e) $x=-0,5$
 f) $x=10$
 2- a) $x=-1$ b) $x=3$ c) $x=2/3$ d) $x=1/6$ e) $x=3/2$
 f) $x=-2$