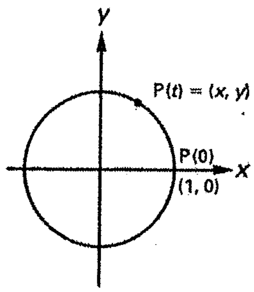
Nom : ______ Groupe : ______ Date : ______ Évaluation : ______

## 2.7.12 Fonctions sécante, cosécante et cotangente

**O.I. 1.3.2 Démontrer l'identité d'expressions trigonométriques.**

*Rappel*




- $\sin t = y$ et $\cos t = x$
- $\tan t = \dfrac{\sin t}{\cos t}$
- $\cot t = \dfrac{\cos t}{\sin t}$ ou $\cot t = \dfrac{1}{\tan t}$
- $\sec t = \dfrac{1}{\cos t}$
- $\text{cosec}\ t = \dfrac{1}{\sin t}$

**1.** Les coordonnées de points situés sur le cercle trigonométrique étant données, trouve la valeur de la fonction trigonométrique demandée.

$P(A) = \left(\dfrac{5}{13}, \dfrac{12}{13}\right)$ $P(B) = \left(\dfrac{2}{3}, \dfrac{\sqrt{5}}{3}\right)$ $P(C) = (0, 1)$

**a)** sec B ______ **c)** cosec B ______ **e)** sec C ______

**b)** cot C ______ **d)** cot A ______ **f)** cosec A ______

**2.** Détermine la valeur des fonctions trigonométriques suivantes.

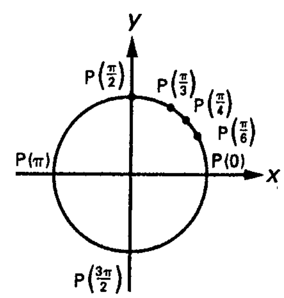
**a)** $\cot \frac{\pi}{4}$ ______ **f)** $\text{cosec}\ \frac{\pi}{3}$ ______

**b)** $\sec 0$ ______ **g)** $\text{cosec}\ \pi$ ______

**c)** $\text{cosec}\ \frac{\pi}{6}$ ______ **h)** $\sec \frac{5\pi}{6}$ ______

**d)** $\sec \frac{\pi}{4}$ ______ **i)** $\cot \frac{2\pi}{3}$ ______

**e)** $\cot \pi$ ______ **j)** $\text{cosec}\ \frac{3\pi}{2}$ ______




**3.** Donne l'ensemble des valeurs pour lesquelles les fonctions tan *t*, cot *t*, sec *t* et cosec *t* ne sont pas définies.

**a)** tan *t* ______ **c)** sec *t* ______

**b)** cot *t* ______ **d)** cosec *t* ______

**4.** Simplifie les expressions suivantes.

**a)** $\sin t \cdot \text{cosec}\ t$ ______ **g)** $\dfrac{\sec t}{\text{cosec}\ t}$ ______

**b)** $\sin t \cdot \sec t$ ______ **h)** $\dfrac{\sin t}{\sec t} \cdot \text{cosec}\ t$ ______

**c)** $\tan t \cdot \text{cosec}\ t$ ______ **i)** $\dfrac{\cot t}{\text{cosec}\ t} \cdot \sec t$ ______

**d)** $\tan t \cdot \cot t$ ______ **j)** $\dfrac{\tan t}{\cot t}$ ______

**e)** $\sin t \cdot \sec t \cdot \cot t$ ______ **k)** $\dfrac{\sin t}{\text{cosec}\ t} \cdot \sec^2 t$ ______

**f)** $\cos t \cdot \text{cosec}\ t$ ______ **l)** $\cos^2 t \cdot \tan t \cdot \text{cosec}\ t$ ______

Nom : ______________________ Groupe : ________ Date : ________________ Évaluation : ________

## 2.7.13 Identités trigonométriques

**O.I. 1.3.2** Démontrer l'identité d'expressions trigonométriques.

**Rappel**

- $\sin^2 t + \cos^2 t = 1$
- $\tan^2 t + 1 = \sec^2 t$
- $1 + \cot^2 t = \operatorname{cosec}^2 t$
- $\tan t = \dfrac{\sin t}{\cos t}$
- $\cot t = \dfrac{\cos t}{\sin t}$
- $\cot t = \dfrac{1}{\tan t}$
- $\sec t = \dfrac{1}{\cos t}$
- $\operatorname{cosec} t = \dfrac{1}{\sin t}$

**1.** Simplifie les expressions suivantes.

**a)** $1 - \cos^2 t$ ______________

**b)** $\sec^2 a - 1$ ______________

**c)** $1 - \sin^2 t$ ______________

**d)** $1 - \operatorname{cosec}^2 r$ ______________

**e)** $\operatorname{cosec}^2 t - \cot^2 t$ ______________

**f)** $\cos^2 a + \sin^2 a$ ______________

**2.** Simplifie les expressions suivantes.

**a)** $(1 - \cos^2 r) \cdot \cot^2 r$

______________

**b)** $(\tan^2 a + 1) \cdot \cos^2 a$

______________

**c)** $\tan^2 x \cdot \operatorname{cosec} x \cdot \cos x$

______________

**d)** $\operatorname{cosec} t \cdot \sqrt{\sec^2 t - 1}$

______________

**e)** $(1 + \cot^2 x) \cdot \sin x$

______________

**f)** $\operatorname{cosec}^2 a\,(1 - \sin^2 a)$

______________

**g)** $\sqrt{\tan^2 t + 1} \cdot \cot t$

______________

**h)** $(\sec^2 r - \tan^2 r) - \sin^2 r$

______________

**i)** $\dfrac{\cos^2 \theta \cdot \tan \theta}{\cot \theta}$

______________

**j)** $\cot^2 a \cdot \sec^2 a \cdot \sqrt{1 - \cos^2 a}$

______________

**3.** Effectue l'opération demandée, puis simplifie.

**a)** $(1 + \cos x)(1 - \cos x)$

______________

**b)** $(\operatorname{cosec} r + 1)(\operatorname{cosec} r - 1)$

______________

**c)** $\sin a\,(\operatorname{cosec} a - \sin a)$

______________

**d)** $\tan t\,(\tan t + \cot t)$

______________

Nom : ____________ Groupe : ________ Date : ____________ Évaluation : ________

## 2.7.14 Valeur d'une fonction trigonométrique

**O.I. 1.3.2 Démontrer l'identité d'expressions trigonométriques.**

**Rappel**

En connaissant la valeur d'une fonction trigonométrique en un point donné, on peut déterminer la valeur des autres fonctions trigonométriques en ce point en utilisant les identités.

**1.** Indique dans quel quadrant se situe $t$, si :

a) $\cos t < 0$ et $t \in [0, \pi]$ ; ________

b) $\sin t > 0$ et $t \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$ ; ________

c) $\tan t > 0$ et $t \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$ ; ________

d) $\sec t > 0$ et $t \in ]\pi, 2\pi[$ ; ________

e) $\operatorname{cosec} t > 0$ et $t \in \left]\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$ ; ________

f) $\cot t < 0$ et $t \in ]\pi, 2\pi[$. ________

**2.** Si $\cos t = \frac{-12}{13}$ et $t \in [\pi, 2\pi]$, trouve la valeur de :

a) $\sin t$ ; ________

b) $\tan t$. ________

**3.** Si $\sin t = \frac{3}{5}$ et $t \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$, quelle est la valeur de :

a) $\cos t$ ? ________

b) $\cot t$ ? ________

**4.** Détermine la valeur de $\sec t$ si $\tan t = \frac{4}{3}$ et $\frac{\pi}{2} < t < \frac{3\pi}{2}$.

________

**5.** Si $\tan a = \frac{1}{2}$ et $\pi \leq a \leq 2\pi$, calcule $\sin a$.

________

**6.** Si $\operatorname{cosec} x = -2$ et $x \in \left]\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right[$, que vaut $\cot x$ ?

________

**7.** Si $\cos a = \frac{-3}{4}$ et $a \in [0, \pi]$, calcule $\operatorname{cosec} a$.

________

Nom : ____________ Groupe : ________ Date : ____________ Évaluation : ________

**8.** Que vaut $\sin \theta$, si $\sec \theta = 3$ et $0 \leq \theta \leq \pi$ ?

______________

**9.** Trouve la valeur de $\sec t$ si $\operatorname{cosec} t = {}^{-}4$ et $t \in \left[\pi, \frac{3\pi}{2}\right]$.

______________

**10.** Si $\tan r = \frac{7}{24}$ et $r \in \left[\pi, \frac{3\pi}{2}\right]$, quelle est la valeur de l'expression $\cos r - \sin r$ ?

______________

**11.** Si $\cos t = \frac{2}{5}$ et $t \in [0, \pi]$, calcule $\sec^2 t + \tan^2 t$.

______________

**12.** Si $\sin t = \frac{3}{4}$, et $t \in \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$, que vaut $\cot^2 t - \operatorname{cosec} t$ ?

______________

**13.** Si $\cos t = a$, exprime en terme de $a$ :

**a)** $\sec t$ ;  **b)** $\sin t$ ;  **c)** $\tan t$.

______________ ______________ ______________

**14.** Si $\tan r = b$ et $r \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$, trouve la valeur de :

**a)** $\cot r$ ;  **b)** $\operatorname{cosec} r$ ;  **c)** $\sin r$.

______________ ______________ ______________

Nom : ____________ Groupe : ________ Date : ____________ Évaluation : ________

## 2.7.15 Démonstration d'identités

**O.I. 1.3.2 Démontrer l'identité d'expressions trigonométriques.**

*Rappel*

On démontre une identité trigonométrique en transformant le membre de gauche dans la forme exacte du membre de droite.

**Démontre les identités suivantes.**

**1.** $\cos^2 \theta \cdot \tan^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$

**5.** $1 - \sin \theta \cdot \cos \theta \cdot \tan \theta = \cos^2 \theta$

**2.** $\dfrac{\sin a \cdot \cot^2 a}{\cos a} = \cot a$

**6.** $\tan^2 \theta - \tan^2 \theta \cdot \sin^2 \theta = \sin^2 \theta$

**3.** $\sec^2 a \cdot \cot^2 a - 1 = \cot^2 a$

**7.** $\sec a - \tan a \cdot \sin a = \cos a$

**4.** $\cos^4 x - \sin^4 x = \cos^2 x - \sin^2 x$

**8.** $\dfrac{\tan^2 u}{1 - \cos^2 u} = \sec^2 u$

Nom : ______________ Groupe : ________ Date : ______________ Évaluation : ________

**9.** $\sin t \cdot \sec t + \cos t \cdot \operatorname{cosec} t = \sec t \cdot \operatorname{cosec} t$

**10.** $\dfrac{1}{\cos^2 a} - \dfrac{1}{\cot^2 a} = 1$

**11.** $\dfrac{\sec u \cdot \operatorname{cosec} u}{\tan u + \cot u} = 1$

**12.** $\sec \theta - \cos \theta (\sec^2 \theta - 1) = \cos \theta$

**13.** $\dfrac{\tan x}{\sec x - 1} + \dfrac{\tan x}{\sec x + 1} = 2 \operatorname{cosec} x$

**14.** $\dfrac{\tan \theta + \cos \theta}{\sin \theta} = \sec \theta + \cot \theta$

**15.** $\dfrac{1}{1 - \sin a} + \dfrac{1}{1 + \sin a} = 2 \sec^2 a$

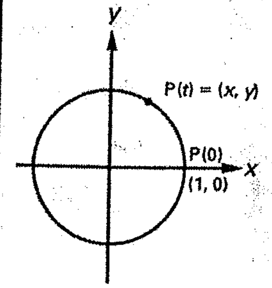
**16.** $\dfrac{\sec^2 t \cdot \cot t}{\operatorname{cosec}^2 t} = \tan t$

Nom : ______________ Groupe : ________ Date : ______________ Évaluation : ________

## 2.7.12 Fonctions sécante, cosécante et cotangente

**O.I. 1.3.2** Démontrer l'identité d'expressions trigonométriques.

*Rappel*




- $\sin t = y$ et $\cos t = x$
- $\tan t = \dfrac{\sin t}{\cos t}$
- $\cot t = \dfrac{\cos t}{\sin t}$ ou $\cot t = \dfrac{1}{\tan t}$
- $\sec t = \dfrac{1}{\cos t}$
- $\operatorname{cosec} t = \dfrac{1}{\sin t}$

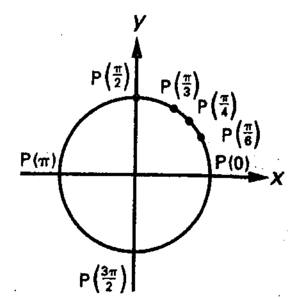
**1.** Les coordonnées de points situés sur le cercle trigonométrique étant données, trouve la valeur de la fonction trigonométrique demandée.

$P(A) = \left(\frac{5}{13}, \frac{12}{13}\right)$ $P(B) = \left(\frac{2}{3}, \frac{\sqrt{5}}{3}\right)$ $P(C) = (0, 1)$

**a)** sec **B** $\frac{3}{2}$
**b)** cot **C** 0
**c)** cosec **B** $\frac{3\sqrt{5}}{5}$
**d)** cot **A** $\frac{5}{12}$
**e)** sec **C** Non définie.
**f)** cosec **A** $\frac{13}{12}$

**2.** Détermine la valeur des fonctions trigonométriques suivantes.

**a)** $\cot \frac{\pi}{4}$ 1
**b)** $\sec 0$ 1
**c)** $\operatorname{cosec} \frac{\pi}{6}$ 2
**d)** $\sec \frac{\pi}{4}$ $\sqrt{2}$
**e)** $\cot \pi$ Non définie.
**f)** $\operatorname{cosec} \frac{\pi}{3}$ $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
**g)** $\operatorname{cosec} \pi$ Non définie.
**h)** $\sec \frac{5\pi}{6}$ $\frac{-2\sqrt{3}}{3}$
**i)** $\cot \frac{2\pi}{3}$ $\frac{-\sqrt{3}}{3}$
**j)** $\operatorname{cosec} \frac{3\pi}{2}$ $-1$




**3.** Donne l'ensemble des valeurs pour lesquelles les fonctions tan *t*, cot *t*, sec *t* et cosec *t* ne sont pas définies.

**a)** tan *t* $\left\{\frac{\pi}{2} + n\pi, n \in \mathbb{Z}\right\}$
**b)** cot *t* $\{n\pi, n \in \mathbb{Z}\}$
**c)** sec *t* $\left\{\frac{\pi}{2} + n\pi, n \in \mathbb{Z}\right\}$
**d)** cosec *t* $\{n\pi, n \in \mathbb{Z}\}$

**4.** Simplifie les expressions suivantes.

**a)** $\sin t \cdot \operatorname{cosec} t$ 1
**b)** $\sin t \cdot \sec t$ $\tan t$
**c)** $\tan t \cdot \operatorname{cosec} t$ $\sec t$
**d)** $\tan t \cdot \cot t$ 1
**e)** $\sin t \cdot \sec t \cdot \cot t$ 1
**f)** $\cos t \cdot \operatorname{cosec} t$ $\cot t$
**g)** $\dfrac{\sec t}{\operatorname{cosec} t}$ $\tan t$
**h)** $\dfrac{\sin t}{\sec t} \cdot \operatorname{cosec} t$ $\cos t$
**i)** $\dfrac{\cot t}{\operatorname{cosec} t} \cdot \sec t$ 1
**j)** $\dfrac{\tan t}{\cot t}$ $\tan^2 t$
**k)** $\dfrac{\sin t}{\operatorname{cosec} t} \cdot \sec^2 t$ $\tan^2 t$
**l)** $\cos^2 t \cdot \tan t \cdot \operatorname{cosec} t$ $\cos t$

Nom : ________ Groupe : ________ Date : ________ Évaluation : ________

## 7.13 Identités trigonométriques

**O.I. 1.3.2 Démontrer l'identité d'expressions trigonométriques.**

**Rappel**

- $\sin^2 t + \cos^2 t = 1$
- $\tan^2 t + 1 = \sec^2 t$
- $1 + \cot^2 t = \text{cosec}^2\, t$
- $\tan t = \dfrac{\sin t}{\cos t}$
- $\cot t = \dfrac{\cos t}{\sin t}$
- $\cot t = \dfrac{1}{\tan t}$
- $\sec t = \dfrac{1}{\cos t}$
- $\text{cosec}\, t = \dfrac{1}{\sin t}$

**1.** Simplifie les expressions suivantes.

**a)** $1 - \cos^2 t$ $\sin^2 t$

**b)** $\sec^2 a - 1$ $\tan^2 a$

**c)** $1 - \sin^2 t$ $\cos^2 t$

**d)** $1 - \text{cosec}^2\, r$ $^{-}\cot^2 r$

**e)** $\text{cosec}^2\, t - \cot^2 t$ $1$

**f)** $\cos^2 a + \sin^2 a$ $1$

**2.** Simplifie les expressions suivantes.

**a)** $(1 - \cos^2 r) \cdot \cot^2 r$

$\cos^2 r$

**b)** $(\tan^2 a + 1) \cdot \cos^2 a$

$1$

**c)** $\tan^2 x \cdot \text{cosec}\, x \cdot \cos x$

$\tan x$

**d)** $\text{cosec}\, t \cdot \sqrt{\sec^2 t - 1}$

$\sec t$

**e)** $(1 + \cot^2 x) \cdot \sin x$

$\text{cosec}\, x$

**f)** $\text{cosec}^2\, a\,(1 - \sin^2 a)$

$\cot^2 a$

**g)** $\sqrt{\tan^2 t + 1} \cdot \cot t$

$\text{cosec}\, t$

**h)** $(\sec^2 r - \tan^2 r) - \sin^2 r$

$\cos^2 r$

**i)** $\dfrac{\cos^2 \theta \cdot \tan \theta}{\cot \theta}$

$\sin^2 \theta$

**j)** $\cot^2 a \cdot \sec^2 a \cdot \sqrt{1 - \cos^2 a}$

$\text{cosec}\, a$

**3.** Effectue l'opération demandée, puis simplifie.

**a)** $(1 + \cos x)(1 - \cos x)$

$\sin^2 x$

**b)** $(\text{cosec}\, r + 1)(\text{cosec}\, r - 1)$

$\cot^2 r$

**c)** $\sin a\,(\text{cosec}\, a - \sin a)$

$\cos^2 a$

**d)** $\tan t\,(\tan t + \cot t)$

$\sec^2 t$

Nom : ________ Groupe : ________ Date : ________ Évaluation : ________

## 2.7.14 Valeur d'une fonction trigonométrique

**O.I. 1.3.2** Démontrer l'identité d'expressions trigonométriques.

*Rappel*

En connaissant la valeur d'une fonction trigonométrique en un point donné, on peut déterminer la valeur des autres fonctions trigonométriques en ce point en utilisant les identités.

**1.** Indique dans quel quadrant se situe $t$, si :

**a)** $\cos t < 0$ et $t \in [0, \pi]$ ; II

**b)** $\sin t > 0$ et $t \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$ ; II

**c)** $\tan t > 0$ et $t \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$ ; III

**d)** $\sec t > 0$ et $t \in ]\pi, 2\pi[$ ; IV

**e)** $\operatorname{cosec} t > 0$ et $t \in \left]\frac{^-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$ ; I

**f)** $\cot t < 0$ et $t \in ]\pi, 2\pi[$. IV

**2.** Si $\cos t = \frac{^-12}{13}$ et $t \in [\pi, 2\pi]$, trouve la valeur de :

**a)** $\sin t$ ;

$\frac{^-5}{13}$

**b)** $\tan t$.

$\frac{5}{12}$

**3.** Si $\sin t = \frac{3}{5}$ et $t \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$, quelle est la valeur de :

**a)** $\cos t$ ?

$\frac{^-4}{5}$

**b)** $\cot t$ ?

$\frac{^-4}{3}$

**4.** Détermine la valeur de $\sec t$ si $\tan t = \frac{4}{3}$ et $\frac{\pi}{2} < t < \frac{3\pi}{2}$.

$\frac{^-5}{3}$

**5.** Si $\tan a = \frac{1}{2}$ et $\pi \leq a \leq 2\pi$, calcule $\sin a$.

$\frac{^-\sqrt{5}}{5}$

**6.** Si $\operatorname{cosec} x = {^-2}$ et $x \in \left]\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right[$, que vaut $\cot x$ ?

$^-\sqrt{3}$

**7.** Si $\cos a = \frac{^-3}{4}$ et $a \in [0, \pi]$, calcule $\operatorname{cosec} a$.

$\frac{4\sqrt{7}}{7}$

Nom : ______________ Groupe : ________ Date : ______________ Évaluation : ________

**8.** Que vaut $\sin\theta$, si $\sec\theta = 3$ et $0 \leq \theta \leq \pi$ ?

$\frac{2\sqrt{2}}{3}$

**9.** Trouve la valeur de $\sec t$ si $\text{cosec}\, t = {}^-4$ et $t \in \left[\pi, \frac{3\pi}{2}\right]$.

$\frac{{}^-4\sqrt{15}}{15}$

**10.** Si $\tan r = \frac{7}{24}$ et $r \in \left[\pi, \frac{3\pi}{2}\right]$, quelle est la valeur de l'expression $\cos r - \sin r$ ?

$\frac{{}^-17}{25}$

**11.** Si $\cos t = \frac{2}{5}$ et $t \in [0, \pi]$, calcule $\sec^2 t + \tan^2 t$.

$\frac{23}{2}$

**12.** Si $\sin t = \frac{3}{4}$, et $t \in \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$, que vaut $\cot^2 t - \text{cosec}\, t$ ?

$\frac{{}^-5}{9}$

**13.** Si $\cos t = a$, exprime en terme de $a$ :

**a)** $\sec t$ ; **b)** $\sin t$ ; **c)** $\tan t$.

$\frac{1}{a}$ $\pm\sqrt{1-a^2}$ $\pm\frac{\sqrt{1-a^2}}{a}$

**14.** Si $\tan r = b$ et $r \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$, trouve la valeur de :

**a)** $\cot r$ ; **b)** $\text{cosec}\, r$ ; **c)** $\sin r$.

$\frac{1}{b}$ $\frac{\sqrt{1+b^2}}{b}$ $\frac{b}{\sqrt{1+b^2}}$

Nom : ______ Groupe : ______ Date : ______ Évaluation : ______

## 2.7.15 Démonstration d'identités

**O.I. 1.3.2** Démontrer l'identité d'expressions trigonométriques.

**Rappel**

On démontre une identité trigonométrique en transformant le membre de gauche dans la forme exacte du membre de droite.

**Démontre les identités suivantes.**

**1.** $\cos^2\theta \cdot \tan^2\theta + \cos^2\theta = 1$

$\cos^2\theta \cdot \dfrac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} + \cos^2\theta$
$= \sin^2\theta + \cos^2\theta$
$= 1$

**2.** $\dfrac{\sin a \cdot \cot^2 a}{\cos a} = \cot a$

$\dfrac{\sin a \cdot \dfrac{\cos^2 a}{\sin^2 a}}{\cos a}$
$= \dfrac{\cos^2 a}{\sin a \cdot \cos a}$
$= \dfrac{\cos a}{\sin a} = \cot a$

**3.** $\sec^2 a \cdot \cot^2 a - 1 = \cot^2 a$

$\dfrac{1}{\cos^2 a} \cdot \dfrac{\cos^2 a}{\sin^2 a} - 1$
$= \dfrac{1}{\sin^2 a} - 1$
$= \mathrm{cosec}^2\, a - 1$
$= \cot^2 a$

**4.** $\cos^4 x - \sin^4 x = \cos^2 x - \sin^2 x$

$(\cos^2 x - \sin^2 x) \cdot (\cos^2 x + \sin^2 x)$
$= (\cos^2 x - \sin^2 x) \cdot 1$
$= \cos^2 x - \sin^2 x$

**5.** $1 - \sin\theta \cdot \cos\theta \cdot \tan\theta = \cos^2\theta$

$1 - \sin\theta \cdot \cos\theta \cdot \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$
$= 1 - \sin^2\theta$
$= \cos^2\theta$

**6.** $\tan^2\theta - \tan^2\theta \cdot \sin^2\theta = \sin^2\theta$

$\tan^2\theta\,(1 - \sin^2\theta)$
$= \dfrac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} \cdot \cos^2\theta$
$= \sin^2\theta$

**7.** $\sec a - \tan a \cdot \sin a = \cos a$

$\dfrac{1}{\cos a} - \dfrac{\sin a}{\cos a} \cdot \sin a$
$= \dfrac{1 - \sin^2 a}{\cos a}$
$= \dfrac{\cos^2 a}{\cos a}$
$= \cos a$

**8.** $\dfrac{\tan^2 u}{1 - \cos^2 u} = \sec^2 u$

$\dfrac{\tan^2 u}{\sin^2 u}$
$= \dfrac{\dfrac{\sin^2 u}{\cos^2 u}}{\sin^2 u}$
$= \dfrac{\sin^2 u}{\cos^2 u \cdot \sin^2 u}$
$= \dfrac{1}{\cos^2 u}$
$= \sec^2 u$

Nom : ______________ Groupe : ________ Date : ______________ Évaluation : ________

**9.** $\sin t \cdot \sec t + \cos t \cdot \operatorname{cosec} t = \sec t \cdot \operatorname{cosec} t$

$$\sin t \cdot \frac{1}{\cos t} + \cos t \cdot \frac{1}{\sin t}$$
$$= \frac{\sin t}{\cos t} + \frac{\cos t}{\sin t}$$
$$= \frac{\sin^2 t + \cos^2 t}{\cos t \cdot \sin t}$$
$$= \frac{1}{\cos t \cdot \sin t}$$
$$= \frac{1}{\cos t} \cdot \frac{1}{\sin t}$$
$$= \sec t \cdot \operatorname{cosec} t$$

**10.** $\frac{1}{\cos^2 a} - \frac{1}{\cot^2 a} = 1$

$$\sec^2 a - \tan^2 a$$
$$= 1$$

**11.** $\frac{\sec u \cdot \operatorname{cosec} u}{\tan u + \cot u} = 1$

$$\frac{\frac{1}{\cos u} \cdot \frac{1}{\sin u}}{\frac{\sin u}{\cos u} + \frac{\cos u}{\sin u}}$$
$$= \frac{\frac{1}{\cos u \cdot \sin u}}{\frac{\sin^2 u + \cos^2 u}{\cos u \cdot \sin u}}$$
$$= \frac{\frac{1}{\cos u \cdot \sin u}}{\frac{1}{\cos u \cdot \sin u}}$$
$$= 1$$

**12.** $\sec \theta - \cos \theta (\sec^2 \theta - 1) = \cos \theta$

$$\frac{1}{\cos \theta} - \cos \theta \cdot \tan^2 \theta$$
$$= \frac{1}{\cos \theta} - \cos \theta \cdot \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta}$$
$$= \frac{1}{\cos \theta} - \frac{\sin^2 \theta}{\cos \theta}$$
$$= \frac{1 - \sin^2 \theta}{\cos \theta}$$
$$= \frac{\cos^2 \theta}{\cos \theta}$$
$$= \cos \theta$$

**13.** $\frac{\tan x}{\sec x - 1} + \frac{\tan x}{\sec x + 1} = 2 \operatorname{cosec} x$

$$\frac{\tan x (\sec x + 1) + \tan x (\sec x - 1)}{(\sec x - 1)(\sec x + 1)}$$
$$= \frac{\tan x \cdot \sec x + \tan x + \tan x \cdot \sec x - \tan x}{\sec^2 x - 1}$$
$$= \frac{2 \tan x \cdot \sec x}{\tan^2 x}$$
$$= \frac{2 \sec x}{\tan x}$$
$$= \frac{2 \cdot \frac{1}{\cos x}}{\frac{\sin x}{\cos x}}$$
$$= 2 \cdot \frac{1}{\cos x} \cdot \frac{\cos x}{\sin x}$$
$$= \frac{2}{\sin x}$$
$$= 2 \operatorname{cosec} x$$

**14.** $\frac{\tan \theta + \cos \theta}{\sin \theta} = \sec \theta + \cot \theta$

séparer

$$\frac{\tan \theta}{\sin \theta} + \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$$
$$= \frac{\frac{\sin \theta}{\cos \theta}}{\sin \theta} + \cot \theta$$
$$= \frac{\sin \theta}{\cos \theta \cdot \sin \theta} + \cot \theta$$
$$= \frac{1}{\cos \theta} + \cot \theta$$
$$= \sec \theta + \cot \theta$$

**15.** $\frac{1}{1 - \sin a} + \frac{1}{1 + \sin a} = 2 \sec^2 a$

voir #13.

$$\frac{1 + \sin a + 1 - \sin a}{(1 - \sin a)(1 + \sin a)}$$
$$= \frac{2}{1 - \sin^2 a}$$
$$= \frac{2}{\cos^2 a}$$
$$= 2 \sec^2 a$$

**16.** $\frac{\sec^2 t \cdot \cot t}{\operatorname{cosec}^2 t} = \tan t$

$$\frac{\frac{1}{\cos^2 t} \cdot \frac{\cos t}{\sin t}}{\frac{1}{\sin^2 t}}$$
$$= \frac{1}{\cos t \cdot \sin t} \cdot \frac{\sin^2 t}{1}$$
$$= \frac{\sin t}{\cos t}$$
$$= \tan t$$