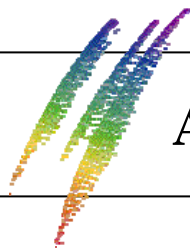
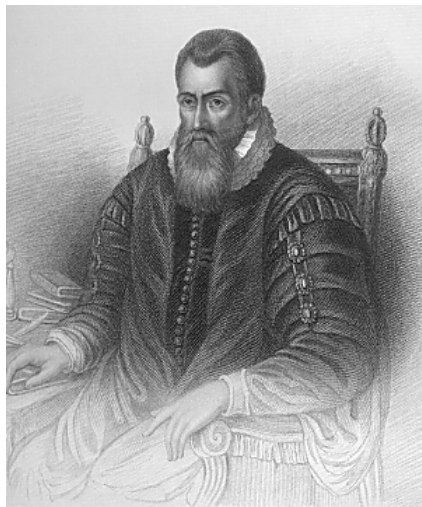


# Exercices préparatoires

## Logarithme



**ATHÉMATIQUE SN5**

Nom : \_\_\_\_\_ Groupe : \_\_\_\_\_

## Propriétés des logarithmes

1- Soit l'expression  $\log(3x^4) + \log\left(\frac{3}{x}\right) - 2\log(3x^2)$

**Laquelle des expressions suivantes lui est équivalente ?**

a)  $\log x$       b)  $\log 3x$       c)  $-\log x$       d)  $\log(3/x)$

2- Soit l'expression  $\log_3 27 + \log_3 \sqrt{27} + 2\log_{\frac{1}{9}} 81 + \log_3 9^2$

**Quelle est la valeur numérique de cette expression ?**

3- Soit les expressions suivantes :

1)  $\log_2 4 + \log_2 8 = 5$

2)  $\log a^3 - \log b^2 = 6(\log a - \log b)$

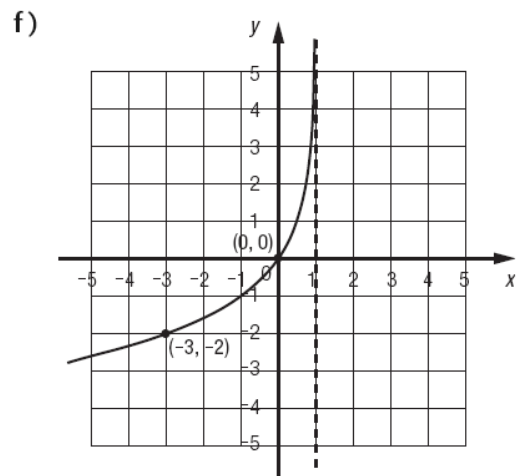
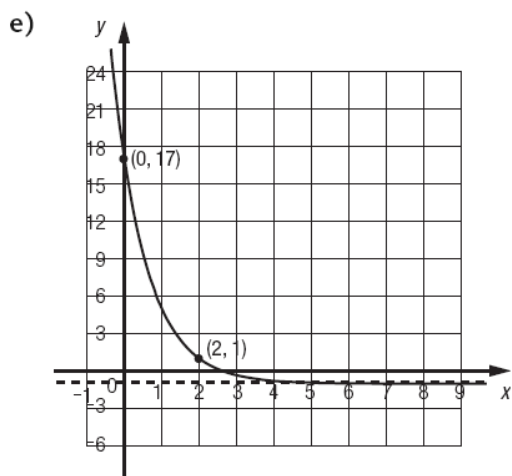
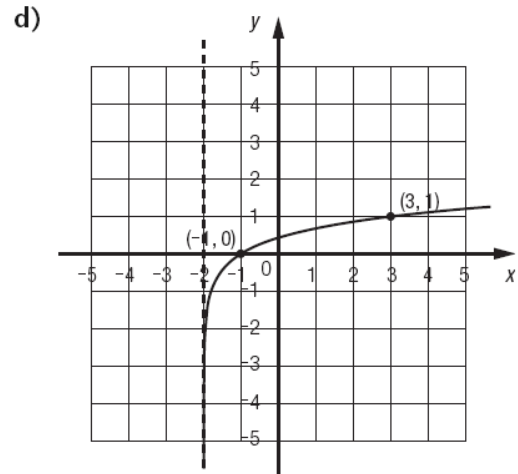
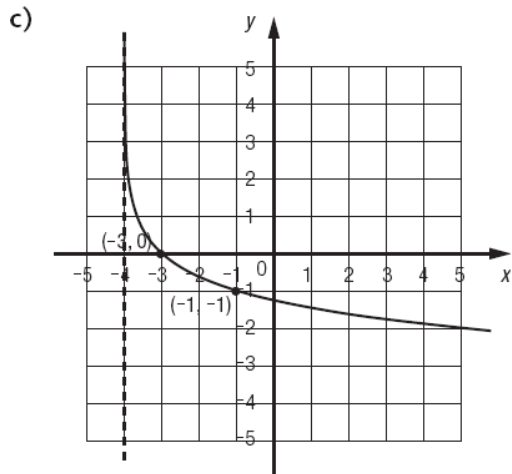
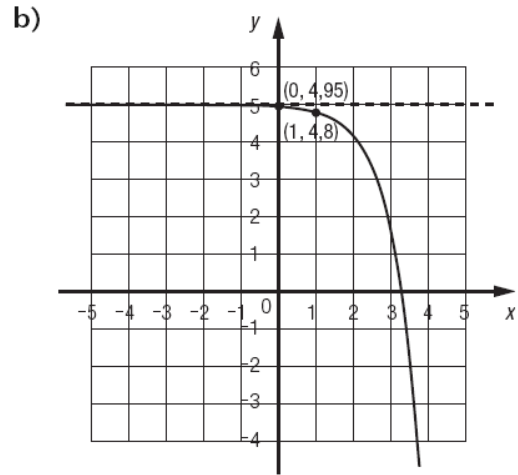
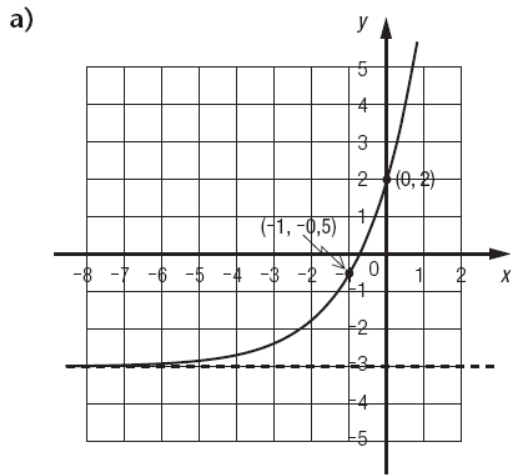
3)  $\log_2\left(\frac{6a}{b^2}\right) = \log_2 6a - 2\log_2 b$

4)  $\ln(\log_a a) = 0$

5)  $\log_3 3x^2 = 2\log_3 3x$

**Parmi les équations ci-dessus, lesquelles sont vraies ?**

**6** Déterminez la règle des fonctions exponentielles ou logarithmiques représentées ci-dessous.



**7** Réécrivez chacune des expressions suivantes à l'aide d'un seul logarithme de la forme  $\log_c m^n$ .

a)  $\log_5 3 + \log_5 3$

b)  $\log_9 9^3 - \log_9 9^2$

c)  $2 \log_3 x + \log_3 x^5$

d)  $4 \log_2 y^2 - 2 \log_2 y^3$

e)  $2 \log_x 3 - \log_x 3^2$

f)  $3 \log_4 2 + 2 \log_4 8 - \log_4 2$

**8** Résolvez les équations suivantes.

a)  $\log_4(2x - 3) = 1$

b)  $\log(x - 24) = 2$

c)  $\log_5(x + 14)^2 = 6$

d)  $3^{4x-1} = 78$

e)  $\log_{\frac{1}{3}}(x + 5) = -1,4$

f)  $2^{3x} = 5^{x-2}$

**9** Pour chacune des fonctions suivantes, déterminez la règle de sa réciproque.

a)  $f(x) = 0,4^x + 16$

b)  $g(x) = \ln(x + 9) + 7$

\_\_\_\_\_

c)  $h(x) = 6(5)^{x-3} + 8$

\_\_\_\_\_

d)  $i(x) = \log(2x + 4) - 12$

\_\_\_\_\_

e)  $j(x) = \log_2(x - 6) + 5$

\_\_\_\_\_

f)  $k(x) = 0,25(3)^{x+2} - 11$

**10** Résolvez les équations suivantes.

a)  $\log_4(x + 5) + \log_4 3 = 2$

b)  $\log(x + 1)^2 - 2 = \log(x + 1)$

\_\_\_\_\_

c)  $\log_2 32 + \log_3(x - 6) + \log_4 16 = 11$

\_\_\_\_\_

d)  $(\ln e^2)(\ln x^3) - \ln x + 3 = 7$

\_\_\_\_\_

e)  $\log_3 x^6 + \log_3 x = \log_3 x + 1$

\_\_\_\_\_

f)  $\log_5(x + 1)^2 + \log_5(x + 1) = 2$

**11** Résolvez les inéquations suivantes.

a)  $1,4(6)^x - 10 \geq 40,4$

b)  $5 \log_4(x + 9) < 12,5$

c)  $-3(5)^x + 11 > -4$

d)  $4 \log_{\frac{1}{3}}(x + 7) + 5 \leq -3$

e)  $0,4 \ln(11 - x) + 7 \geq 9$

f)  $1,1(3)^x + 8 > 10$

g)  $0,04(5)^{2x+1} - 60 < 565$

h)  $5 \log_6 3(x + 6) - 4 \leq 11$

**12** Selon une étude démographique, la population d'une ville de banlieue de 25 000 habitants augmente de 5 % chaque année.

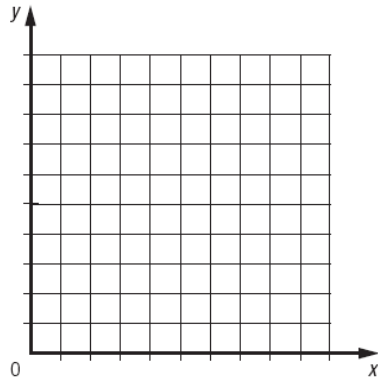
a) Déterminez la règle de la fonction associée à cette situation.

b) Quelle sera la population de cette ville dans 3 ans ?

c) Dans combien d'années la population de la ville atteindra-t-elle 35 000 habitants ?

**13** Des biologistes ont découvert que la grandeur  $G$  (en dm) d'une plante varie selon la règle  $G = \log_2(x + 1)$ , où  $x$  représente le temps écoulé (en semaines).

a) Tracez le graphique de cette situation.



b) Quelle est la longueur de la plante après :

1) 4 semaines ?

2) 8 semaines ?

\_\_\_\_\_

c) Après combien de temps la plante aura-t-elle une hauteur de 2,8 dm ?

\_\_\_\_\_

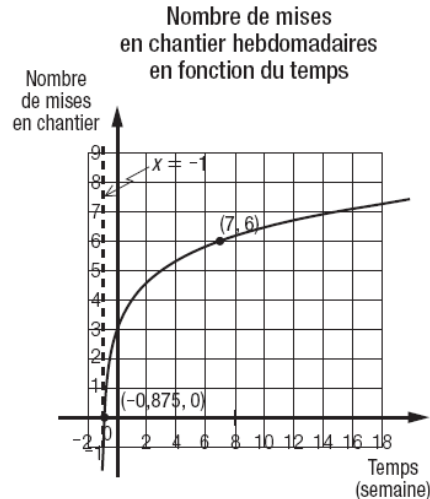
d) Pendant combien de temps la hauteur de plante sera-t-elle inférieure à 15 cm ?

\_\_\_\_\_

e) Quelle règle permet de déterminer le temps de croissance d'une plante en fonction de sa hauteur ?

\_\_\_\_\_

**15** Une municipalité propose des mesures fiscales afin d'augmenter le nombre de nouvelles mises en chantier de résidences unifamiliales sur son territoire. Le graphique ci-contre présente les prévisions de la municipalité concernant cette mesure.



a) Combien de mois après la mise en place de cette mesure y aura-t-il 8 nouvelles mises en chantier hebdomadaires ?

\_\_\_\_\_

b) La municipalité veut obtenir 12 nouvelles mises en chantier hebdomadaires dans 5 ans. Cet objectif est-il réaliste ? Expliquez votre réponse.

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

**16** Pour les études de son fils, Sylvie place 5000 \$ à un taux d'intérêt de 6 % composé annuellement. Elle garde également un avoir de 457 \$ qu'elle lui remettra lorsqu'il utilisera le placement de 5000 \$.

a) Établissez la règle de la fonction qui permet de calculer l'avoir de son fils en fonction du temps écoulé (en mois) depuis le début du placement.

\_\_\_\_\_

b) Lorsque son fils aura 18 ans, Sylvie lui remettra une somme de 13 790,75 \$. Quel âge avait le fils au moment du placement initial ?

\_\_\_\_\_

c) Déterminez le moment où le montant remis à son fils correspondra au double du montant initial correspondant à la règle établie en a).

\_\_\_\_\_

d) Si son fils utilise plutôt cet argent pour acheter sa première maison à 26 ans, quel montant pourra-t-il investir dans l'achat de sa résidence ?

\_\_\_\_\_



**17** À l'aide de la table de valeurs ci-dessous, Audrey a suivi l'évolution d'un de ses placements en indiquant sa valeur en fonction du nombre d'années écoulées. Elle a remarqué que la valeur de son placement suivait une courbe exponentielle de la forme  $f(x) = ac^x$ .

Valeur du placement

Nombre d'années écoulées	Valeur (\$)
0	4 000
1	4 200
2	4 410
3	4 630,50

a) Quelle est la règle de la fonction qui permet de calculer la valeur du placement en fonction du nombre d'années écoulées ?

\_\_\_\_\_

b) Combien d'argent Audrey avait-elle placé initialement ?

\_\_\_\_\_

c) Quel est le pourcentage d'intérêt annuel de ce placement ?

\_\_\_\_\_

d) Dans ces conditions, quelle sera la valeur du placement dans :

1) 7 ans ?

2) 11 ans ?

\_\_\_\_\_

e) Dans combien d'années le placement vaudra-t-il 5910 \$ ?

\_\_\_\_\_

f) Quelle est la règle de la fonction qui permet de calculer le nombre d'années écoulées en fonction de la valeur du placement ?

\_\_\_\_\_

**18** Les profits quotidiens d'un magasin de rénovation, à partir du moment où il ouvre ses portes, varient selon la fonction  $f(x) = 10\,000 \log_4(x + 8) - 15\,000$ , où  $x$  représente le nombre d'heures écoulées depuis l'ouverture et  $f(x)$  représente les profits (en \$).

a) Déterminez les profits 3 heures après l'ouverture.

\_\_\_\_\_

b) Après combien de temps les profits sont-ils de 5850 \$ ?

\_\_\_\_\_

c) Si le magasin ouvre ses portes de 9 h à 21 h, déterminez ses profits à la fin de la journée.

\_\_\_\_\_

## Corrigé

### Propriétés des logarithmes

1- c

2- 4,5

3- 1, 3 et 4

Révision (suite)

Page 16

6. a)  $f(x) = 5(2)^x - 3$       b)  $g(x) = -0,05(4)^x + 5$       c)  $f(x) = \log_{\frac{1}{3}}(x + 4)$   
d)  $g(x) = \log_5(x + 2)$       e)  $h(x) = 18\left(\frac{1}{3}\right)^x - 1$       f)  $i(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x - 1)$

Révision (suite)

Page 17

7. a)  $\log_5 3^2$       b)  $\log_9 9$       c)  $\log_3 x^7$   
d)  $\log_2 y^2$       e) 0      f)  $\log_4 2^8$
8. a)  $x = 3,5$       b)  $x = 124$       c)  $x = 111$   
d)  $x \approx 1,24$       e)  $x \approx -0,34$       f)  $x \approx -6,85$

Révision (suite)

Page 18

9. a)  $f^{-1}(x) = \log_{0,4}(x - 16)$       b)  $g^{-1}(x) = e^{x-7} - 9$   
c)  $h^{-1}(x) = \log_{\frac{1}{6}}(x - 8) + 1$       d)  $i^{-1}(x) = \frac{1}{2}(10)^{x+12} - 2$   
e)  $j^{-1}(x) = (2)^{x-5} + 6$       f)  $k^{-1}(x) = \log_3 4(x + 11) - 2$
10. a)  $x = \frac{1}{3}$       b)  $x = 99$       c)  $x = 87$   
d)  $x \approx 2,22$       e)  $x = 3^{\frac{1}{8}} \approx 1,2$       f)  $x \approx 1,92$

Révision (suite)

Page 19

11. a)  $x \geq 2$       b)  $-9 < x < 23$       c)  $x < 1$       d)  $x \geq 29$   
e)  $x \in ]-\infty, \approx -137,41]$       f)  $x \in ]\approx 0,54, +\infty[$       g)  $] -\infty, 2,5[$       h)  $] -6, 66]$

12. a)  $f(x) = 25\,000(1,05)^x$

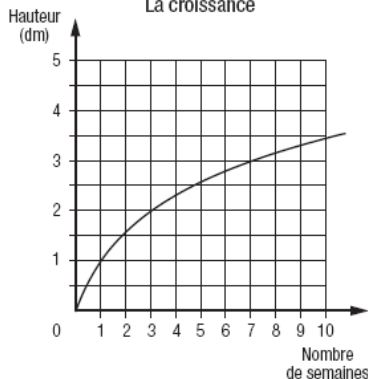
b)  $f(3) = 25\,000(1,05)^3$   
 $f(3) = 28\,940$   
 28 940 habitants

c)  $35\,000 = 25\,000(1,05)^x$   
 $1,4 = 1,05^x$   
 $x = \log_{1,05} 1,4$   
 $x \approx 6,89$   
 $\approx 7$  ans

Révision (suite)

Page 20

13. a) **La croissance**



b) 1)  $f(4) = \log_2(4 + 1)$

$f(4) = 2,32$   
 2,32 dm

2)  $f(5) = \log_2(5 + 1)$

$f(5) = 3,17$   
 3,17 dm

c)  $2,8 = \log_2(x + 1)$

$5,96 \approx x$   
 Après environ 6 semaines.

d)  $\log_2(x + 1) < 1,5$

Pendant environ 2 semaines.

e)  $f(x) = 2^x - 1$

14. a)  $f(x) = 2(0,75)^x + 1,8$

b) L'asymptote représente la hauteur de la table par rapport au sol.

c) La valeur initiale représente la hauteur de laquelle la balle tombe par rapport au sol.

Révision (suite)

Page 21

15. a) Après 31 mois, il y aura 8 nouvelles mises en chantier hebdomadaires.

b) Non, l'objectif est impossible à atteindre. Dans 5 ans, selon les prévisions, il y aura approximativement 9 nouvelles mises en chantier hebdomadaires.

16. a)  $f(x) = 5000(1,06)^{\frac{x}{12}} + 457$ , où  $x$  correspond au temps écoulés (en mois) depuis le début du placement et  $f(x)$  correspond au montant total remis (en \$).

b) Le fils avait 14 mois lors de l'investissement.

c) Il faut environ 11 ans et 1 mois pour que le montant double.

d) Le fils aurait 21 708,96 \$ à investir dans sa résidence.

Révision (suite)

Page 22

17. a)  $f(x) = 4000(1,05)^x$

b) Elle avait placé 4000 \$.

c) Le pourcentage d'intérêt annuel est de 5 %.

d) 1)  $f(7) = 4000(1,05)^7$

La valeur du placement sera de 5628,40 \$.

2)  $f(11) = 4000(1,05)^{11}$

La valeur du placement sera de 6841,36 \$.

e)  $5910 = 4000(1,05)^x$

$\log_{1,05} 1,4775 = x$

La valeur du placement sera de 5910 \$ dans environ 8 ans.

f)  $f^{-1}(x) = \log_{1,05} \left( \frac{x}{4000} \right)$

18. a)  $f(3) = 10\,000 \log_4(3 + 8) - 15\,000$

Les profits sont de 2 297,16 \$.

b)  $5850 = 10\,000 \log_4(x + 8) - 15\,000$

$42,085 = x + 8$

Les profits sont de 5 850 \$ 10 heures après l'ouverture du magasin.

c)  $f(12) = 10\,000 \log_4(12 + 8) - 15\,000$

Les profits s'élèvent à 6609,64 \$ à la fin de la journée.