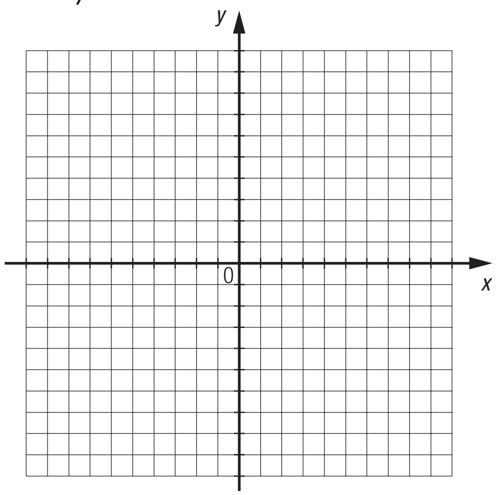
Nom : ______________________________

Groupe : ________________ Date : ____________

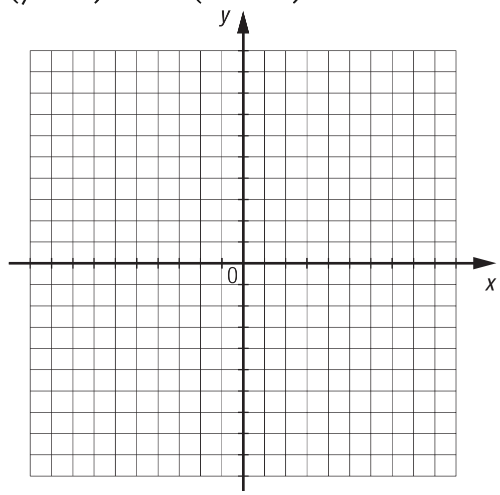
Les coniques

1 Représentez graphiquement les coniques suivantes :

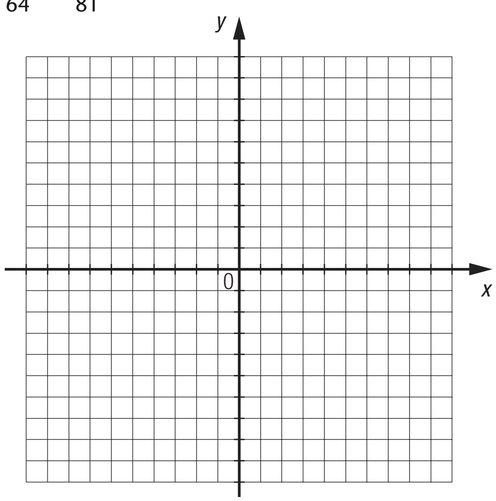
a) $x^2 + y^2 = 289$



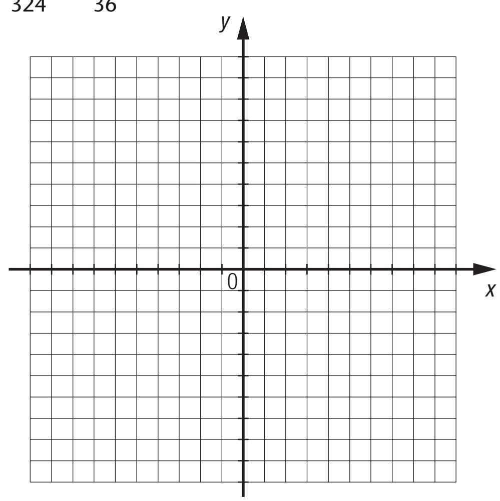
b) $(y + 2)^2 = 18(x + 15)$



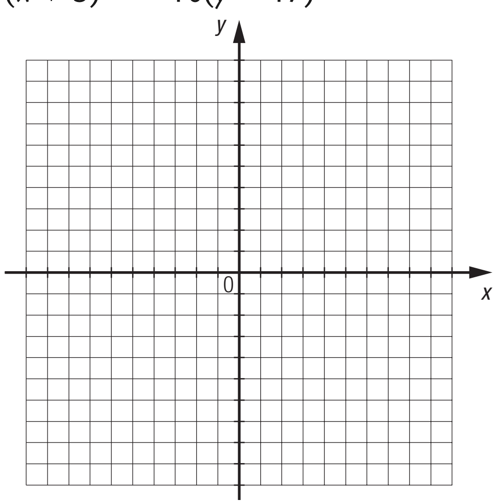
c) $\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{81} = {}^{-}1$



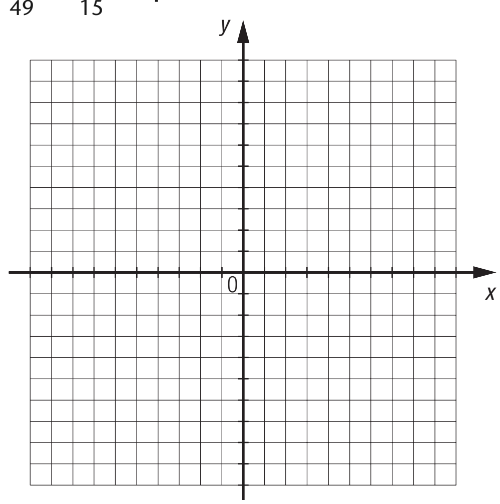
d) $\frac{x^2}{324} + \frac{y^2}{36} = 1$



e) $(x + 5)^2 = {}^{-}10(y - 17)$



f) $\frac{x^2}{49} - \frac{y^2}{15} = 1$

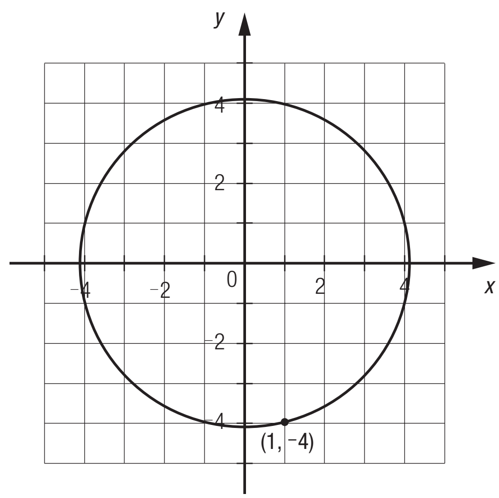


2 Dans chaque cas, déterminez le rayon du cercle.

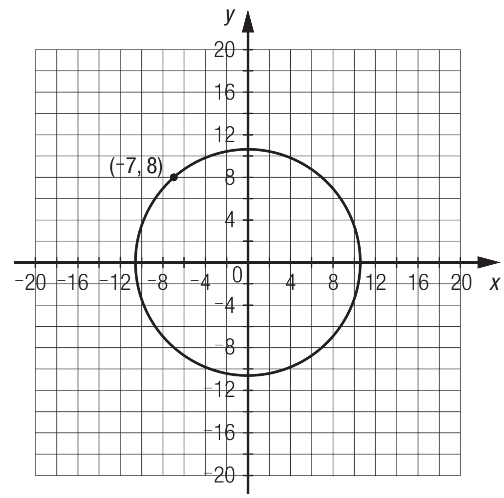
a) $x^2 + y^2 = 169$

b) $x^2 + y^2 = 200$

c)

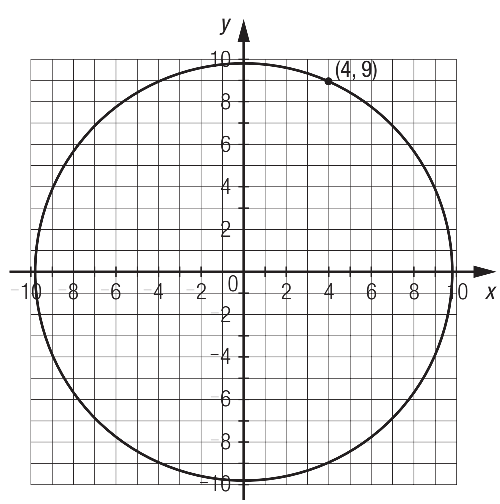


d)

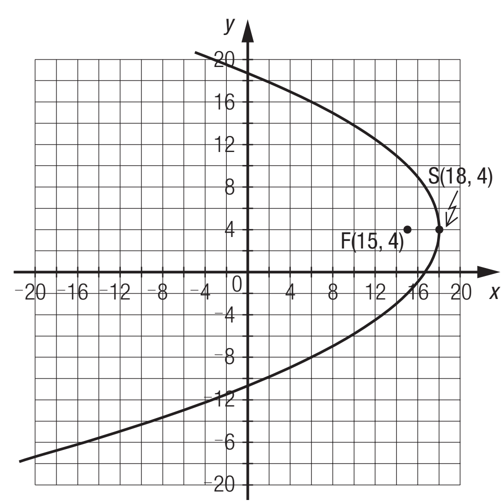


3 Établissez l'équation de chacune des coniques illustrées ci-dessous

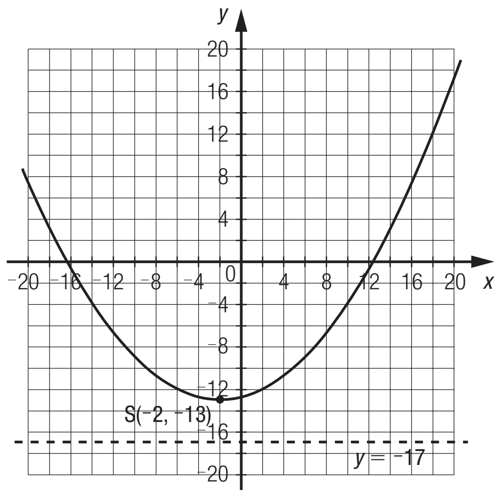
a)



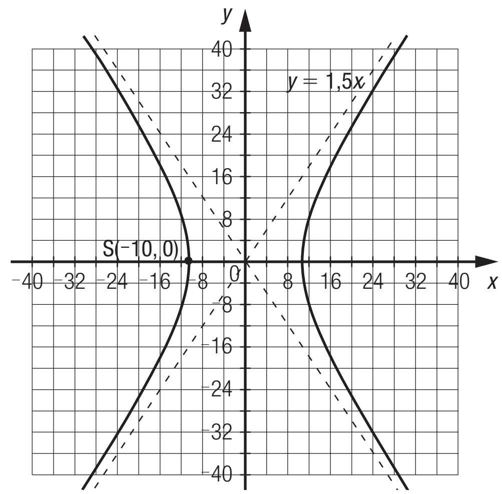
b)



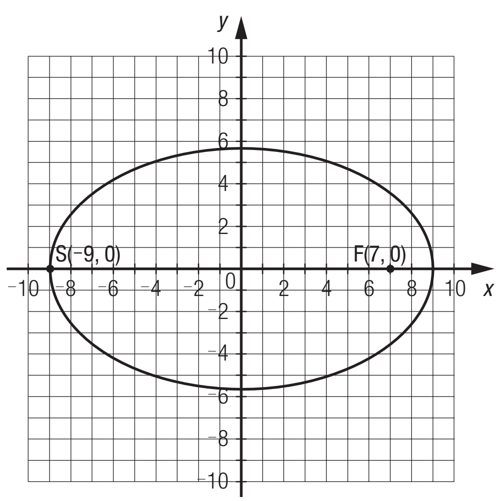
c)



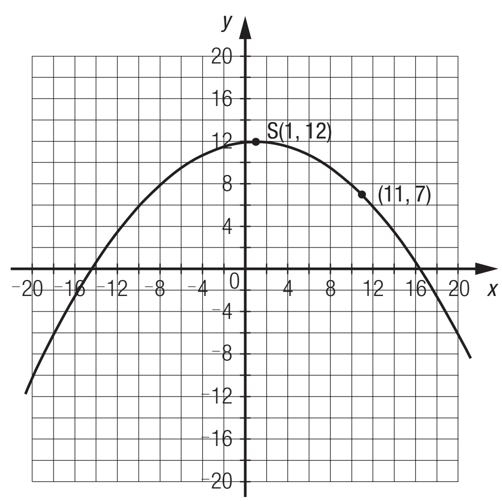
d)



e)



f)

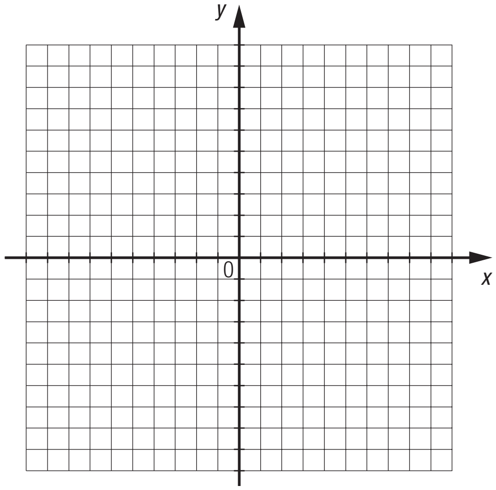


Nom : ______________________________

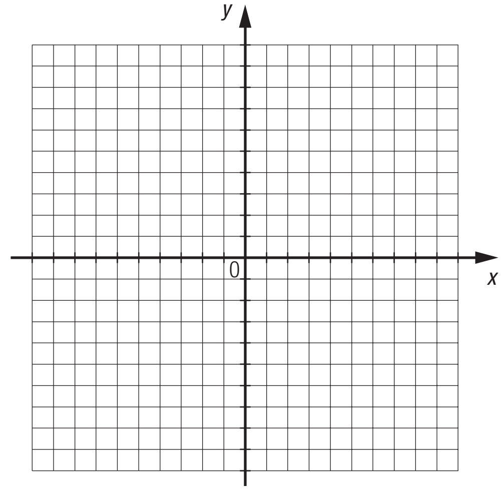
Groupe : ______________ Date : ____________

4 Représentez graphiquement les inéquations suivantes :

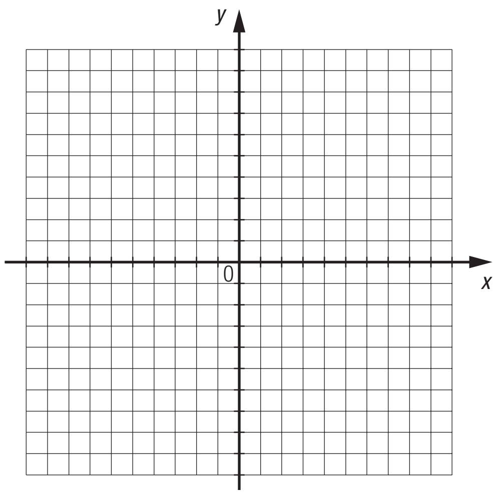
a) $(y - 2)^2 \geq 24(x + 4)$



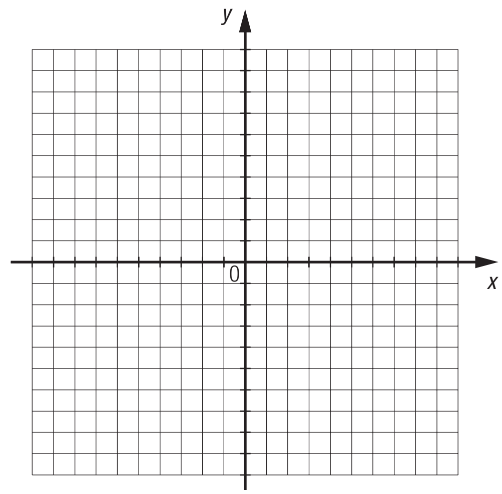
b) $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{49} < 1$



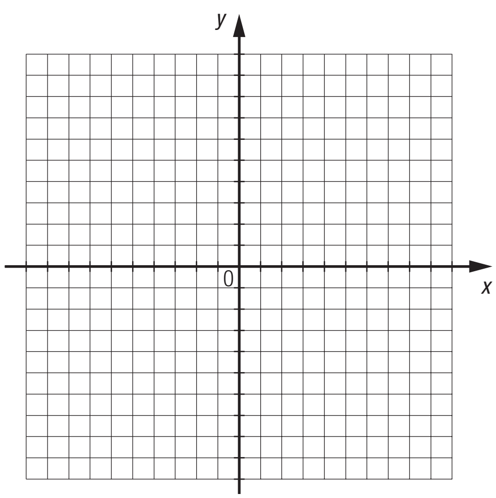
c) $\frac{x^2}{256} + \frac{y^2}{64} > 1$



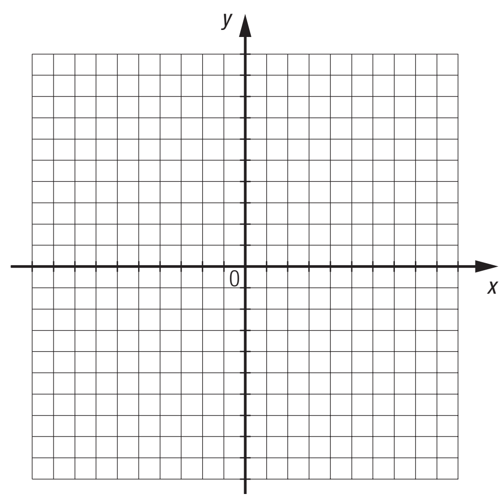
d) $x^2 + y^2 \geq 361$



e) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{36} < 1$



f) $\frac{x^2}{81} - \frac{y^2}{40} \leq -1$



5 Dans chaque cas, déterminez les coordonnées :

1) du ou des sommets de la conique ;
2) du ou des foyers de la conique.

a) $\frac{x^2}{225} + \frac{y^2}{81} = 1$

1) ______________________

2) ______________________

b) $\frac{x^2}{256} - \frac{y^2}{185} = 1$

1) ______________________

2) ______________________

c) $(y + 11)^2 = {}^-22(x - 17)$

1) ______________________

2) ______________________

d) $\frac{x^2}{121} + \frac{y^2}{28} = 1$

1) ______________________

2) ______________________

e) $(x - 24)^2 = 32(y + 21)$

1) ______________________

2) ______________________

f) $\frac{x^2}{105} - \frac{y^2}{64} = {}^-1$

1) ______________________

2) ______________________

6 Dans chacun des cas, établissez l'équation des coniques décrites ci-dessous.

a) Une ellipse centrée à l'origine dont le petit axe mesure 12 unités et les coordonnées d'un des foyers sont (8, 0).

b) Une parabole dont l'équation de la directrice est $x = {}^-12$ et dont les coordonnées du sommet sont $({}^-15, 18)$.

c) Une hyperbole centrée à l'origine dont la distance entre les deux foyers est de 30 unités et les coordonnées d'un des sommets sont $(0, {}^-12)$.

d) Un cercle centré à l'origine passant par le point $(9, {}^-7)$.

e) Une parabole qui passe par le point $({}^-9, 3)$ et dont les coordonnées du sommet sont $(7, {}^-5)$.

f) Une hyperbole centrée à l'origine dont les coordonnées d'un des sommets sont (8, 0) et dont l'équation d'une des asymptotes est $y = {}^-3x$.

7 Déterminez les coordonnées des points d'intersection des coniques suivantes.

a) $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{50} = 1$ et $x^2 = 4(y + 13)$.

b) $x^2 + y^2 = 100$ et $y = \frac{3}{4}x + \frac{25}{2}$.

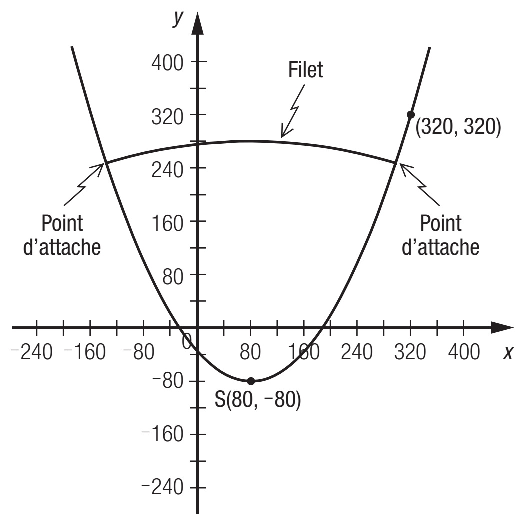
c) $\frac{x^2}{121} - \frac{y^2}{95} = 1$ et $x^2 = {}^-20(y + 6)$.

d) $\frac{x^2}{38} - \frac{y^2}{38} = {}^-1$ et $y^2 = {}^-9(x - 12)$.

e) $x^2 + y^2 = 249$ et $y^2 = 8(x + 12)$.

f) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{4} = 1$ et $y = \frac{2}{5}x + 2$.

8 Dans une baie touristique, on a immergé un immense filet afin de protéger les touristes des requins. La baie et le filet ont une forme parabolique et sont représentés dans le plan cartésien ci-contre. La distance entre le sommet de la parabole associée au filet et son foyer est de 360 m, et ce foyer est superposé au sommet de la parabole associée à la baie. À l'aide de ces données et du graphique ci-contre, déterminez la distance qui sépare les deux points d'attache du filet.



---

9 La responsable des loisirs d'une municipalité désire aménager une piste d'athlétisme elliptique sur un terrain rectangulaire de 200 m sur 100 m. Si elle désire construire la plus grande piste possible, quelle doit être la distance entre les deux foyers de l'ellipse extérieure délimitant la piste ?

---

10 Selon les scientifiques, le cratère de Chicxulub, situé au nord de la péninsule du Yucatán, au Mexique, aurait été créé par la chute d'une météorite. Le cratère circulaire ainsi formé a une circonférence de 150π km.

a) Établissez l'équation qui représente la circonférence de ce cratère.

---

b) Établissez l'inéquation qui représente la trace laissée par cette météorite.

---

11 Au cours d'une partie de baseball, un joueur en défensive fait un relais vers le marbre situé à 120 m de lui. La balle quitte la main du joueur à une hauteur de 2,5 m et le lancer suit une trajectoire parabolique. La balle atteint sa hauteur maximale, de 7,5 m, à 50 m du joueur.

a) Établissez l'équation qui représente la trajectoire de la balle.

____

b) Le relais du joueur atteindra-t-il le marbre sans faire de bond ?

____

12 Lors d'une compétition d'athlétisme sur une piste de forme elliptique, deux officiels se placent à chacun des foyers pour observer la course. À un certain moment, une athlète se trouve à 250 m de chacun des officiels. Quelques instants plus tard, l'athlète se trouve à 100 m d'un officiel, soit la plus petite distance possible pouvant la séparer de l'un de ceux-ci.

a) Établissez l'équation l'ellipse qui correspond à la piste.

____

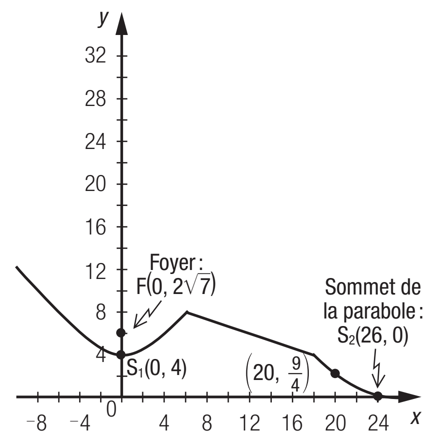
b) Déterminez la distance qui sépare les deux officiels.

____

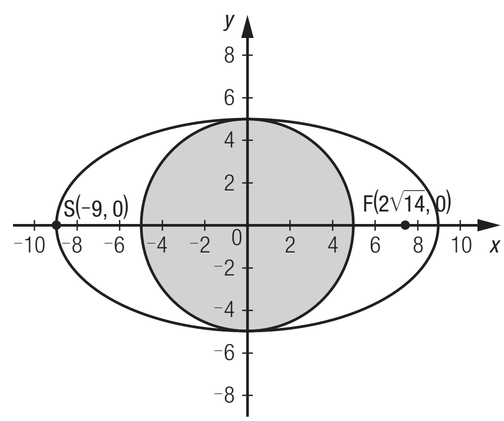
c) Lorsqu'une athlète se trouve à 160 m de l'un des officiels, quelle distance la sépare de l'autre officiel ?

____

13 Un enfant fait rouler une bille sur les rails d'un jeu de construction formés d'une section de courbe hyperbolique, de segment de droite d'équation $y = \frac{-1}{3}x + 10$ et de parabole. Ces rails sont illustrés dans le plan cartésien ci-contre, où les graduations sont en centimètres. À l'aide des renseignements fournis dans le graphique, déterminez la longueur du segment de droite qui relie les deux sections courbes des rails.

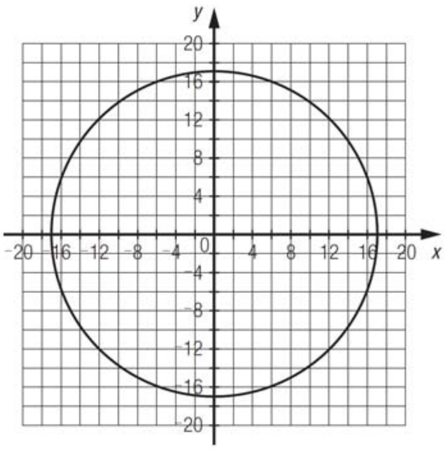


14 Une optométriste désire créer un logo pour son commerce à partir d'un cercle et d'une ellipse centrés à l'origine. À l'aide des renseignements fournis dans le graphique ci-contre, établissez l'inéquation qui peut représenter la région intérieure du cercle.

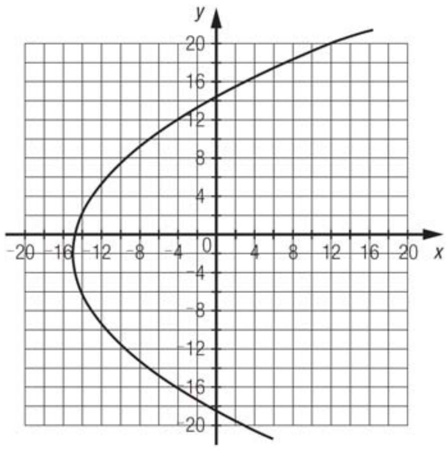


Révision

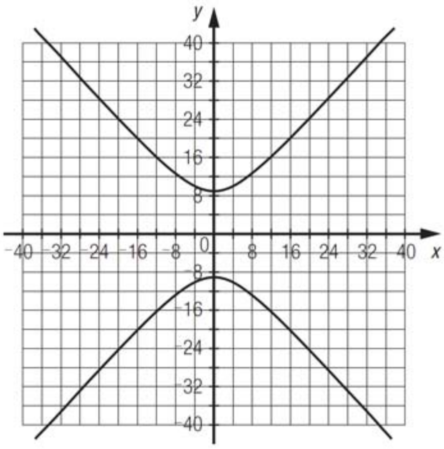
1. a)



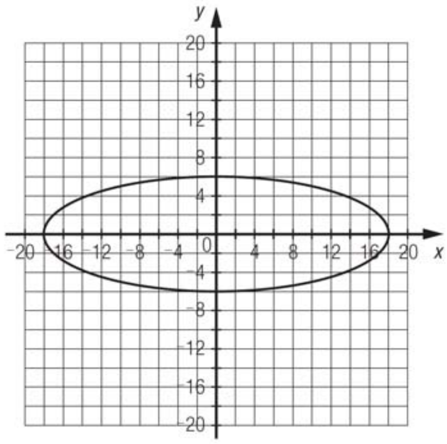
b)



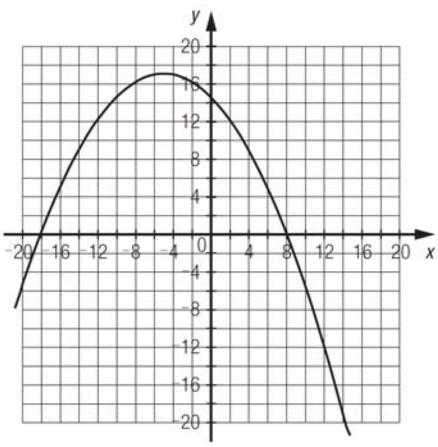
c)



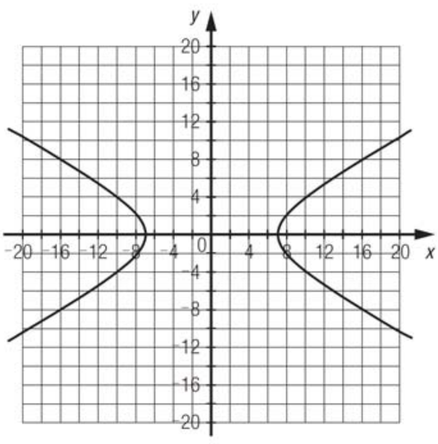
d)



e)



f)



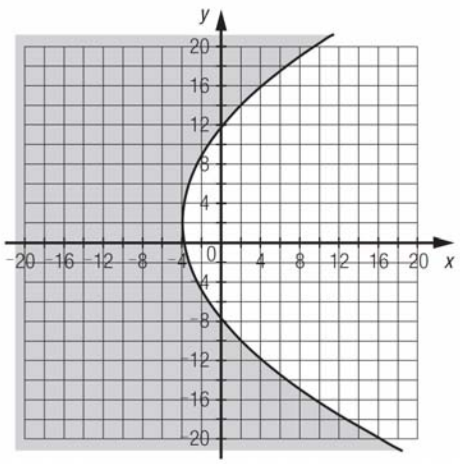
2. a) r = 13 u b) r = $10\sqrt{2}$ u c) r = $\sqrt{17}$ u d) r = $\sqrt{113}$ u

3. a) $x^2 + y^2 = 97$ b) $(y - 4)^2 = {}^{-}12(x - 18)$

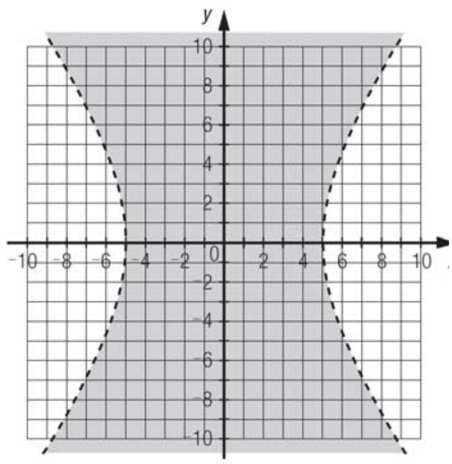
3. c) $(x + 2)^2 = 16(y + 13)$ d) $\frac{x^2}{100} - \frac{y^2}{225} = 1$

e) $\frac{x^2}{81} + \frac{y^2}{32} = 1$ f) $(x - 1)^2 = {}^{-}20(y - 12)$

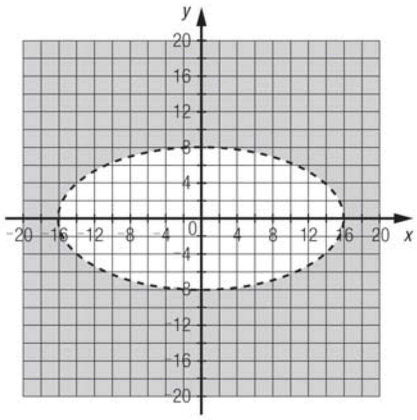
4. a)



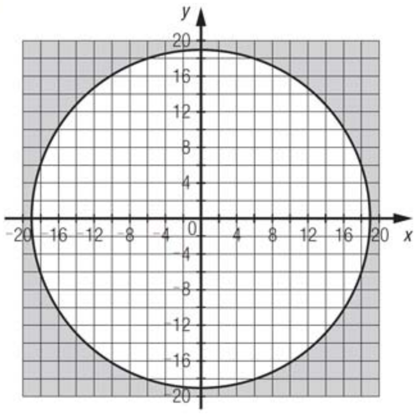
b)



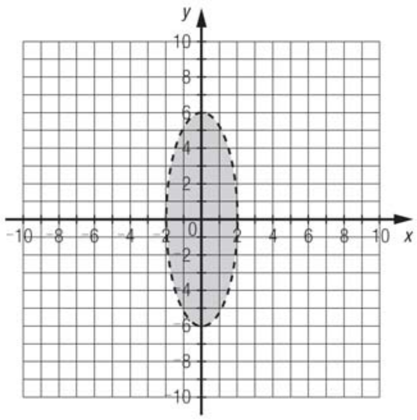
c)



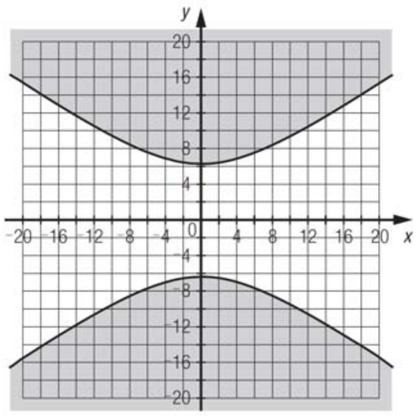
d)



e)



f)



5. a) 1) $S_1(-15, 0)$, $S_2(0, 9)$, $S_3(15, 0)$ et $S_4(0, -9)$;
2) $F_1(-12, 0)$ et $F_2(12, 0)$.

c) 1) $S(17, -11)$
2) $F(11{,}5, -11)$

e) 1) $S(24, -21)$
2) $F(24, -13)$

b) 1) $S_1(-16, 0)$ et $S_2(16, 0)$;
2) $F_1(-21, 0)$ et $F_2(21, 0)$.

d) 1) $S_1(-11, 0)$, $S_2(0, 2\sqrt{7})$, $S_3(11, 0)$ et $S_4(0, -2\sqrt{7})$;
2) $F_1(-\sqrt{149}, 0)$ et $F_2(\sqrt{149}, 0)$.

f) 1) $S_1(0, -8)$ et $S_2(0, 8)$;
2) $F_1(0, -13)$ et $F_2(0, 13)$.

6. a) $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$ **b)** $(y - 18)^2 = -12(x + 15)$ **c)** $\frac{x^2}{81} - \frac{y^2}{144} = -1$

d) $x^2 + y^2 = 130$ **e)** $(x - 7)^2 = 32(y + 5)$ **f)** $\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{576} = 1$

7. a) $P_1(-2\sqrt{17}, 4)$, $P_2(2\sqrt{7}, -6)$, $P_3(2\sqrt{17}, 4)$ et $P_4(-2\sqrt{7}, -6)$.

b) $P(-6, 8)$

c) Aucun point d'intersection.

d) $P_1(^-14, ^-3\sqrt{26})$, $P_2(^-14, 3\sqrt{26})$, $P_3(5, 3\sqrt{7})$ et $P_4(5, ^-3\sqrt{7})$.

e) $P_1(9, 2\sqrt{42})$ et $P_2(9, ^-2\sqrt{42})$.

f) $P_1(^-5, 0)$ et $P_2(0, 2)$.

8. L'équation de la parabole associée à la baie est $(x - 80)^2 = 144(y + 80)$.
L'équation de la parabole associée au filet est $(x - 80)^2 = {^-1440}(y - 280)$.
La distance qui sépare les deux points d'attache du filet est environ de 434,2 m.

9. La distance entre les deux foyers doit être de $2 \times 50\sqrt{3} = 100\sqrt{3}$ m, soit environ de 173,21 m.

10. **a)** $x^2 + y^2 = 5625$
b) $x^2 + y^2 \leq 5625$

11. **a)** *Plusieurs réponses possibles. Ex. :* $(x - 50)^2 = {^-500}(y - 7{,}5)$.
b) Non, car la balle ne parcourra qu'environ 111,24 m.

12. **a)** $\frac{x^2}{62\,500} + \frac{y^2}{40\,000} = 1$
b) La distance qui sépare les deux officiels est de 300 m.
c) La distance qui sépare l'athlète de l'autre officiel est de 340 m.

13. L'équation de l'hyperbole est :
$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{16} = {^-1}$
$c^2 = a^2 + b^2$
$(2\sqrt{7})^2 = a^2 + 16$
$a^2 = 12$
$\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{16} = {^-1}$
L'équation de la parabole est :
$(x - 26)^2 = 4cy$
$(20 - 26)^2 = 4c\left(\frac{9}{4}\right)$
$(^-6)^2 = 9c$
$c = 4$
$(x - 26)^2 = 16y$
Les points d'intersection P_1 et P_2 entre les courbes et la droite sont :

$\frac{x^2}{12} - \frac{\left(^-\frac{1}{3}x + 10\right)^2}{16} = {^-1}$	$(x - 26)^2 = 16\left(^-\frac{1}{3}x + 10\right)$
$x_1 = {^-11{,}45}$	$x_1 = 18$
$x_2 = 6$	$x_2 = 28{,}67$
$P_1(6, 8)$	$P_2(18, 4)$

La distance entre les points P_1 et P_2 est :
$d(P_1, P_2) = \sqrt{(18 - 6)^2 + (4 - 8)^2}$
$d(P_1, P_2) = \sqrt{(12)^2 + (^-4)^2}$
$d(P_1, P_2) \approx 12{,}65$
La longueur du segment de droite qui relie les deux sections courbes du rail est environ de 12,65 cm.

14. L'équation de l'ellipse est :
$\frac{x^2}{81} + \frac{y^2}{b^2} = 1$
$c^2 = a^2 - b^2$
$(2\sqrt{14})^2 = 81 - b^2$
$b^2 = 25$
$b = 5$
$\frac{x^2}{81} + \frac{y^2}{25} = 1$
Le rayon du cercle est donc $r = 5$, et l'inéquation qui peut représenter la région intérieure du cercle
$x^2 + y^2 \leq 25$.