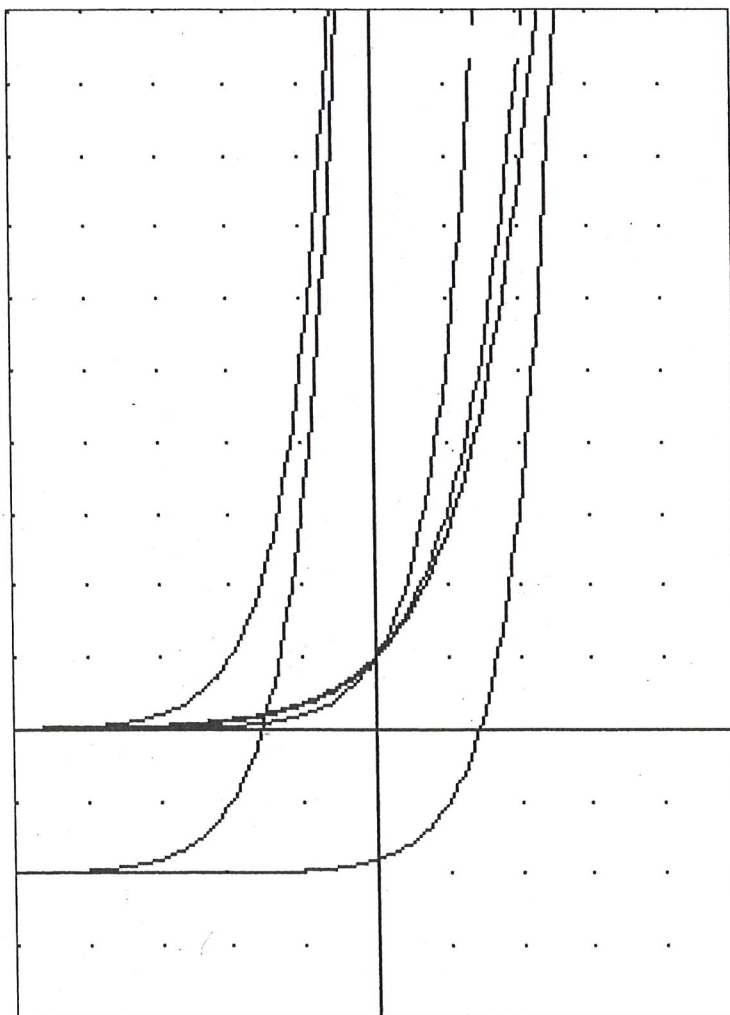


Sciences naturelles  
5<sup>e</sup> secondaire

Document d'exercices préparatoires

Fonctions exponentielles

Nom : \_\_\_\_\_



**1** Pour chacune des fonctions exponentielles définies ci-dessous, trouvez l'équation de l'asymptote du graphique et décrivez l'image de la fonction.

a)  $f(x) = 10\left(\frac{3}{2}\right)^{-x} - 5$

b)  $f(x) = 2(5^{2x-3}) + 1$

c)  $f(x) = -4(3^{4-x})$

d)  $f(x) = -3\left(\frac{1}{4}\right)^{3x+1} + 10$

**2** Trouvez l'ordonnée à l'origine des fonctions exponentielles suivantes et précisez si la fonction comportera ou non un zéro.

a)  $f(x) = 4\left(\frac{1}{3}\right)^{-x+2} + 12$

b)  $f(x) = -5(2)^{3x-4} + 20$

c)  $f(x) = 25 - (5)^{\frac{x}{3}+6}$

d)  $f(x) = -\frac{2}{3}(4)^{1-3x} - 2$

- 3** Dans le cas de chaque fonction exponentielle ci-dessous, précisez si elle est croissante ou décroissante sur son domaine.

a)  $f(x) = 2\left(\frac{1}{9}\right)^{\frac{x}{3}} - 5$

b)  $f(x) = -20(3^{2x+3}) + \frac{2}{5}$

c)  $f(x) = 5 - 3(2^x)$

d)  $f(x) = -\frac{4}{5}(7^{12-3x}) + 2$

e)  $f(x) = (5)^{\frac{x+1}{3}} - \frac{3}{10}$

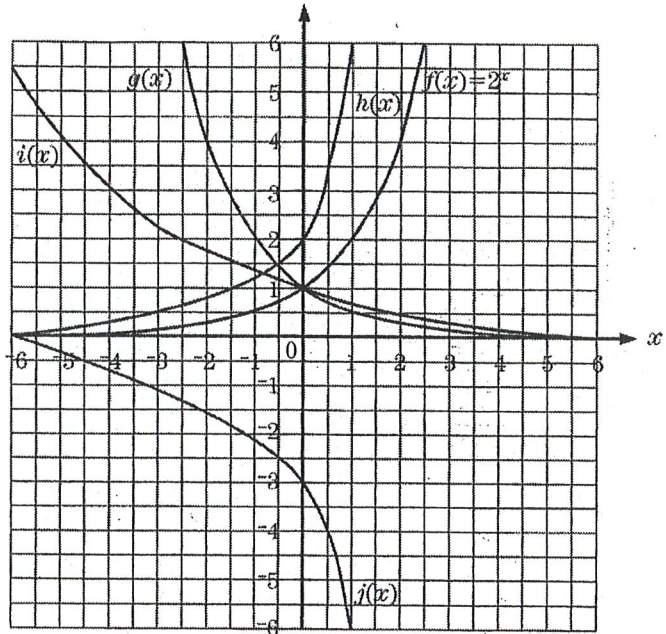
f)  $f(x) = 5 - \left(\frac{4}{9}\right)^{3+x}$

g)  $f(x) = -\frac{8}{5}\left(\frac{1}{3}\right)^{-x} + 3$

**4**

Associez chaque courbe du graphique à l'une des expressions ci-dessous qui pourrait faire partie de la règle la définissant. La courbe noire représente la fonction  $f(x) = 2^x$ .

- |                  |                   |
|------------------|-------------------|
| a) $2 \cdot 2^x$ | e) $2 \cdot 3^x$  |
| b) $2^{-x}$      | f) $3^{-x}$       |
| c) $0,5^x$       | g) $-3 \cdot 2^x$ |
| d) $0,75^x$      | h) $-3^x$         |

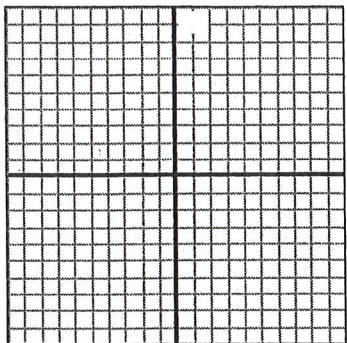


**5**

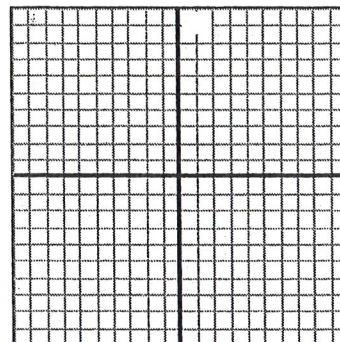
Tracez globalement le graphique de chaque fonction exponentielle ci-dessous en indiquant bien l'équation de l'asymptote.

- a)  $f(x) = 2(3)^{\frac{x}{3}} - 5$
- b)  $f(x) = -20(2^{-x}) + 10$
- c)  $f(x) = 6 - 3(2^{x+1})$
- d)  $f(x) = -\frac{1}{2}(3^{1-x}) + 4$

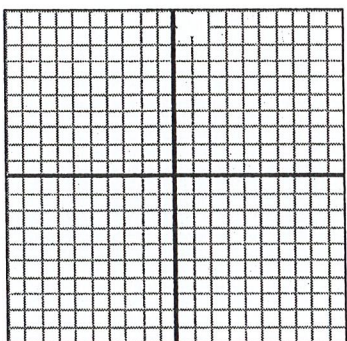
a)



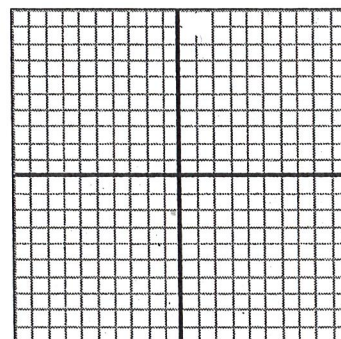
b)



c)



d)



**6**

Une fonction exponentielle, dont l'équation est sous la forme  $f(x) = a(c)^x + k$ , a une asymptote horizontale confondue avec l'axe des abscisses.

- a) Si la valeur de la base  $c$  est un nombre entier positif, quelles peuvent être les valeurs du paramètre  $a$  pour que la fonction soit strictement positive?
- b) Si la valeur de la base  $c$  est un nombre décimal positif inférieur à un, quelles peuvent être les valeurs du paramètre  $a$  pour que la fonction soit décroissante sur son domaine?

c) Si la valeur du paramètre  $a$  est négative, quelle doit être la valeur de la base  $c$  pour que la fonction soit croissante sur son domaine?

d) Quelle doit être la valeur de la base  $c$  pour que la représentation graphique de la fonction  $f$  soit une droite?

## 7

Les tables de valeurs ci-dessous représentent chacune une fonction exponentielle  $f$ . Pour chacune d'elles, répondez aux questions suivantes.

1)	$x$	$f(x)$	2)	$x$	$f(x)$	3)	$x$	$f(x)$
	2	36		2	0,12		2	$\frac{17}{8}$
	3	108		3	0,024		3	$\frac{15}{16}$
	4	324		4	0,0048		4	$\frac{31}{32}$
	5	972		5	0,00096		5	$\frac{63}{64}$

a) Quelles sont les valeurs de  $f(x)$  pour  $x = 1$  et  $x = 6$ ?

b) Quelle est la valeur de la base de la fonction  $f$  ?

**8** Résolvez les équations et les inéquations suivantes.

a)  $4 \cdot 5^{x-2} - 10\,000 = 2500$

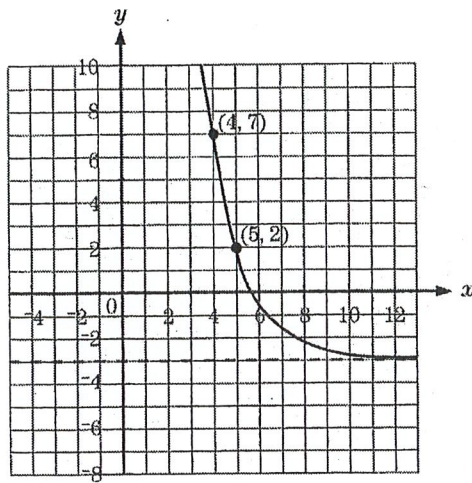
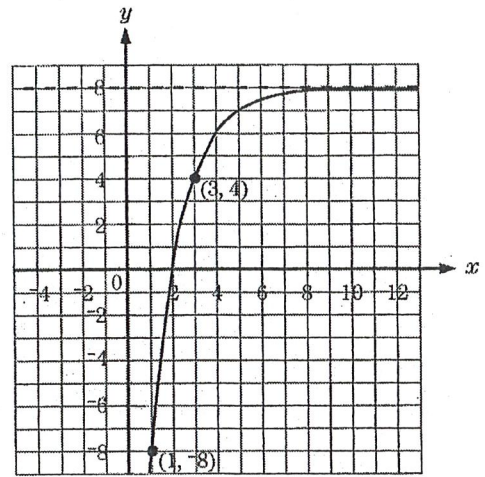
b)  $33 = 15(9^{2x+1}) - 12$

c)  $\frac{759}{40} < -\frac{4}{5}(2^{2-x}) + 19$

d)  $2 \geq 5 - \left(\frac{1}{9}\right)^{3+x}$

**9**

Déterminez les équations définissant les fonctions exponentielles représentées ci-dessous.

**a)****c)****10**

Une culture contient au départ 100 bactéries dont le nombre triple toutes les heures.

**a)** Combien de bactéries y aura-t-il après :

1) 4 heures?

2) 6 heures et demie?



**b)** Combien de bactéries y avait-il après 45 minutes?

**c)** Trouvez une équation exponentielle qui pourrait modéliser cette situation.

**d)** On veut prévoir le moment où le nombre de bactéries dans la culture dépassera le million. Après combien de temps, à la minute près, ce phénomène se produira-t-il? Expliquez votre démarche.

**11**

Une ruche contient 5000 abeilles. Selon les propriétaires, chaque année leur nombre devrait augmenter de 20 % par rapport à l'année précédente.

- a) Construisez une table de valeurs présentant le nombre d'abeilles dans la ruche en fonction du nombre d'années pour cinq années consécutives.


- b) Après combien d'années le nombre initial d'abeilles aura-t-il doublé ?
- c) Trouvez une équation exponentielle qui pourrait modéliser cette situation.

**12**

Étant donné les équations définissant les fonctions  $f$  et  $g$  ci-dessous, déterminez l'ensemble-solution des inéquations définies de la façon suivante.

$$1) f(x) \geq g(x)$$

$$2) f(x) < g(x)$$

a)  $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{4x-3} + 1$

$$g(x) = 4 \cdot 2^{x+5} + 1$$

b)  $f(x) = 5 \cdot 25^{x-4} + 3$

$$g(x) = \frac{1}{5} \cdot 5^{-3x+2} + 3$$

**13**

Lorsqu'on place une somme d'argent (appelée *capital*) à un certain taux d'intérêt annuel, le capital accumulé et le temps écoulé sont liés par une fonction exponentielle qui peut être définie comme ci-dessous.

$C(t)$  : capital accumulé

$$C(t) = C_0 \left(1 + \frac{i}{k}\right)^{kt}$$

$C_0$  : capital investi au départ

$i$  : taux d'intérêt annuel

$k$  : nombre de fois par année que les intérêts sont ajoutés au capital (intérêts composés)

$t$  : durée en années de l'investissement

- a) Éléonore reçoit un héritage de 25 000 \$. Comme elle n'a que cinq ans, ses parents décident de placer cette somme pour 15 ans dans une obligation d'épargne du Québec à intérêts composés réinvestis annuellement, au taux annuel de 7%.
- 1) Donnez la règle qui permet de déterminer le capital accumulé selon les années.
  - 2) Quand Éléonore aura 18 ans, à combien sa « fortune » s'élèvera-t-elle ?
  - 3) Estimez en combien d'années la somme s'élèvera à plus de 35 000 \$.

**b)** Julie a 6000 \$ à placer. Son institution bancaire lui propose les placements ci-dessous, tous deux à intérêts composés.

- Placement 1: calculés au taux annuel de 8%, les intérêts sont réinvestis annuellement.
- Placement 2: calculés au taux annuel de 2%, les intérêts sont réinvestis tous les trois mois.

Dans chaque cas, estimez en combien de temps Julie obtiendrait au moins 10 000 \$. Quel placement devrait-elle choisir? Expliquez votre réponse.

**c)** Après un placement de trois ans au taux annuel de 10% et où les intérêts étaient réinvestis tous les six mois, un investissement a rapporté 20 101,50\$. Quel était le capital initial?

**d)** Grâce aux intérêts composés, réinvestis annuellement, une somme de 1000\$ placée durant 10 ans a permis d'accumuler un capital de 1668,10\$. Quel était le taux d'intérêt, au centième près?

**e)** On obtient la somme de 615,72\$ après avoir placé pour trois ans un capital initial de 500\$ à 7% d'intérêt annuel. Combien de fois par année les intérêts étaient-ils ajoutés au capital?

**15** En 1987, on prévoyait que la population de la terre, alors estimée à  $5,0 \times 10^9$  personnes, augmenterait de 1,60% par année. En 2007, 20 ans plus tard, la population mondiale était estimée à un minimum de 6 625 000 000 d'êtres humains.

a) Selon l'estimation de croissance annuelle de 1987, quelle aurait dû être la population mondiale en 2007?

b) Pour obtenir une prévision plus juste de la population en 2007, quel pourcentage d'augmentation aurait-il fallu utiliser en 1987?

c) En utilisant le taux de croissance trouver en b), détermine la règle qui permet de calculer le nombre d'années écoulées depuis 1987 en fonction de la population mondiale.