

# Document de révision

## Vision 2 L'optimisation

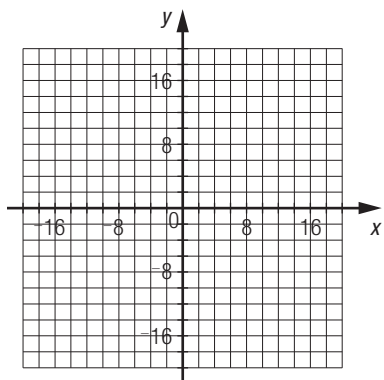


Sciences naturelles 5<sup>e</sup> secondaire

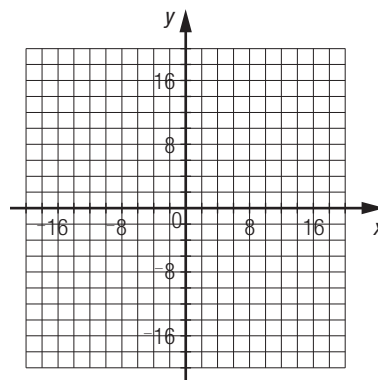
## Les systèmes d'équations et d'inéquations

**1** Dans chacune des situations, représentez graphiquement l'ensemble-solution du système d'inéquations.

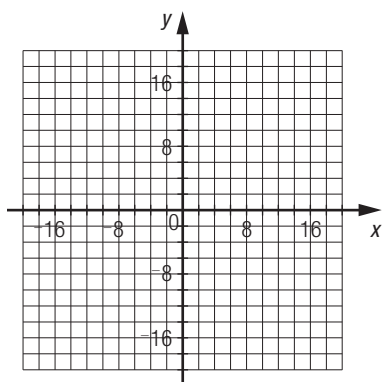
a)  $y \leq 3x - 5$   
 $y > \frac{1}{4}x + 4$



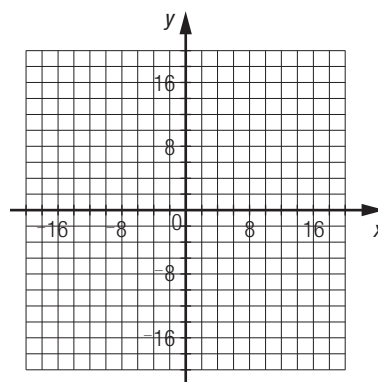
b)  $y < 2x + 4$   
 $y \leq 2x + 14$



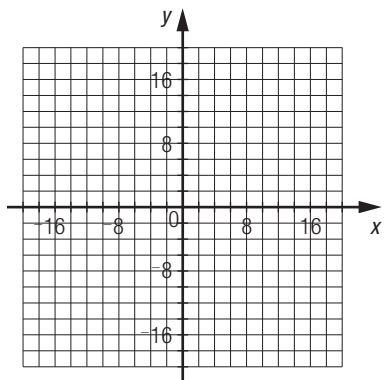
c)  $3x - 4y + 8 < 0$   
 $5x + y - 9 > 0$



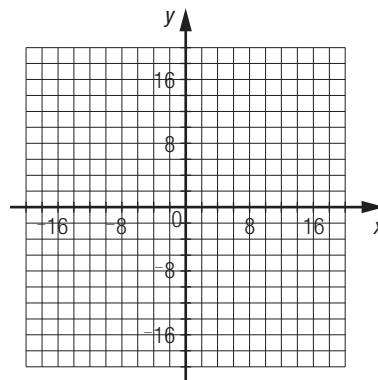
d)  $7x + y + 4 \geq 0$   
 $-6x + 8y + 104 < 0$



e)  $9x + 4y + 36 > 0$   
 $3x + 8y + 16 \geq 0$

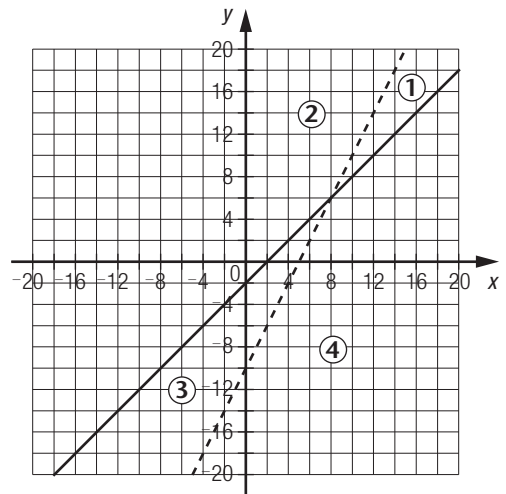


f)  $-x + 7y + 35 \leq 0$   
 $2x - y + 18 > 0$



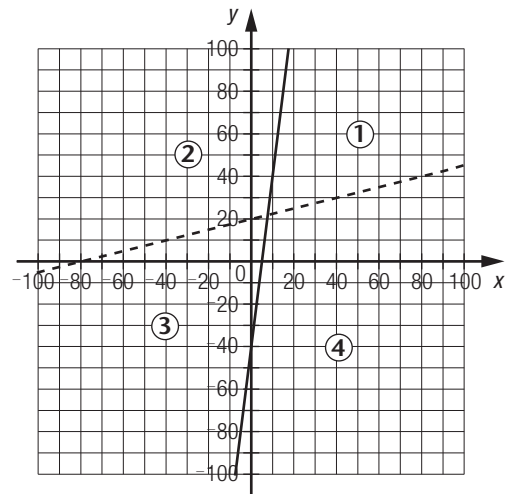
**2** a) Le graphique ci-contre montre les droites frontières d'un système formé de deux inéquations. Écrivez le système d'inéquations dont l'ensemble-solution correspond à :

- 1) la région ① ; \_\_\_\_\_
- 2) la région ② ; \_\_\_\_\_
- 3) la région ③ ; \_\_\_\_\_
- 4) la région ④. \_\_\_\_\_

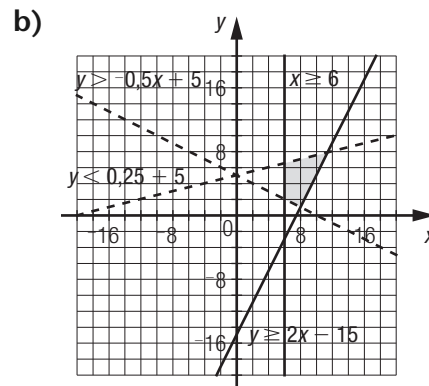
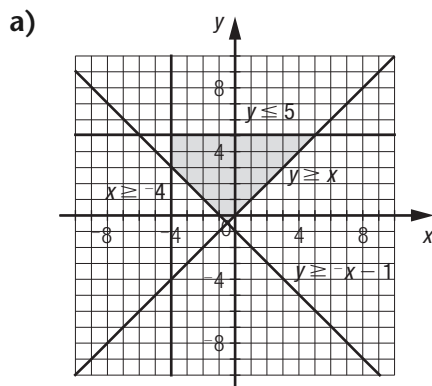


b) Le graphique ci-contre montre les droites frontières d'un système formé de deux inéquations. Écrivez le système d'inéquations dont l'ensemble-solution correspond à :

- 1) la région ① ; \_\_\_\_\_
- 2) la région ② ; \_\_\_\_\_
- 3) la région ③ ; \_\_\_\_\_
- 4) la région ④. \_\_\_\_\_

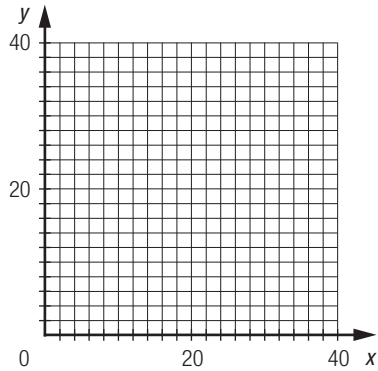


**3** Déterminez les coordonnées de chacun des sommets des polygones de contraintes suivants.

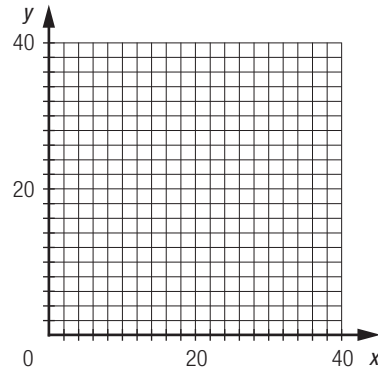


**4** Dans chaque cas, représentez l'ensemble-solution du système d'inéquations dans le plan cartésien en y indiquant les coordonnées de chacun des sommets du polygone de contraintes.

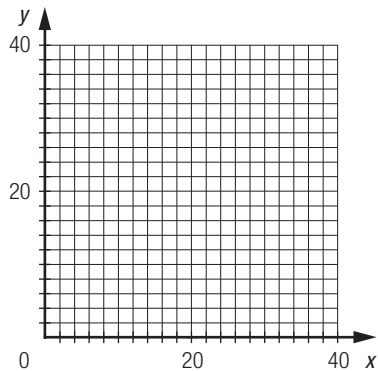
a)  $13x - 3y - 34 \geq 0$   
 $-11x - 13y + 526 \geq 0$   
 $x - 8y + 44 \leq 0$



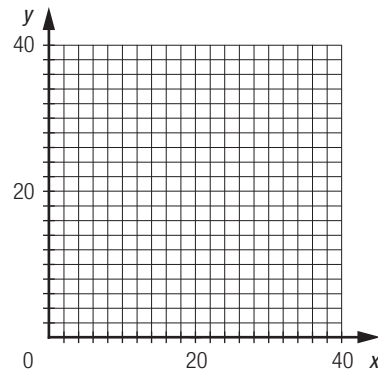
b)  $9x - 7y + 36 \geq 0$   
 $16x + 7y - 636 \leq 0$   
 $x + 2y - 46 \geq 0$



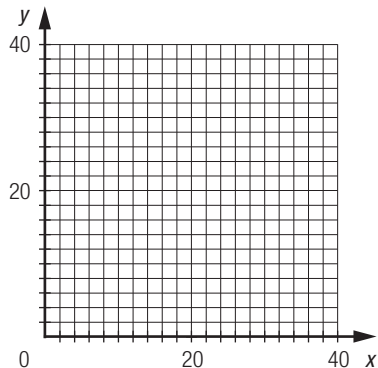
c)  $5x + 6y - 120 \geq 0$   
 $8x - 19y + 380 \geq 0$   
 $18x - 7y - 432 \leq 0$



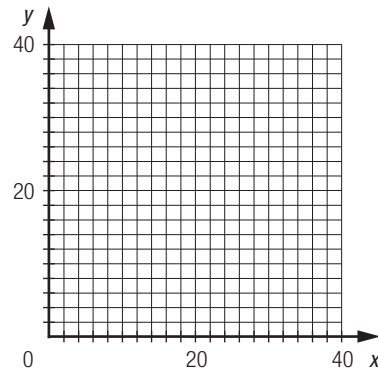
d)  $-4x - y + 48 \leq 0$   
 $y - 32 \leq 0$   
 $4x + y - 152 \leq 0$   
 $y - 8 \geq 0$



e)  $-18x - y + 76 \leq 0$   
 $x + 9y - 362 \leq 0$   
 $17x - 6y - 430 \leq 0$   
 $x + 11y - 48 \geq 0$



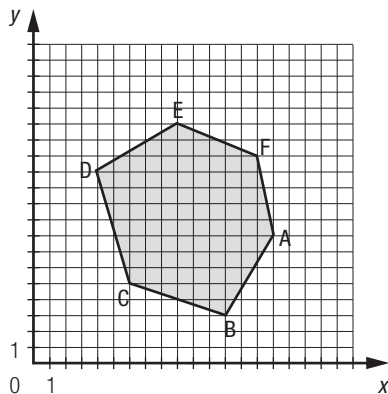
f)  $7x - 2y - 20 \geq 0$   
 $x - 4y + 116 \geq 0$   
 $-11x - 8y + 492 \geq 0$   
 $x - 4y + 12 \leq 0$



**5** Dans chaque cas, déterminez le ou les points dont les coordonnées engendrent :

- 1) la valeur maximale de la fonction à optimiser ;
- 2) la valeur minimale de la fonction à optimiser.

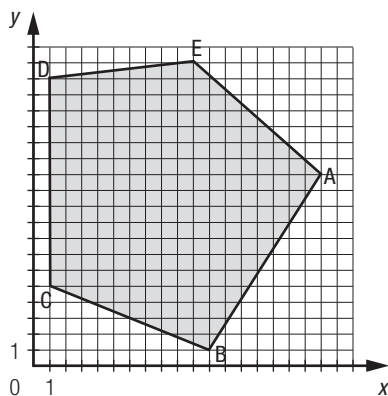
a)  $z = 6x - 10y$




1) \_\_\_\_\_

2) \_\_\_\_\_

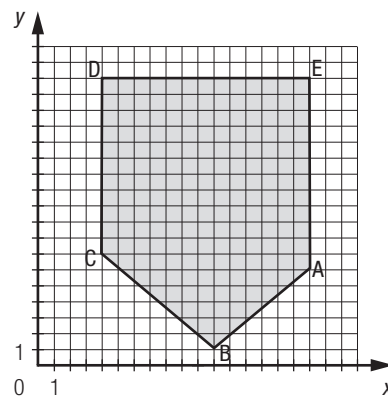
b)  $z = 3x + 8y$




1) \_\_\_\_\_

2) \_\_\_\_\_

c)  $z = -4x + 5y$



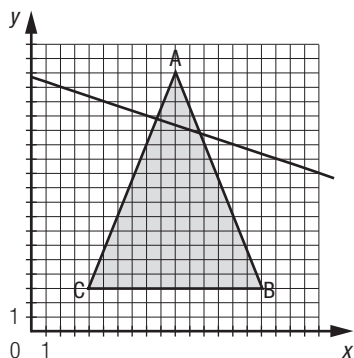

1) \_\_\_\_\_

2) \_\_\_\_\_

**6** Dans chacun des graphiques ci-dessous, on a tracé un polygone de contraintes ainsi qu'une droite baladeuse. Dans chaque cas, identifiez le sommet dont les coordonnées engendrent :

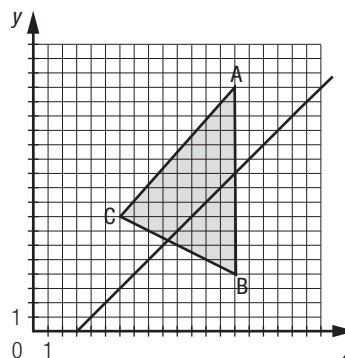
- 1) la valeur minimale de la fonction à optimiser ;
- 2) la valeur maximale de la fonction à optimiser.

a)  $z = x + 3y$



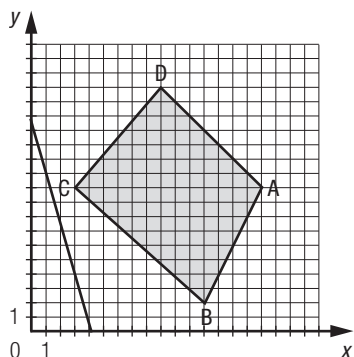
- 1) \_\_\_\_\_
- 2) \_\_\_\_\_

b)  $z = 4x - 4y$



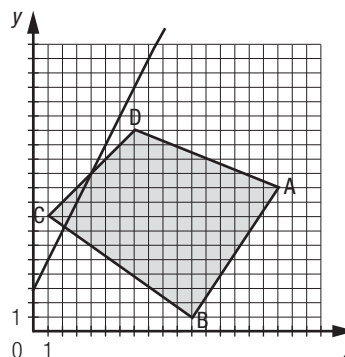
- 1) \_\_\_\_\_
- 2) \_\_\_\_\_

c)  $z = 7x + 2y$



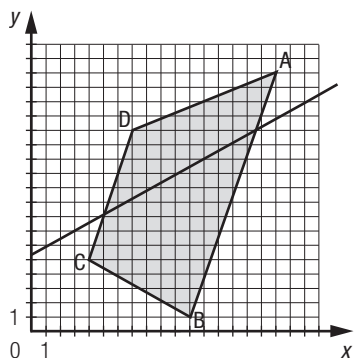
- 1) \_\_\_\_\_
- 2) \_\_\_\_\_

d)  $z = -6x + 3y$



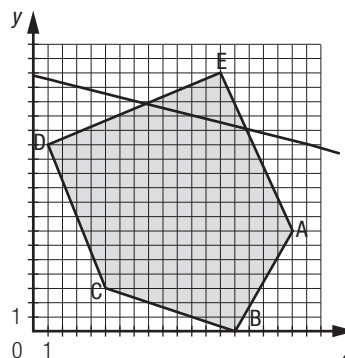
- 1) \_\_\_\_\_
- 2) \_\_\_\_\_

e)  $z = 5x - 9y$



- 1) \_\_\_\_\_
- 2) \_\_\_\_\_

f)  $z = -2x - 8y$



- 1) \_\_\_\_\_
- 2) \_\_\_\_\_

**7** Pour chacune des situations :

- 1) définissez chacune des variables ;
- 2) traduisez les contraintes par un système d'inéquations ;
- 3) établissez la règle de la fonction à optimiser en précisant si l'objectif est la recherche d'un minimum ou d'un maximum.

- a) Afin d'amasser le plus d'argent possible, un adolescent offre ses services de gardien d'enfants à deux familles. Il demande 6 \$ l'heure, mais ne désire pas travailler plus de 15 h par semaine. La famille A l'engage pour un minimum de 5 h par semaine, alors que la famille B l'engage pour un maximum de 10 h par semaine.

- 1) \_\_\_\_\_
- 2) \_\_\_\_\_
- 3) \_\_\_\_\_

- b) Une éleveuse produit des lapins nains et des lapins béliers. Le coût de production d'un lapin nain est de 15 \$ et celui d'un lapin bélier est de 13 \$. Le marché limite sa production à un maximum de 30 lapins et son budget de production est limité à 280 \$. Le prix de vente d'un lapin nain est de 25 \$ et celui d'un lapin bélier est de 20 \$. L'éleveuse veut maximiser ses profits.

- 1) \_\_\_\_\_
- 2) \_\_\_\_\_
- 3) \_\_\_\_\_

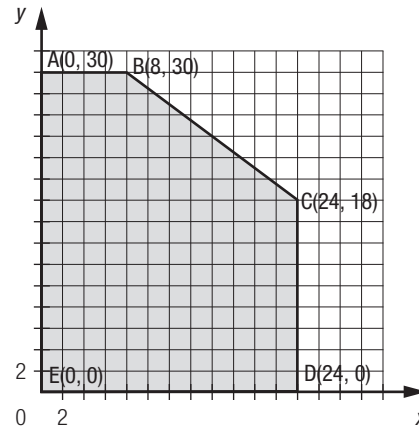
- c) Une galerie d'art organise une exposition de sculptures et de tableaux. La directrice désire exposer le plus grand nombre d'œuvres possible. Il y aura au moins 400 œuvres exposées, dont au moins 240 sculptures. Il y aura au moins 4 fois plus de sculptures que de tableaux. La valeur minimale des œuvres exposées est de 500 000 \$. La valeur moyenne des sculptures est de 1000 \$ et celle des tableaux est de 800 \$.

- 1) \_\_\_\_\_
- 2) \_\_\_\_\_
- 3) \_\_\_\_\_

**8** Dans chacun des cas, déterminez le ou les points dont les coordonnées engendrent :

- 1) la valeur maximale de la fonction à optimiser ;
- 2) la valeur minimale de la fonction à optimiser.

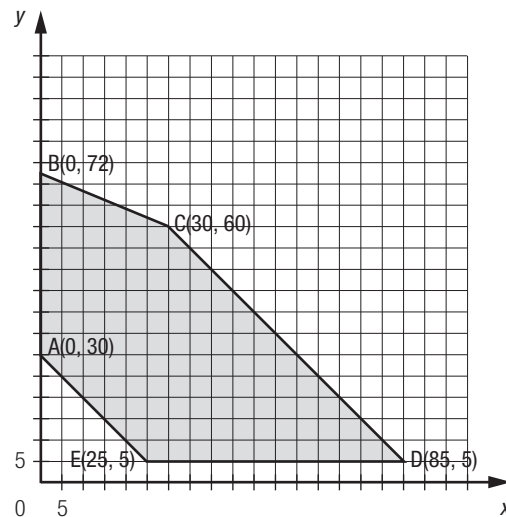
a)  $z = 25x + 45y$



1) \_\_\_\_\_

2) \_\_\_\_\_

b)  $z = 20x + 12y$



1) \_\_\_\_\_

2) \_\_\_\_\_

**9** On veut installer une clôture autour d'un terrain en forme de trapèze isocèle. Le coût d'installation d'une clôture en acier galvanisé est de 55 \$/m et celui d'une clôture en bois est de 42 \$/m. Le transport des matériaux coûte 98 \$ supplémentaires. En associant la mesure de chaque côté non parallèle du terrain à la variable  $y$ , la mesure de la grande base du trapèze à la variable  $x$ , et sachant que la petite base du trapèze mesure 6 m de moins que la grande base, écrivez la règle de la fonction à optimiser qui permet de calculer le coût d'installation d'une clôture où :

a) le côté correspondant à la grande base du trapèze serait en acier galvanisé et les trois autres côtés, en bois ;

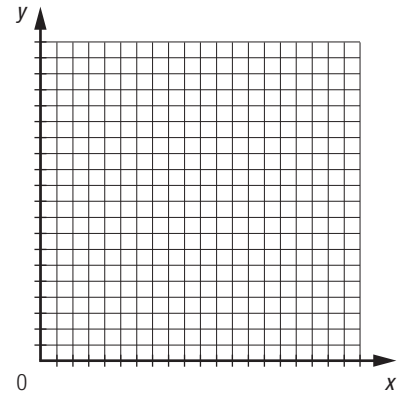
\_\_\_\_\_

b) tous les côtés seraient en acier galvanisé.

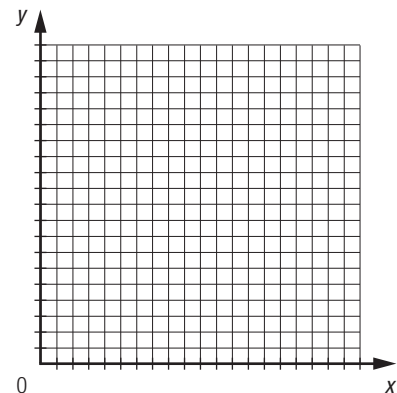
\_\_\_\_\_



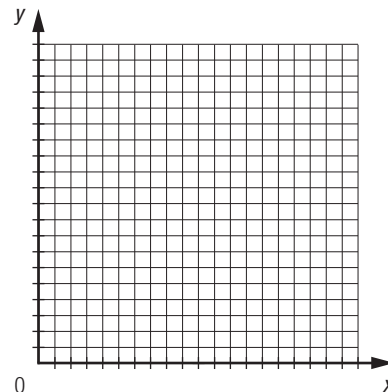
- 10** Pour faire de la confiture de fraises et de rhubarbe, il faut au moins 2 fois plus de fraises que de rhubarbe. On peut faire 3 kg de confiture avec 1 kg de fraises, alors que 1 kg de rhubarbe permet de faire 2 kg de confiture. On désire produire au moins 80 kg de confiture. On dispose de 24 kg de fraises et de 20 kg de rhubarbe. Les fraises se vendent 6 \$/kg et la rhubarbe, 2 \$/kg. Quel est le coût maximal à prévoir pour l'achat de ces deux ingrédients ?



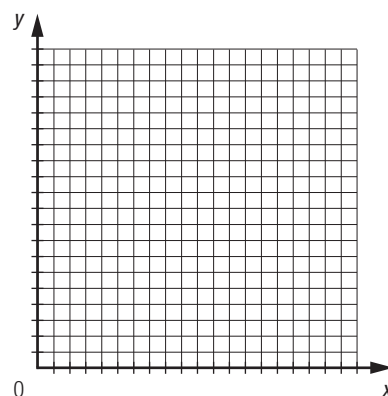
- 11** Une acéricultrice qui possède une petite érablière produit du sirop qu'elle vend à ses amis. Elle offre le sirop dans des contenants de 1 L et de 3 L. Cette année, elle a produit au moins 60 L de sirop. Elle ne veut pas remplir plus de 60 contenants. Au cours des années antérieures, elle a observé que le format de 1 L est au moins 3 fois plus populaire que le format de 3 L. Elle vend son sirop 12 \$ le contenant de 1 L et 30 \$ le contenant de 3 L. Calculez le nombre de contenants de chaque format qui lui permettra de réaliser des ventes maximales.



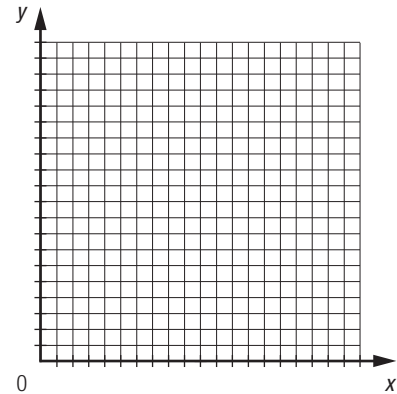
- 12** Une adolescente a le choix entre deux emplois. L'emploi A est rémunéré 8 \$/h pour les heures normales de travail et 12 \$/h pour les heures supplémentaires. L'emploi B rapporte 7 \$/h pour les heures normales de travail et 14 \$/h pour les heures supplémentaires. L'adolescente veut travailler au moins autant d'heures normales que d'heures supplémentaires. Elle est disponible pour travailler au plus 24 h par semaine et désire travailler au moins 12 h par semaine. Quel emploi offre un salaire maximal ?



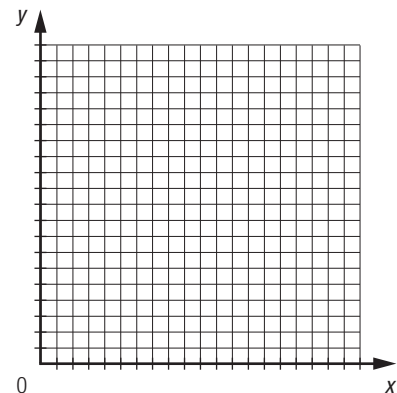
- 13** Un éleveur produit des porcs et des sangliers. Son assurance ne couvre pas plus de 2200 têtes. Les installations disponibles font en sorte que la différence entre le nombre de porcs et le nombre de sangliers élevés en même temps ne peut pas dépasser 1200 têtes. Le marché du sanglier est tel que sa production ne peut pas excéder le quart de la production porcine. Le profit estimé pour un sanglier est de 175 \$, alors qu'il est de 120 \$ pour un porc. Déterminez le nombre de porcs et le nombre de sangliers que cet éleveur devrait produire afin de maximiser ses profits.



- 14** Un imprimeur demande 10 ¢ par page en noir et blanc et 25 ¢ par page en couleurs pour imprimer un album de finissants. Il y a des frais de 5 \$ par album pour la reliure. Les finissants désirent un album qui comporte au moins 30 pages et au plus 90 pages, dont au moins 5 pages sont en couleurs. Le rapport entre le nombre de pages en noir et blanc et le nombre de pages en couleurs ne peut pas dépasser 3 pour 2. Combien de pages en noir et blanc et de pages en couleurs l'album comportera-t-il si l'imprimeur veut minimiser son coût ?

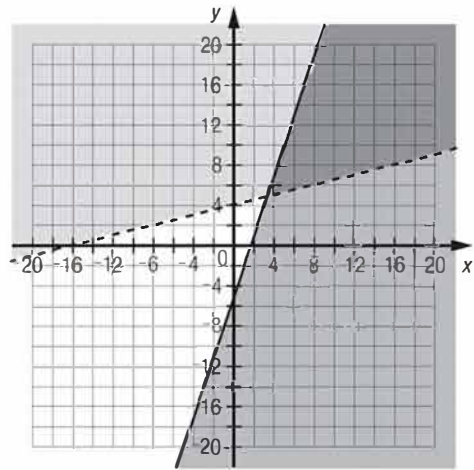


- 15** Un couturier dispose de 80 m<sup>2</sup> de coton, de 12 m<sup>2</sup> de toile et de 288 m de fil. La confection d'un complet nécessite 4 m<sup>2</sup> de coton, 0,8 m<sup>2</sup> de toile et 24 m de fil. La confection d'un tailleur nécessite 5 m<sup>2</sup> de coton, 0,8 m<sup>2</sup> de toile et 16 m de fil. Le couturier vend un complet 500 \$ et un tailleur 450 \$. Combien de complets et de tailleurs doit-il confectionner pour maximiser son revenu ?

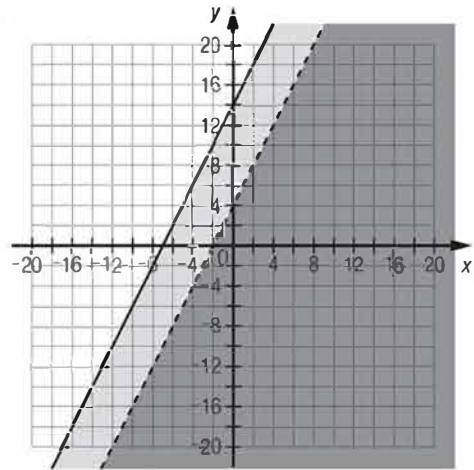


Révision (suite)

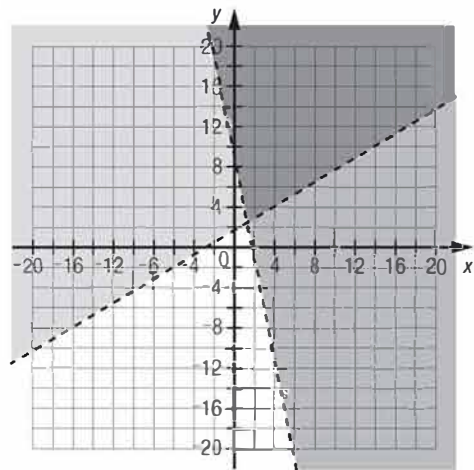
1. a)



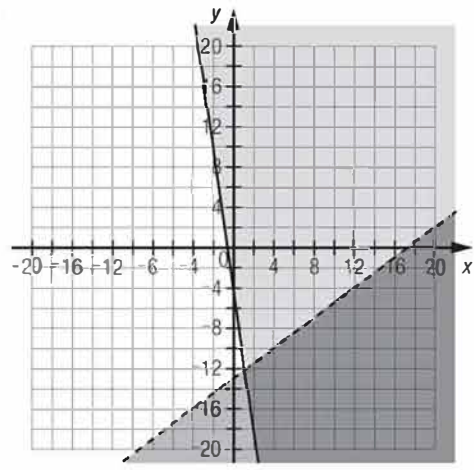
b)



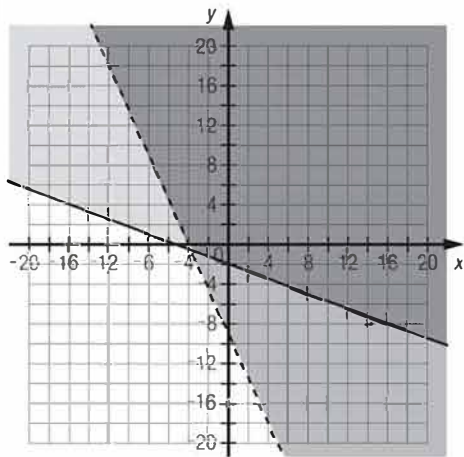
c)



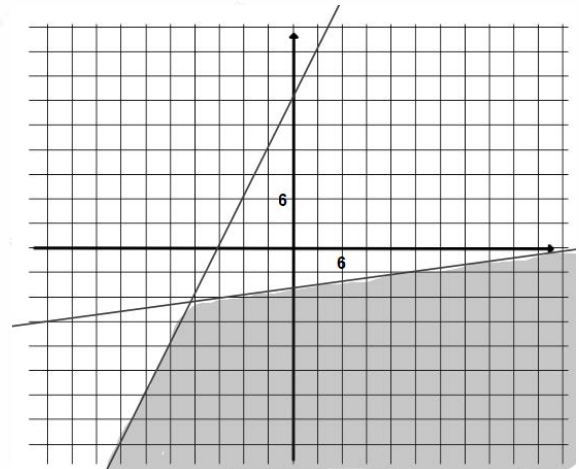
d)



e)



f)



2. a) 1)  $y \geq x - 2$  et  $y < 2x - 10$

2)  $y \geq x - 2$  et  $y > 2x - 10$

3)  $y \leq x - 2$  et  $y > 2x - 10$

4)  $y \leq x - 2$  et  $y < 2x - 10$

3. a)  $A(-4, 5)$ ,  $B(-4, 3)$ ,  $C(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$ ,  $D(5, 5)$

b) 1)  $y \leq 8x - 40$  et  $y > \frac{1}{4}x + 20$

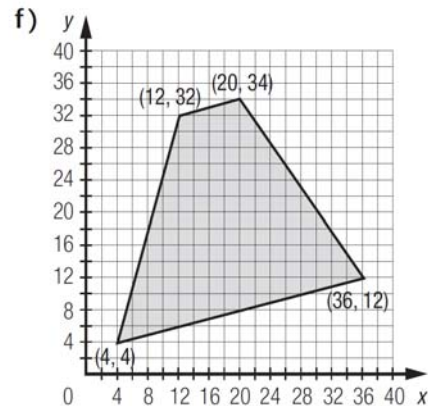
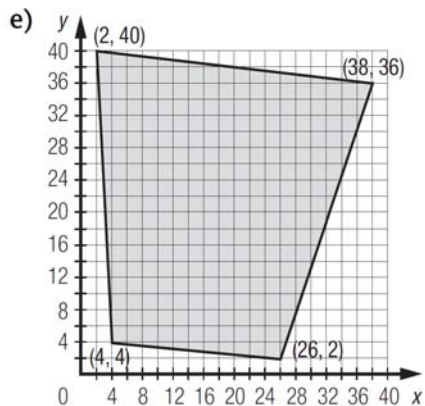
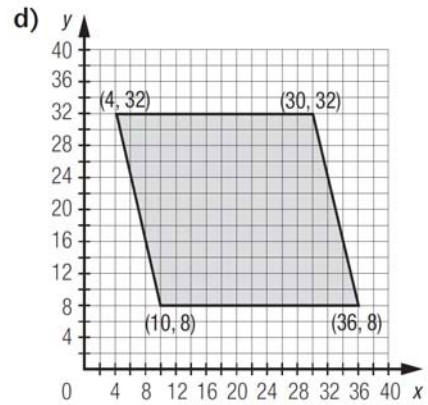
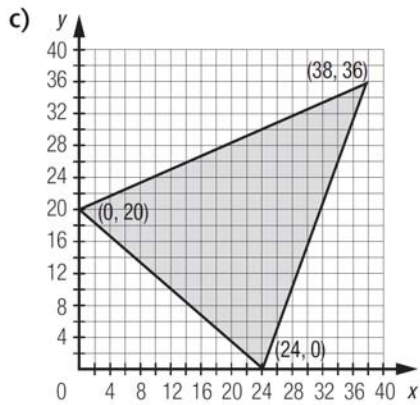
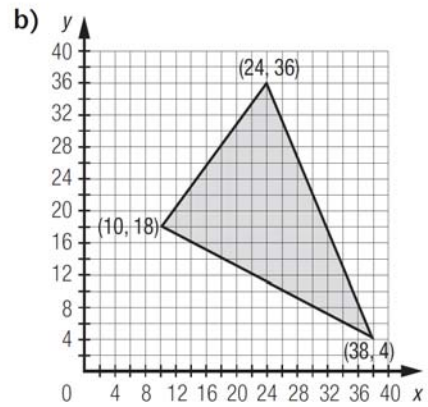
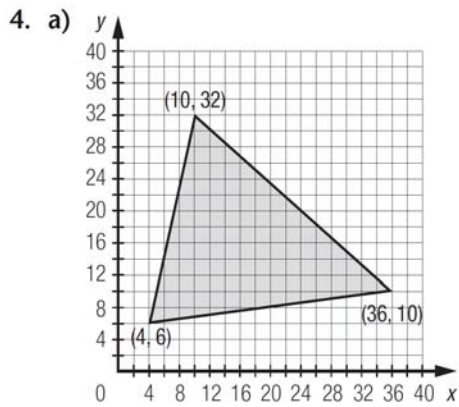
2)  $y \geq 8x - 40$  et  $y > \frac{1}{4}x + 20$

3)  $y \geq 8x - 40$  et  $y < \frac{1}{4}x + 20$

4)  $y \leq 8x - 40$  et  $y < \frac{1}{4}x + 20$

b)  $A(6, 2)$ ,  $B(6, 6, 5)$ ,  ~~$C(12, 9)$~~ ,  $D(8, 1)$   
 $C(80/7, 55/7)$

Révision (suite)



5. a) 1) Le sommet B.  
2) Tous les points du segment DE.
- b) 1) Le sommet E.  
2) Le sommet B.
- c) 1) Le sommet D.  
2) Le sommet B.

Révision (suite)

Page 1

6. a) 1) C  
2) A
- b) 1) A  
2) B
- c) 1) C  
2) A
- d) 1) A  
2) C
- e) 1) D  
2) B
- f) 1) E  
2) B

Révision (suite)

Page 1

7. a) 1)  $x$ : nombre d'heures de gardiennage chez la famille A  
 $y$ : nombre d'heures de gardiennage chez la famille B  
2)  $y \geq 0$        $x + y \leq 15$        $x \geq 5$        $y \leq 10$   
3)  $z$ : revenu à maximiser (\$)   
 $z = 6x + 6y$
- b) 1)  $x$ : nombre de lapins nains  
 $y$ : nombre de lapins béliers  
2)  $x \geq 0$        $y \geq 0$        $x + y \leq 30$        $15x + 13y \leq 280$   
3)  $z$ : profit à maximiser (\$)   
 $z = 10x + 7y$
- c) 1)  $x$ : nombre de sculptures  
 $y$ : nombre de toiles  
2)  $x \geq 0$        $y \geq 0$        $x + y \geq 400$        $x \geq 240$        $x \geq 4y$        $1000x + 800y \geq 500\,000$   
3)  $z$ : revenu à maximiser   
 $z = 1000x + 800y$
8. a) 1) B (8, 30)  
2) E (0, 0)
- b) 1) D (85, 5)  
2) A (0, 30)
9. a)  $z = 97x + 84y - 154$       b)  $z = 110x + 110y - 232$
10. On doit prévoir un maximum de ~~182~~ 168\$ pour l'achat de fraises et de rhubarbe.
11. L'acériculteur doit verser son sirop dans 45 contenants de 1 L et 15 contenants de 3 L pour maximiser son profit.
12. L'adolescente pourra espérer un salaire de 252 \$ avec l'emploi B.
13. L'éleveur devrait produire 1600 porcs et 400 sangliers pour un profit de 262 000 \$.
14. L'album des finissants contiendra 18 pages en noir et blanc ainsi que 12 pages en couleurs pour minimiser le coût à 9,80 \$ par album.
15. Le couturier devrait confectionner 6 complets pour hommes et 9 tailleurs pour dames pour maximiser son revenu à 7050 \$.