Exercices sur la résolution et la recherche de la règle de l'équation exponentielle

1

Les variables x et y dans les tables de valeurs ci-dessous sont liées par une fonction exponentielle. Déterminez l'équation définissant chacune des fonctions exponentielles.

a)

x	0	1	2	3
y	4	7	13	25

b)

x	$^-2$	$^-1$	0	1
y	21	9	3	0

c)

x	0	1	2	3
y	4	0	$^-12$	$^-48$

d)

x	0	1	2	3
y	16	0	$^-8$	$^-12$

2

Pour chaque fonction exponentielle ci-dessous, déterminez la valeur du zéro, s'il existe, ainsi que le signe de la fonction.

a) $f(x) = 9\left(\frac{1}{4}\right)^{-x+1} + 36$

b) $f(x) = {}^-2(3)^{4-x} + 6$

c) $f(x) = {}^-4(7^x) + 196$

d) $f(x) = {}^-12(2^{3x-9}) + 96$

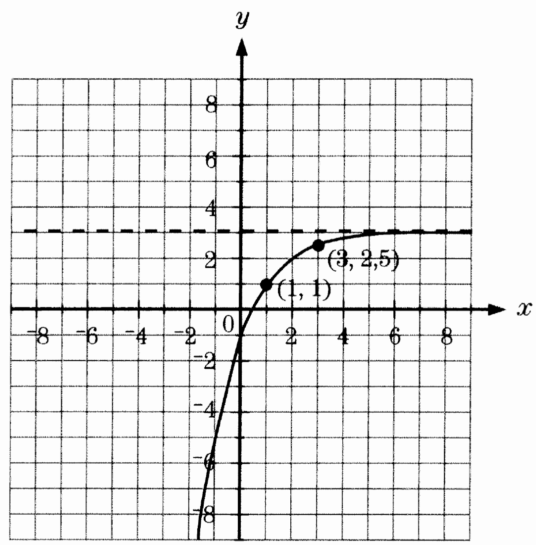
e) $f(x) = 4(5)^{2x} + 3$

f) $f(x) = (6)^{\frac{2x+1}{3}} - 1296$

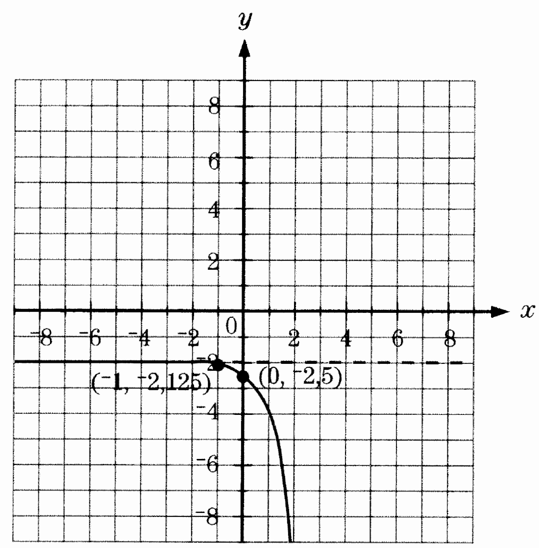
3

En vous servant des couples de points ciblés et de l'équation de l'asymptote, déterminez les équations des quatre fonctions exponentielles représentées ci-dessous.

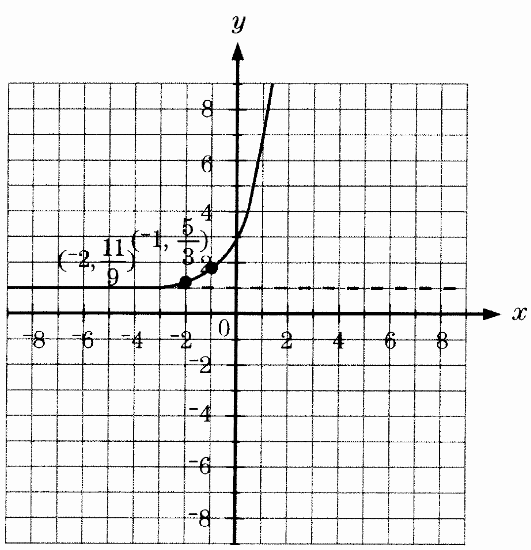
a)



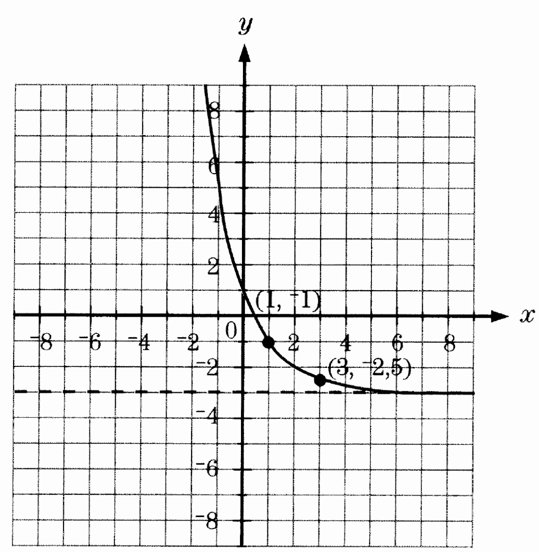
c)



b)



d)



4 Résolvez les équations ou inéquations suivantes.

a) $^{-}24 = {}^{-}12(4^{4-x})$

e) $\dfrac{31}{4} = \dfrac{3}{4}\left(\dfrac{1}{5}\right)^{x-3} - 11$

i) $4049 = (16)^{\frac{2x+5}{3}} - 47$

b) $\dfrac{^{-}6657}{512} \geq {}^{-}8\left(\dfrac{1}{16}\right)^{3x+1} - 13$

f) $840 < 3(2^{3x-2}) + 72$

j) $106 = 5\left(\dfrac{1}{4}\right)^{-x+1} + 26$

c) $\dfrac{255}{8} = 3\left(\dfrac{2}{5}\right)^{-x} - 15$

g) $^{-}5216 = {}^{-}4(6^{x-1}) - 32$

k) $\dfrac{267}{25} \geq {}^{-}8(5^{3x-8}) + 11$

d) $\dfrac{10\,023}{8} > 12\left(\dfrac{5}{2}\right)^{3-x} + 81$

h) $\dfrac{15597}{200} \leq -\dfrac{3}{8}(5^{1-4x}) + 78$

l) $7121 > 7(4^{2x+5}) - 47$

Corrigé

Exercices sur la résolution et la recherche de la règle de l'équation exponentielle

1

Les variables x et y dans les tables de valeurs ci-dessous sont liées par une fonction exponentielle. Déterminez l'équation définissant chacune des fonctions exponentielles.

a)

x	0	1	2	3
y	$\boxed{4}$	7	13	25

+1, +1, +1 ; +3, +6, +12 ; (0,0)

$\boxed{a_1 = 3}$ $\boxed{a_2 = 6}$ $\boxed{c = \frac{a_2}{a_1} = \frac{6}{3} = 2}$

$f(x) = a \cdot c^x + k$

$7 = a \cdot 2^1 + k$

$7 = 2(4-k) + k$

$7 = 8 - 2k + k$

$-1 = -k$

$\boxed{1 = k}$

$a + k = 0.0$

$a + k = 4$

$a = 4 - k$

$a = 4 - 1$

$a = 3$

$\boxed{f(x) = 3 \cdot 2^x + 1}$

b)

x	−2	−1	0	1
y	21	9	3	0

b) $f(x) = 6\left(\frac{1}{2}\right)^x - 3$

c)

x	0	1	2	3
y	4	0	−12	−48

c) $f(x) = -2 \cdot 3^x + 6$

d)

x	0	1	2	3
y	16	0	−8	−12

d) $f(x) = 32 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x - 16$

2

Pour chaque fonction exponentielle ci-dessous, déterminez la valeur du zéro, s'il existe, ainsi que le signe de la fonction.

a) $f(x) = 9\left(\frac{1}{4}\right)^{-x+1} + 36$

b) $f(x) = {}^-2(3)^{4-x} + 6$

c) $f(x) = {}^-4(7^x) + 196$

d) $f(x) = {}^-12(2^{3x-9}) + 96$

e) $f(x) = 4(5)^{2x} + 3$

f) $f(x) = (6)^{\frac{2x+1}{3}} - 1296$

a)

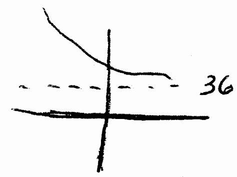
$0 = 9\left(\frac{1}{4}\right)^{-x+1} + 36$

$\frac{-36}{9} = \left(\frac{1}{4}\right)^{-x+1}$

$-4 = \left(\frac{1}{4}\right)^{-x+1}$

$-4 \neq \frac{1}{4}$ impossible. pas de zéro.

$c < 1$, b− a+



$\boxed{\oplus \forall x \in \mathbb{R}}$

b) $0 = -2(3)^{4-x} + 6$

$\frac{-6}{-2} = 3^{4-x}$

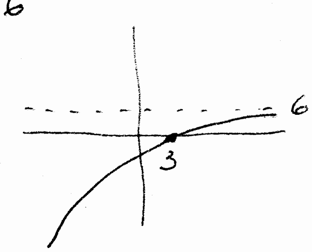
$3 = 3^{4-x}$

$1 = 4 - x$

$-3 = -x$

$\boxed{3 = x}$

c ↗ a− b−



$\oplus \forall x \in [3, +\infty[$

$\ominus \forall x \in]-\infty, 3]$

c) $\oplus \forall x \in]-\infty, 2]$ $\ominus$ $x \in [2, +\infty[$

d) $\oplus \forall x \in]-\infty, 4]$ $\ominus \forall x \in [4, +\infty[$

e) $\oplus \forall x \in \mathbb{R}$

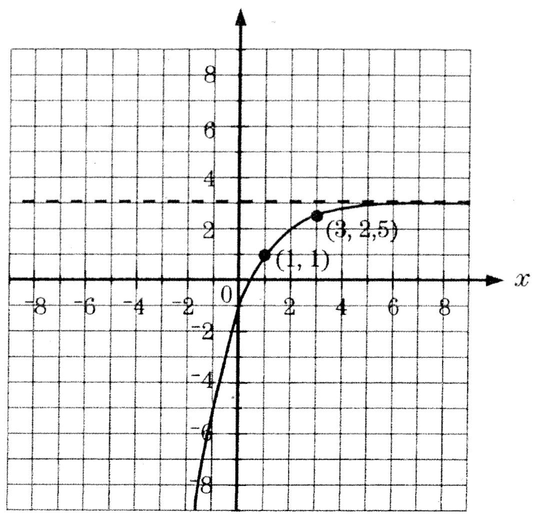
f) $\oplus \forall x \in]-\infty, \frac{11}{2}]$

$\ominus \forall x \in [\frac{11}{2}, +\infty[$

3

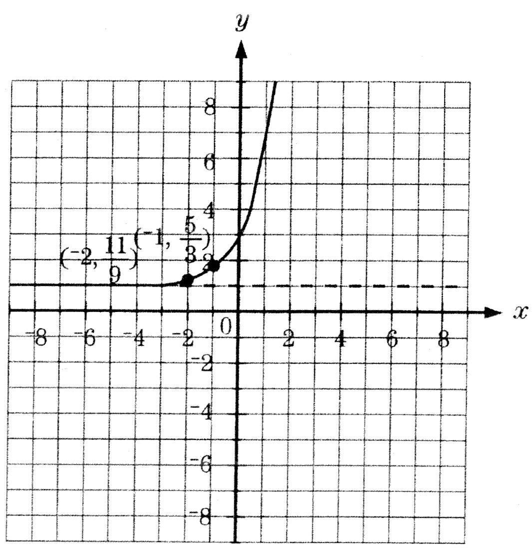
En vous servant des couples de points ciblés et de l'équation de l'asymptote, déterminez les équations des quatre fonctions exponentielles représentées ci-dessous.

a)



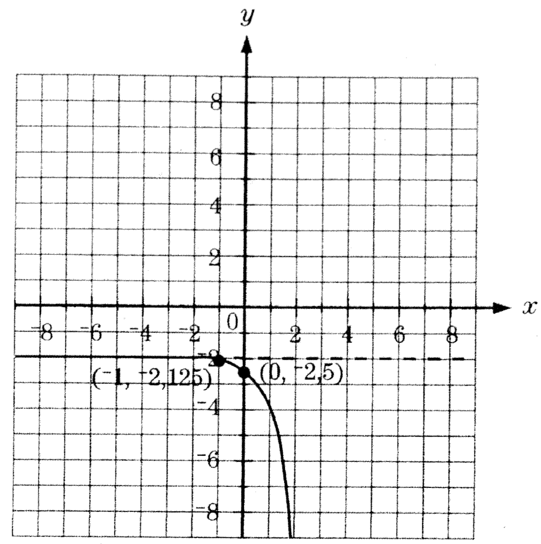
$f(x) = -4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x + 3$

b)



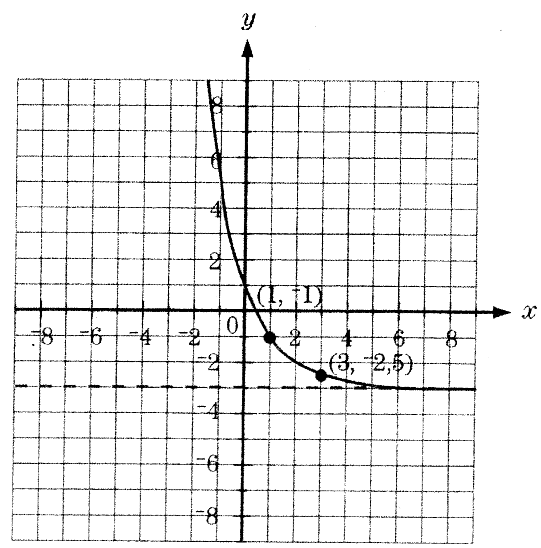
$f(x) = 2 \cdot 3^x + 1$

c)



$f(x) = -\frac{1}{2} \cdot 4^x - 2$

d)



$f(x) = 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x - 3$

4 Résolvez les équations ou inéquations suivantes.

a) $^{-}24 = {}^{-}12(4^{4-x})$

$2 = 4^{4-x}$

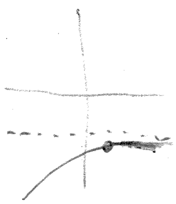
$2 = 2^{8-2x}$

$1 = 8-2x$

$\frac{-7}{-2} = \boxed{x = \frac{7}{2}}$

b) $\frac{^{-}6657}{512} \geq {}^{-}8\left(\frac{1}{16}\right)^{3x+1} - 13$

$\boxed{]-\infty, \frac{2}{3}]}$



$+\frac{1}{512} = +8\left(\frac{1}{16}\right)^{3x+1}$

$\frac{1}{4096} = \left(\frac{1}{16}\right)^{3x+1}$

$\left(\frac{1}{16}\right)^{3} = \left(\frac{1}{16}\right)^{3x+1}$

$3 = 3x+1 \rightarrow \boxed{x = \frac{2}{3}}$

c) $\frac{255}{8} = 3\left(\frac{2}{5}\right)^{-x} - 15$

$\frac{125}{8} = \left(\frac{2}{5}\right)^{-x}$

$\frac{5^3}{2^3} = \left(\frac{5}{2}\right)^{x}$

$\left(\frac{5}{2}\right)^{3} = \left(\frac{5}{2}\right)^{x}$

$\boxed{3 = x}$

d) $\frac{10\,023}{8} > 12\left(\frac{5}{2}\right)^{3-x} + 81$

$x \in]-2, +\infty[$

e) $\frac{31}{4} = \frac{3}{4}\left(\frac{1}{5}\right)^{x-3} - 11$

$\frac{75}{\cancel{4}} = \frac{3}{\cancel{4}}\left(\frac{1}{5}\right)^{x-3}$

$25 = \left(\frac{1}{5}\right)^{x-3}$

$5^2 = 5^{-x+3}$

$2 = -x+3$

$\boxed{x = 1}$

f) $840 < 3(2^{3x-2}) + 72$

$x \in]\frac{10}{3}, +\infty[$

g) $^{-}5216 = {}^{-}4(6^{x-1}) - 32$

$\frac{-5184}{-4}$

$1296 = 6^{x-1}$

$6^4 = 6^{x-1}$

$4 = x-1$

$\boxed{5 = x}$

h) $\frac{15597}{200} \leq -\frac{3}{8}(5^{1-4x}) + 78$

$x \in [\frac{3}{4}, +\infty[$

i) $4049 = (16)^{\frac{2x+5}{3}} - 47$

$4096 = 16^{\frac{2x+5}{3}}$

$16^3 = 16^{\frac{2x+5}{3}}$

$3 = \frac{2x+5}{3}$

$\frac{9-5}{2} = \boxed{x = 2}$

j) $106 = 5\left(\frac{1}{4}\right)^{-x+1} + 26$

$\frac{80}{5} = \left(\frac{1}{4}\right)^{-x+1}$

$16 = 4^{x-1}$

$4^2 = 4^{x-1}$

$2 = x-1$

$\boxed{3 = x}$

k) $\frac{267}{25} \geq {}^{-}8(5^{3x-8}) + 11$

$x \in [2, +\infty[$

l) $7121 > 7(4^{2x+5}) - 47$

$x \in]-\infty, 0[$