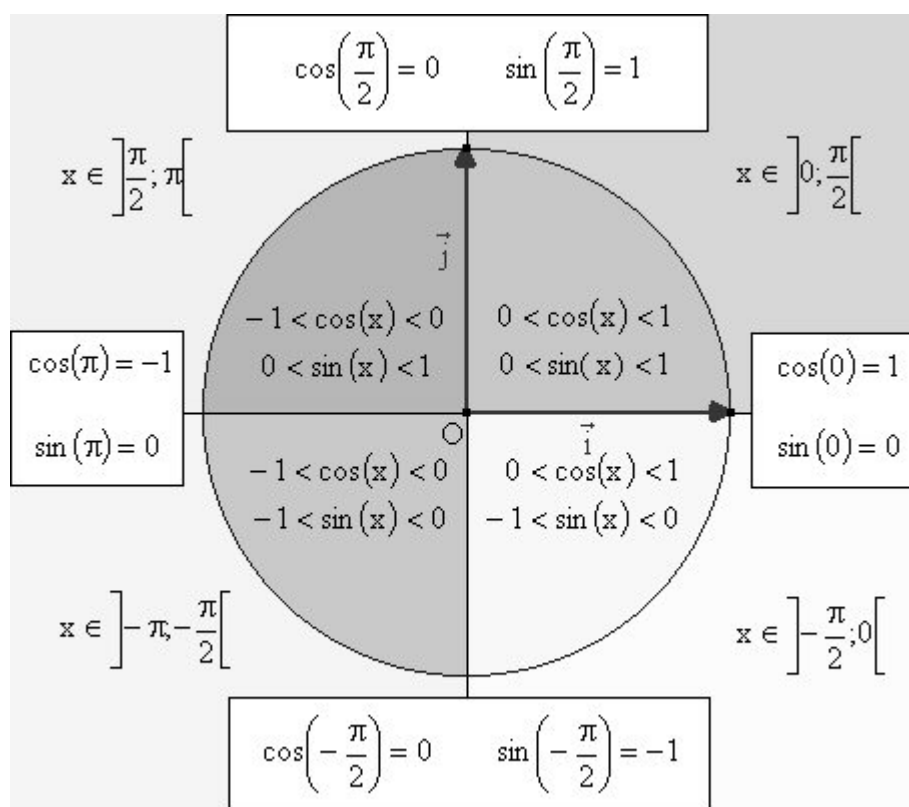


Révision

Fonctions trigonométriques

Math SN-5



Nom : _____

Groupe : _____

Les fonctions trigonométriques

1 Exprimez chacune des mesures suivantes en degrés.

a) 2π rad

b) $\frac{4\pi}{3}$ rad

c) $\frac{7\pi}{6}$ rad

d) $\frac{\pi}{2}$ rad

2 Exprimez chacune des mesures suivantes en radians.

a) 210°

b) 315°

c) 30°

d) 150°

3 À l'aide de la mesure θ de l'angle au centre et du rayon r de chacun des cercles suivants, déterminez, dans chaque cas, la longueur de l'arc intercepté.

a) $\theta = \frac{2\pi}{3}$ rad
 $r = 4,1$ dm

b) $\theta = \frac{3\pi}{4}$ rad
 $r = 12$ m

c) $\theta = 0,82$ rad
 $r = 35$ cm

4 Déterminez les coordonnées de chacun des points trigonométriques suivants.

a) $P\left(\frac{5\pi}{6}\right)$

b) $P(45^\circ)$

c) $P\left(\frac{3\pi}{4}\right)$

d) $P(60^\circ)$

e) $P\left(-\frac{\pi}{6}\right)$

f) $P(150^\circ)$

g) $P(-45^\circ)$

h) $P\left(\frac{7\pi}{6}\right)$

i) $P\left(\frac{4\pi}{3}\right)$

5 Pour chacune des fonctions trigonométriques suivantes, déterminez :

- 1) l'amplitude ;
- 2) la période ;
- 3) les coordonnées du point de la courbe qui correspond au couple (h, k) ;
- 4) le minimum et le maximum.

a) $f(x) = -3 \sin \frac{\pi}{4}(x - \pi) + 5$

- 1) _____
- 2) _____
- 3) _____
- 4) _____

b) $g(x) = \sqrt{3} \cos \frac{1}{2}(x - 1) - 4$

- 1) _____
- 2) _____
- 3) _____
- 4) _____

c) $h(x) = 1,5 \tan 2\left(x + \frac{\pi}{2}\right) - 1$

- 1) _____
- 2) _____
- 3) _____
- 4) _____

d) $i(x) = 2 \sin \frac{\pi}{5}(x + 3) + 6$

- 1) _____
- 2) _____
- 3) _____
- 4) _____

6 Pour chaque point trigonométrique, déterminez la ou les valeurs possibles de la coordonnée manquante.

a) $P\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, x\right)$

b) $P(-1, y)$

c) $P\left(z, -\frac{1}{2}\right)$

d) $P\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, a\right)$

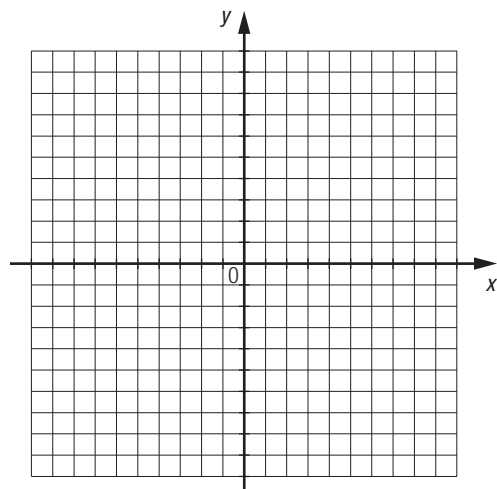
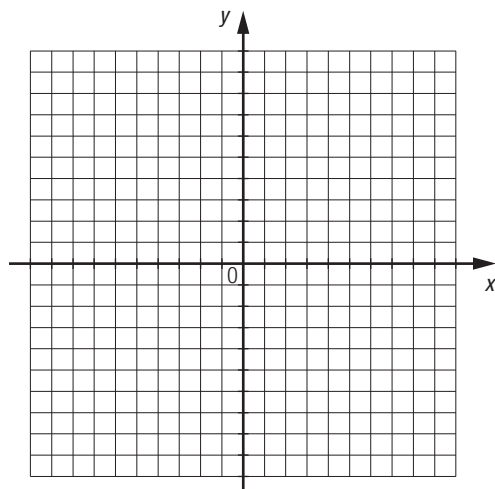
e) $P\left(b, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

f) $P(0,25, c)$

7 Tracez le graphique de chacune des fonctions trigonométriques suivantes.

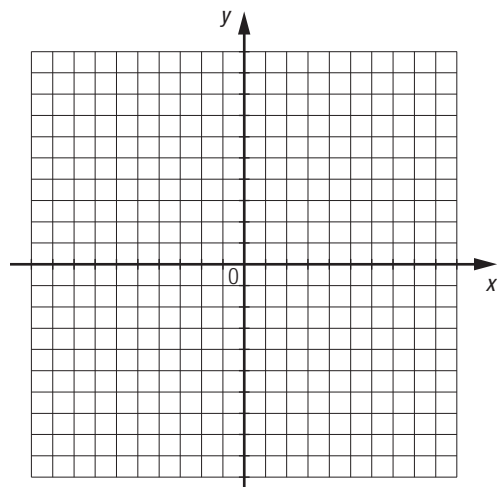
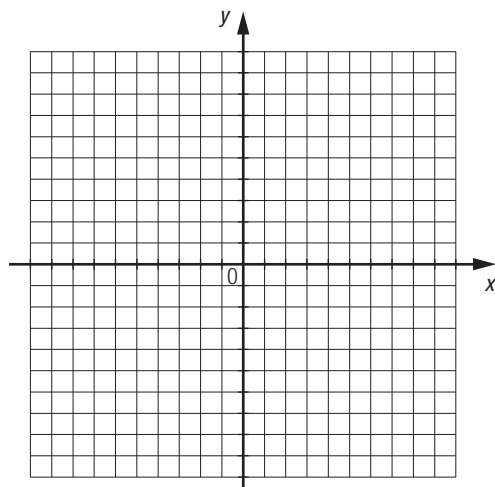
a) $f(x) = -3 \cos \frac{\pi}{2}(x + 1) + 4$

b) $g(x) = 2 \sin \frac{1}{2}\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + 3$

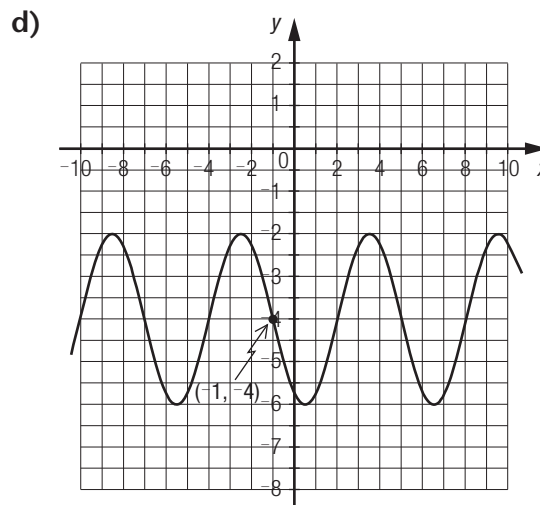
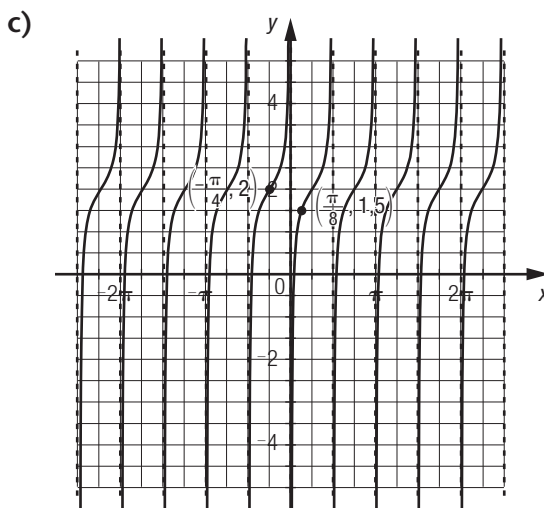
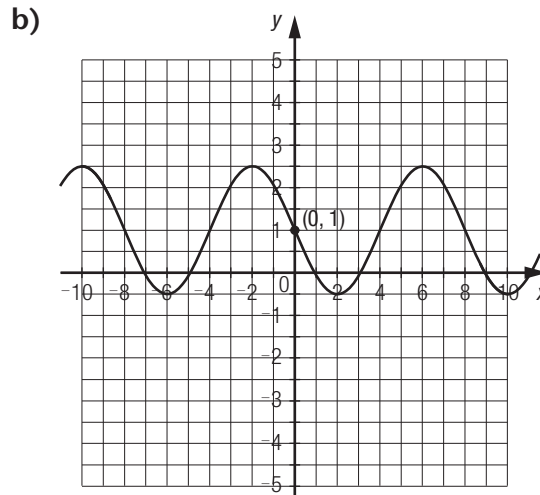
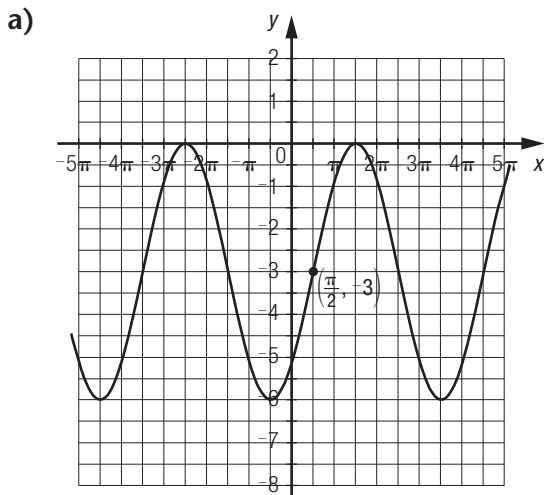


c) $h(x) = 1,5 \tan \frac{\pi}{3}(x - 2) - 1$

d) $i(x) = \sin 2\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - 5$



8 Établissez la règle de chacune des fonctions trigonométriques suivantes.



9 Si $x \in [0, 2\pi]$, déterminez la ou les valeurs de x qui vérifient chacune des équations suivantes.

a) $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

b) $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

c) $\tan x = 0$

d) $\sin x = -1$

e) $\tan x = 1$

f) $\cos x = -\frac{1}{2}$

Nom : _____

Groupe : _____ Date : _____

10 Résolvez les équations suivantes, si $x \in [0, 2\pi]$.

a) $x = \arctan \frac{-\sqrt{3}}{3}$

b) $x = \tan^{-1}$

c) $x = \arcsin \frac{\sqrt{3}}{2}$

d) $\cos x = 0,5$

e) $x = \arcsin\left(\sin \frac{\pi}{4}\right)$

f) $\frac{1}{2} = \sin(\arccos x)$

11 Déterminez les zéros de chacune des fonctions suivantes.

a) $f(x) = 4 \sin \frac{\pi}{2}(x + 1) - 2\sqrt{3}$

b) $g(x) = -3 \tan \pi(x + 2) - 3$

c) $h(x) = 2 \cos \frac{2\pi}{3}(x - 6) + 1$

d) $i(x) = -\frac{2}{5} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + \frac{\sqrt{2}}{5}$

12 Déterminez l'ensemble-solution de chacune des équations trigonométriques suivantes.

a) $3\sqrt{2}\sin\frac{\pi}{3}(x - 2) + 4 = 7$
si $x \in [-3\pi, 3\pi]$

b) $8\tan\frac{\pi}{4}(x + 3) - 1 = 5$
si $x \in [-4, 4]$

c) $-4\cos\frac{2}{3}(x + \pi) = 2\sqrt{3}$
si $x \in [-5\pi, 5\pi]$

d) $6\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + 4 = 1$
si $x \in [-2\pi, 2\pi]$

13 Résolvez les équations trigonométriques suivantes.

a) $7\tan\frac{\pi}{2}(x - 5) + 3 = -4$

b) $0,5\sin\frac{\pi}{6}(x - 4) + 2 = 5$

c) $2\sqrt{2}\cos\frac{1}{2}(x - \pi) + 3\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$

d) $2\sin\pi(x + 3) - \sqrt{2} = 0$

14 Déterminez l'ensemble-solution de chacune des inéquations trigonométriques suivantes.

a) $-4 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + 5 \geq 1$
si $x \in [-6\pi, 6\pi]$

b) $2 \cos \frac{\pi}{2}(x + 1) - 0,75 < 0,25$
si $x \in [-4\pi, 4\pi]$

c) $5 \tan 2(x - \pi) + 3 > 8$
si $x \in [0, 2\pi]$

d) $-3 \cos \frac{\pi}{6}(x + 6) + 1 \leq -4$
si $x \in [-2\pi, 2\pi]$

15 Résolvez chacune des équations suivantes.

a) $\tan x \cos x = 0$

b) $4(\sin x)^2 - 1 = 0$

c) $2(\tan x)^2 = 6$

d) $(\sin x)^2 = (\tan x)^2$

16 Si $\cos x = -\frac{1}{2}$ et que $x \in [0, \pi]$, déterminez la valeur de :

a) $\sin x$

b) $\tan x$

c) $\sec x$

Nom : _____

Groupe : _____ Date : _____

17 Si $\tan x = \frac{\sqrt{3}}{3}$ et que $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$, déterminez la valeur de :

a) $\sin x$

b) $\cot x$

c) $\sec x$

18 Simplifiez chacune des expressions suivantes.

a) $\operatorname{cosec}^2 x - \cot^2 x$

b) $\sec x \sqrt{\operatorname{cosec}^2 x - 1}$

c) $\sec^2 x - \tan^2 x$

d) $(1 + \tan^2 x) \cos x$

19 Si $x \in [0, 2\pi]$, déterminez les valeurs de x qui vérifient chacune des équations suivantes.

a) $(2 \sin x - 1)(\sin x + 0,5) = 0$

b) $2 \cos^2 x + \sin x = 1$

c) $\cos x \sin x = -\cos x$

d) $\tan^2 x + \sec^2 x = 7$

20 Démontrez les identités trigonométriques suivantes.

a) $\frac{\sin x}{\sin x + \cos x} = \frac{\tan x}{1 + \tan x}$

b) $\frac{1 - \sin x}{1 + \sin x} = (\sec x - \tan x)^2$

c) $1 - \cot^4 x = 2 \operatorname{cosec}^2 x - \operatorname{cosec}^4 x$

d) $\tan x = \frac{\sec^2 x \cot x}{\operatorname{cosec}^2 x}$

21 L'orbite de la Terre autour du Soleil est presque circulaire. On peut donc la considérer comme telle, avec un rayon de 1 unité astronomique, soit environ $1,5 \times 10^8$ km.

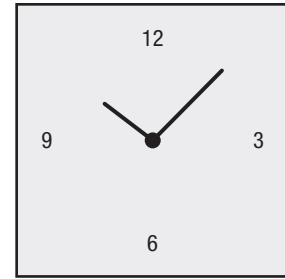
a) Si la vitesse de la Terre est constante tout le long de son orbite autour du Soleil :

1) combien de jours sont nécessaires pour que le déplacement angulaire de la Terre soit de $\frac{2\pi}{3}$ rad ?

2) combien de kilomètres parcourt-elle durant ce temps ?

b) Combien de kilomètres séparent deux points situés sur l'orbite de la Terre qui forment respectivement un angle de $\frac{\pi}{6}$ rad et un angle de $\frac{4\pi}{3}$ rad avec le Soleil et l'horizon ?

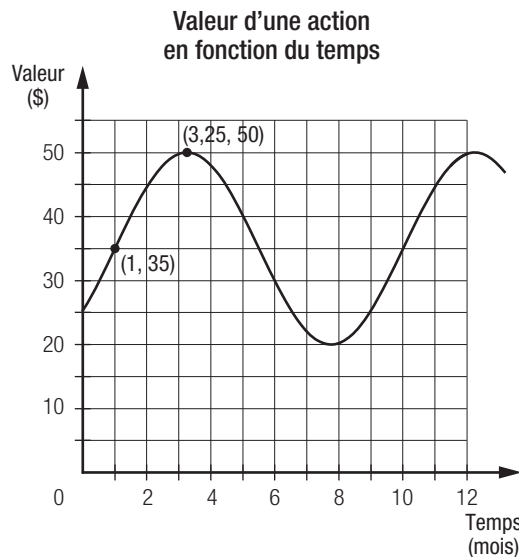
22 Tel que le montre l'illustration ci-contre, une montre à cadran est munie d'un boîtier carré de 36 mm de côté. L'aiguille des minutes a une longueur de 13 mm et l'aiguille des heures a une longueur de 8 mm. Quelle est la règle de la fonction qui représente la distance :



a) entre la pointe de l'aiguille des minutes et le dessus du boîtier à partir de midi ?

b) entre la pointe de l'aiguille des heures et le dessus du boîtier à partir de midi ?

23 Le graphique ci-dessous représente la valeur d'une nouvelle action depuis son introduction à la Bourse de Toronto.



a) Quelle est la valeur de l'action au moment de son introduction à la Bourse ?

b) La première année, à quel moment la valeur de l'action n'est plus que de 20 \$?

c) D'après ce graphique, quelle sera la valeur de l'action 15 mois après son introduction à la Bourse ?

1. a) 360° b) 240° c) 210° d) 90°
2. a) $\frac{7\pi}{6}$ rad b) $\frac{7\pi}{4}$ rad c) $\frac{\pi}{6}$ rad d) $\frac{5\pi}{6}$ rad
3. a) $\approx 8,59$ dm b) $\approx 28,27$ m c) $28,7$ cm

Révision (suite)

4. a) $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$ b) $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ c) $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ d) $\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$
- e) $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ f) $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$ g) $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ h) $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$
- i) $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$
5. a) 1) Amplitude : 3
2) Période : 8
3) $(\pi, 5)$
4) Minimum : 2
Maximum : 8
- b) 1) Amplitude : $\sqrt{3}$
2) Période : 4π
3) $(1, -4)$
4) Minimum : $-4 - \sqrt{3}$
Maximum : $-4 + \sqrt{3}$
- c) 1) Amplitude : ne s'applique pas.
2) Période : $\frac{\pi}{2}$
3) $\left(-\frac{\pi}{2}, -1\right)$
4) Minimum : aucun.
Maximum : aucun.
- d) 1) Amplitude : 2
2) Période : 10
3) $(-3, 6)$
4) Minimum : 4
Maximum : 8

Révision (suite)

6. a) $x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$

b) $y = 0$

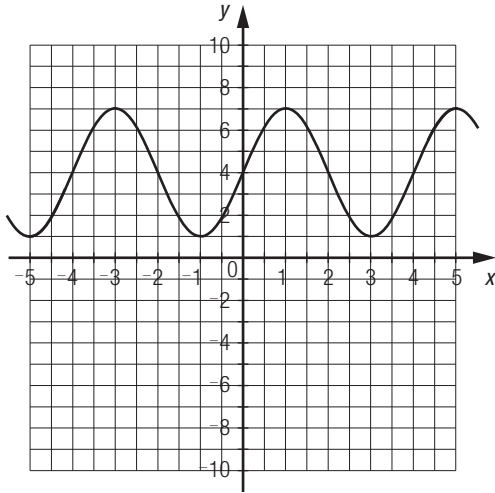
c) $z = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$

d) $a = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$

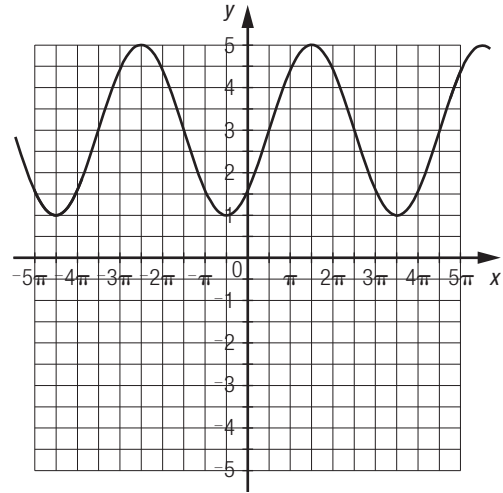
e) $b = \pm \frac{1}{2}$

f) $c \approx \pm 0,97$

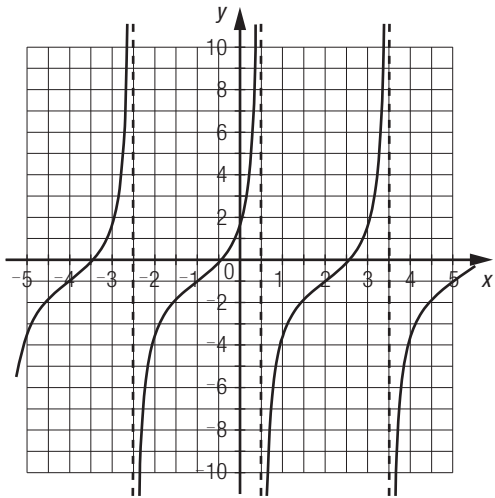
7. a)



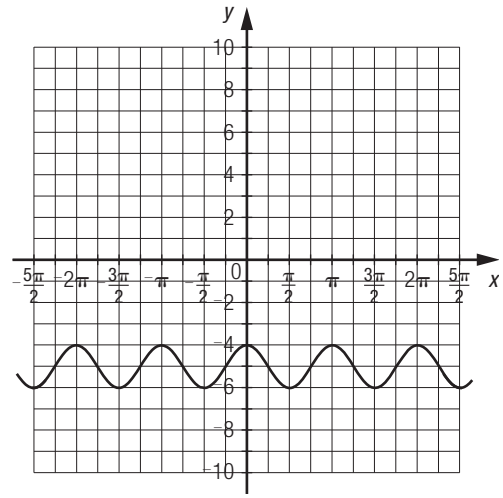
b)



c)



d)



Révision (suite)

8. a) $f(x) = 3 \sin \frac{1}{2} \left(x - \frac{\pi}{2} \right) - 3$

b) $g(x) = 1,5 \cos \frac{\pi}{4} (x + 2) + 1$

c) $h(x) = 0,5 \tan 2 \left(x + \frac{\pi}{4} \right) + 2$

d) $i(x) = -2 \sin \frac{\pi}{3} (x + 1) - 4$

9. a) $x = \frac{\pi}{6}$ et $x = \frac{11\pi}{6}$.

b) $x = \frac{\pi}{4}$ et $x = \frac{3\pi}{4}$.

c) $x = 0$ et $x = \pi$ et $x = 2\pi$.

d) $x = \frac{3\pi}{2}$

e) $x = \frac{\pi}{4}$ et $x = \frac{5\pi}{4}$.

f) $x = \frac{2\pi}{3}$ et $x = \frac{4\pi}{3}$.

Révision (suite)

10. a) $x = \frac{5\pi}{6}$ et $x = \frac{11\pi}{6}$.

b) $x = \frac{3\pi}{4}$ et $x = \frac{7\pi}{4}$.

c) $x = \frac{\pi}{3}$ et $x = \frac{2\pi}{3}$.

d) $x = \frac{\pi}{3}$ et $x = \frac{5\pi}{3}$.

e) $x = \frac{\pi}{4}$ et $x = \frac{3\pi}{4}$.

f) $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

11. a) $x = \frac{1}{3} + 4n$
et $x = \frac{1}{3} + 4n$,
où $n \in \mathbb{Z}$.

b) $x = \frac{5}{4} + n$,
où $n \in \mathbb{Z}$.

c) $x = 7 + 3n$
et $x = 8 + 3n$,
où $n \in \mathbb{Z}$.

d) $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$
et $x = \pi + 2\pi n$,
où $n \in \mathbb{Z}$.

Révision (suite)

12. a) $x \in \left[-\frac{37}{4}, -\frac{31}{4}, -\frac{13}{4}, -\frac{7}{4}, \frac{11}{4}, \frac{17}{4}, \frac{35}{4}\right]$

c) $x \in \left[-\frac{11\pi}{4}, -\frac{9\pi}{4}, \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{13\pi}{4}, \frac{15\pi}{4}\right]$

b) $x \in \{\approx -2,18, \approx 1,82\}$

d) $x \in \left[-\frac{5\pi}{3}, -\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}\right]$

13. a) $x = \frac{13}{2} + 2n$, où $n \in \mathbb{Z}$.

c) $x = \frac{5\pi}{3} + 4\pi n$ et $x = \frac{13\pi}{3} + 4\pi n$, où $n \in \mathbb{Z}$.

b) Aucune solution.

d) $x = \frac{5}{4} + 2n$ et $x = \frac{7}{4} + 2n$, où $n \in \mathbb{Z}$.

Révision (suite)

14. a) $x \in [-6\pi, 6\pi]$

b) $x \in \left[-\frac{37}{3}, -\frac{29}{3}\right] \cup \left[-\frac{25}{3}, -\frac{17}{3}\right] \cup \left[-\frac{13}{3}, -\frac{5}{3}\right] \cup \left[-\frac{1}{3}, \frac{7}{3}\right] \cup \left[\frac{11}{3}, \frac{19}{3}\right] \cup \left[\frac{23}{3}, \frac{31}{3}\right] \cup \left[\frac{35}{3}, 4\pi\right]$

c) $x \in \left[\frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{4}\right] \cup \left[\frac{5\pi}{8}, \frac{3\pi}{4}\right] \cup \left[\frac{9\pi}{8}, \frac{5\pi}{4}\right] \cup \left[\frac{10\pi}{8}, \frac{7\pi}{4}\right]$

d) Aucune solution.

15. a) $x = \pi n$, où $n \in \mathbb{Z}$.

b) $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n$, $x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n$, $x = \frac{7\pi}{6} + 2\pi n$ et $x = \frac{11\pi}{6} + 2\pi n$, où $n \in \mathbb{Z}$.

c) $x = \frac{\pi}{3} + \pi n$ et $x = \frac{2\pi}{3} + \pi n$, où $n \in \mathbb{Z}$.

d) $x = \pi n$, où $n \in \mathbb{Z}$.

16. a) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

b) $-\sqrt{3}$

c) -2

Révision (suite)

17. a) $\frac{1}{2}$

b) $\sqrt{3}$

c) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

18. a) $\operatorname{cosec}^2 x - \cot^2 x = 1$

b) $\sec x \sqrt{\operatorname{cosec}^2 x - 1} = \sec x \cot x$

$$\sec x \sqrt{\operatorname{cosec}^2 x - 1} = \frac{1}{\cos x} \times \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$\sec x \sqrt{\operatorname{cosec}^2 x - 1} = \frac{1}{\sin x}$$

$$\sec x \sqrt{\operatorname{cosec}^2 x - 1} = \operatorname{cosec} x$$

c) $\sec^2 x - \tan^2 x = 1$

d) $(1 + \tan^2 x) \cos x = \sec^2 x \cos x$

$$(1 + \tan^2 x) \cos x = \frac{1}{\cos^2 x} \times \cos x$$

$$(1 + \tan^2 x) \cos x = \frac{1}{\cos x}$$

$$(1 + \tan^2 x) \cos x = \sec x$$

19. a) $x \in \left[\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}\right]$

b) $x \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}\right]$

c) $x \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$

d) $x \in \left[\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}\right]$

Révision (suite)

20. a) $\frac{\sin x}{\sin x + \cos x} = \frac{\tan x}{1 + \tan x}$

$$\frac{\sin x}{\sin x + \cos x} = \frac{\tan x}{\frac{\cos x + \sin x}{\cos x}}$$

$$\frac{\sin x}{\sin x + \cos x} = \frac{\sin x}{\cos x} \times \frac{\cos x}{\cos x + \sin x}$$

$$\frac{\sin x}{\sin x + \cos x} = \frac{\sin x}{\cos x + \sin x}$$

b) $\frac{1 - \sin x}{1 + \sin x} = (\sec x - \tan x)^2$

$$\frac{1 - \sin x}{1 + \sin x} = \left(\frac{1 - \sin x}{\cos x}\right)^2$$

$$\frac{1 - \sin x}{1 + \sin x} = \frac{(1 - \sin x)^2}{\cos^2 x}$$

$$\frac{1 - \sin x}{1 + \sin x} = \frac{(1 - \sin x)^2}{1 - \sin^2 x}$$

$$\frac{1 - \sin x}{1 + \sin x} = \frac{(1 - \sin x)^2}{(1 - \sin x)(1 + \sin x)}$$

$$\frac{1 - \sin x}{1 + \sin x} = \frac{1 - \sin x}{1 + \sin x}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } 1 - \cot^4 x &= 2 \operatorname{cosec}^2 x - \operatorname{cosec}^4 x \\ (1 - \cot^2 x)(1 + \cot^2 x) &= \operatorname{cosec}^2 x(2 - \operatorname{cosec}^2 x) \\ (1 - \cot^2 x)(\operatorname{cosec}^2 x) &= \operatorname{cosec}^2 x(2 - \operatorname{cosec}^2 x) \\ 1 - \cot^2 x &= 2 - \operatorname{cosec}^2 x \\ \operatorname{cosec}^2 x &= 1 + \cot^2 x \end{aligned}$$

$$21. \text{ a) } 1) \frac{2\pi}{3} = \frac{x}{365}$$

$$x \approx 121,67$$

Environ 121,67 jours sont nécessaires.

$$2) \text{ Elle parcourt } \frac{2\pi}{3}(1,5 \times 10^8) \approx 3,14 \times 10^8 \text{ km.}$$

$$\text{d) } \tan x = \frac{\sec^2 x \cot x}{\operatorname{cosec}^2 x}$$

$$\tan x = \frac{\frac{1}{\cos^2 x} \times \frac{\cos x}{\sin x}}{\frac{1}{\sin^2 x}}$$

$$\tan x = \frac{1}{\cos x \sin x} \times \frac{\sin^2 x}{1}$$

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\text{b) } P_1\left(\frac{\pi}{6}\right) = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

$$P_2\left(\frac{4\pi}{3}\right) = \left(-\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$d(P_1, P_2) \approx 1,93$ unité astronomique.

$$d(P_1, P_2) \approx 1,93 \times 1,5 \times 10^8 \approx 2,9 \times 10^8 \text{ km}$$

Révision (suite)

$$22. \text{ a) Minimum: } 5 \text{ mm}$$

$$\text{Maximum: } 31 \text{ mm}$$

$$k = 18$$

$$a = 13$$

$$p = 12 \text{ h}$$

$$p = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow b = \frac{\pi}{6}$$

$$d = -13 \cos \frac{\pi}{6} t + 18,$$

où d est la distance (en mm)

et t , le temps (en h).

$$23. \text{ a) Règle de la fonction:}$$

$$f(x) = 15 \sin \frac{2\pi}{9}(x - 1) + 35$$

$$f(0) = 15 \sin \frac{2\pi}{9}(0 - 1) + 35, \text{ soit } \approx 25,36.$$

La valeur de l'action est environ de 25,36 \$.

$$\text{c) } f(15) = 15 \sin \frac{2\pi}{9}(15 - 1) + 35, \text{ soit } \approx 29,87.$$

La valeur de l'action sera environ de 29,87 \$,

15 mois après son introduction à la Bourse.

$$\text{b) Minimum: } 10 \text{ mm}$$

$$\text{Maximum: } 26 \text{ mm}$$

$$k = 18$$

$$a = 8$$

$$p = 12 \text{ h}$$

$$p = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow b = \frac{\pi}{6}$$

$$d = -8 \cos \frac{\pi}{6} t + 18,$$

où d est la distance (en mm)

et t , le temps (en h).

$$\text{b) } 20 = 15 \sin \frac{2\pi}{9}(x - 1) + 35 \Rightarrow x = 7,75$$

La valeur de l'action n'est plus que de 20 \$,

7,75 mois après son introduction à la Bourse.