Les triangles isométriques et semblables

Chapitre 2

Entrée en matière

En contexte

Manuel • p. 60

1. m ∠ 4 = 180° – m ∠ 1 (angles supplémentaires)
   m ∠ 2 + m ∠ 3 = 180° – m ∠ 1 (La somme des mesures des angles intérieurs d'un triangle est 180°.)

   Donc : m ∠ 4 = m ∠ 2 + m ∠ 3

2. Environ 5,02 km

3. $\frac{4 \text{ personnes}}{1 \text{ km}^2/\text{jour}} = \frac{64 \text{ personnes}}{x \text{ km}^2/\text{jour}}$

   $x = 16$

   Ainsi, 64 bénévoles peuvent ratisser 16 km² par jour.

   $A_{trapèze} = \frac{(B + b) \cdot h}{2} = \frac{(10{,}4 + 6{,}9)3{,}6}{2} = 31{,}14$

   L'aire du trapèze est 31,14 km².

   $\frac{16 \text{ km}^2}{1 \text{ jour}} = \frac{31{,}14 \text{ km}^2}{y \text{ jours}}$

   $y \approx 2$ jours

   L'île sera donc ratissée en un peu moins de 2 jours.

Manuel • p. 61

4. En supposant que la distance de 10,4 km est représentée à l'aide d'un segment de 1 189 mm, on déduit que, proportionnellement, la hauteur (3,6 km) est représentée à l'aide d'un segment, perpendiculaire à la base, de 411 mm (soit un peu moins que la moitié de la hauteur totale de la feuille), et que la petite base est représentée par un segment, perpendiculaire à la hauteur, de 789 mm.

5. Si 1,189 m correspond à 10,4 km, l'échelle est d'environ 1 : 8 747.

6. La face **PBC** forme un triangle rectangle, car $60^2 + 45^2 = 75^2$.

En bref

Manuel • p. 62

1. a) **1)** *b* et *h*, *c* et *e*

   2) *a* et *e*, *b* et *f*, *c* et *g*, *d* et *h*

   3) *a* et *g*, *d* et *f*

   4) *a* et *c*, *b* et *d*, *e* et *g*, *f* et *h*

   5) *a* et *b*, *a* et *d*, *b* et *c*, *c* et *d*, *e* et *f*, *e* et *h*, *f* et *g*, *g* et *h*, *a* et *f*, *a* et *h*, *b* et *g*, *c* et *h*, *e* et *b*, *e* et *d*, *f* et *c*, *g* et *d*

   b) Puisque la droite est sécante à une paire de droites parallèles, les paires d'angles alternes-internes, correspondants et alternes-externes sont constituées d'angles isométriques. Les angles opposés par le sommet sont toujours isométriques. En voici donc la liste : *a* et *c*, *a* et *e*, *a* et *g*, *b* et *d*, *b* et *f*, *b* et *h*, *c* et *e*, *c* et *g*, *d* et *f*, *d* et *h*, *e* et *g*, et *f* et *h*.

2. a) m $\overline{\mathbf{EF}}$ = 2 cm

   b) L'angle **F** mesure 92° (180° – 88° = 92°).

3. a) $x = 14$

   b) $y = 21$

   c) $z = 84$

   d) $h = 18$

4. Les triangles **a** et **c**, car la relation de Pythagore est vérifiée.

5. a) $x = \sqrt{20}$ cm

   b) $y = \sqrt{7}$ cm

   c) $z = 77°$

6. a) Vrai

   b) Vrai

   c) Faux

   d) Faux

Reproduction autorisée © Les Éditions de la Chenelière inc.

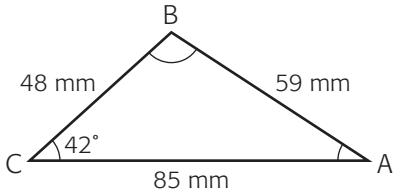
Section 1 Les triangles isométriques

Radio mystère

Situation de communication

Manuel • p. 63

Après que madame Corriveau a énuméré les quatre premiers indices, le triangle peut être reproduit avec certitude comme ci-dessous :

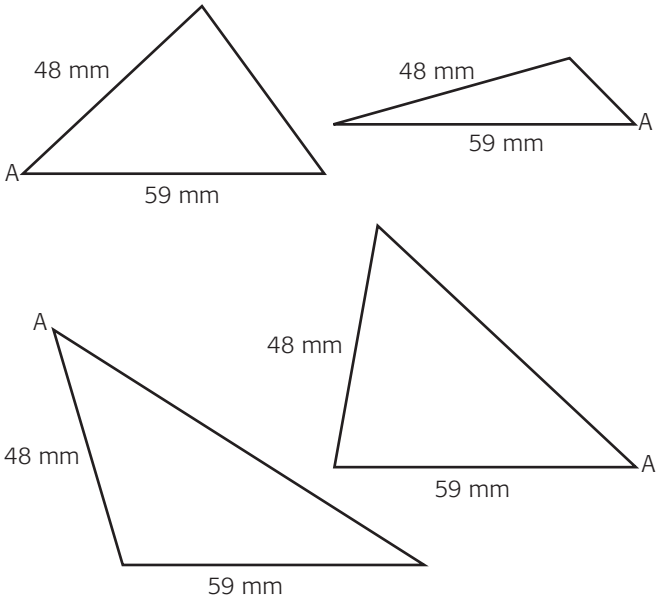


En voici la justification :

Après le premier indice : Un côté mesure 59 mm.
Il est possible de tracer une multitude de triangles.

Après les deux premiers indices : Un côté mesure 59 mm et un angle mesure 42°.
Il est possible de tracer une multitude de triangles.

Après les trois premiers indices : Un côté mesure 59 mm, un angle mesure 42° et un côté mesure 48 mm.
Quelques triangles sont possibles, selon l'endroit où est placé l'angle dont la mesure est connue. Voici quelques exemples de triangles dont l'angle **A** mesure 42° :



Après les quatre premiers indices : Un côté mesure 59 mm, un angle mesure 42°, un côté mesure 48 mm et un côté mesure 85 mm.
Si l'on connaît la mesure des trois côtés, on peut vérifier si ce triangle est rectangle en s'assurant que la relation de Pythagore est respectée.

$$48^2 + 59^2 \neq 85^2$$
$$2\,304 + 3\,481 \neq 85^2$$
$$5\,785 \neq 85^2$$
$$76{,}059\,187^2 \neq 85^2$$

On constate ainsi que ce triangle n'est pas rectangle. On remarque aussi que le plus long côté du triangle attendu par madame Corriveau a une plus grande mesure (85 mm) que si ce triangle avait été rectangle (≈76 mm). Cela permet de faire les déductions suivantes :

- le triangle de madame Corriveau est obtusangle ;
- le côté mesurant 85 mm doit être opposé à l'angle obtus ;
- l'angle de 42° est situé à l'une des extrémités du segment mesurant 85 mm.

En essayant de dessiner deux triangles différents, l'un dont l'angle de 42° est formé par les segments mesurant 85 mm et 59 mm, l'autre dont l'angle de 42° est formé par les segments mesurant 85 mm et 48 mm, on se rend compte que la première option est impossible puisque le troisième côté devrait mesurer plus de 48 mm.

On peut donc affirmer qu'après avoir entendu le quatrième indice, on est en mesure de télécopier une reproduction du triangle ayant les caractéristiques cherchées par madame Corriveau.

ACTIVITÉ D'EXPLORATION 1 Superposable

Manuel • p. 64

A Tous les élèves de chaque équipe auront des triangles isométriques. Par contre, deux élèves de deux équipes différentes n'obtiendront pas des triangles isométriques.

B Si deux triangles sont isométriques, on compte trois paires d'angles homologues isométriques et trois paires de côtés homologues isométriques.

C **1)** Oui, il existe une isométrie (translation, réflexion, rotation) permettant de superposer les deux triangles. Ainsi, les angles homologues sont nécessairement isométriques.

2) Oui, les triangles sont nécessairement isométriques, car ils ont des côtés homologues isométriques et des angles homologues isométriques.

Reproduction autorisée © Les Éditions de la Chenelière inc.

D **1)** Non, puisque les mesures des côtés homologues pourraient être proportionnelles tout en conservant la mesure des angles.

2) Non, car les côtés homologues ne sont pas nécessairement isométriques.

E Il suffit de comparer la mesure de tous les côtés homologues de ces triangles.

Ai-je bien compris ?

1. a) Les triangles sont nécessairement isométriques.

   b) Les triangles ne sont pas nécessairement isométriques.

2. ② et ④, ③ et ⑥

ACTIVITÉ D'EXPLORATION ② Bologo

Manuel • p. 65

A Non, puisqu'on peut observer, dans ces triangles, que le côté le plus long mesure 45 mm. Ils ne peuvent donc pas comporter de côté de 55 mm.

B Non.

Manuel • p. 66

C Non.

Dans la situation **1**, il n'y a qu'une possibilité, soit tracer le segment opposé à l'angle de 13° en reliant les deux extrémités des segments qui forment l'angle de 13°.

Dans la situation **2**, il n'y a aussi qu'une seule possibilité, soit prolonger les deux segments pointillés jusqu'à ce qu'ils se coupent.

D **1)** Que l'angle soit situé entre les deux côtés.

2) Que le côté soit situé entre les deux angles.

E Plusieurs réponses sont possibles. *Exemples :*

1) Côté 1 : 15 mm
Côté 2 : 55 mm
Angle 1 : 43°

2) Côté 1 : 55 mm
Angle 1 : 13°
Angle 2 : 43°

F **1)** CAC **2)** ACA

G **1)** Je dessinerais un contre-exemple qui montre que si l'angle n'est pas entre les deux côtés, les deux triangles ainsi représentés ne seront pas nécessairement isométriques.

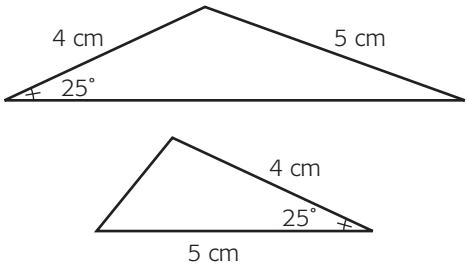
2) Je dessinerais un contre-exemple qui montre que si le côté n'est pas entre les deux angles, les deux triangles ainsi représentés ne seront pas nécessairement isométriques.

Ai-je bien compris ?

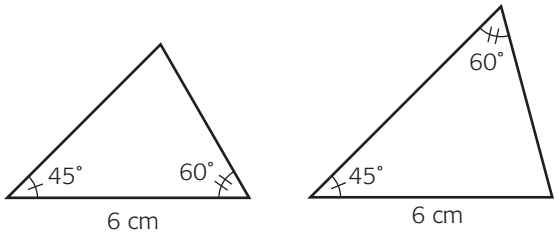
1. a) CAC

   b) ACA

2. a)



b)



ACTIVITÉ D'EXPLORATION ③ Viser la bouée

Manuel • p. 67

A Oui, les triangles **ABE** et **CBD** sont isométriques, car ils possèdent respectivement un côté isométrique ($\overline{AB}$ et $\overline{CB}$) compris entre deux angles homologues isométriques (l'angle droit et les angles opposés par le sommet). La condition minimale d'isométrie ACA est donc vérifiée.

B Le côté **AE**

C Clémence a lancé le galet à 2 720 cm ou 27,2 m, soit 34 • 80 cm.

D Dans ce contexte, la déduction de mesures manquantes s'appuie sur le fait que les éléments homologues (angles et côtés) de triangles isométriques sont isométriques. Ainsi, avant d'avoir déduit que les triangles sont isométriques, on ne peut pas supposer que leurs éléments homologues le sont.

Ai-je bien compris ?

a) ① Les triangles sont isométriques par CAC.

   ② Les triangles sont isométriques par CCC ou CAC.

b) ① x = 17 mm et y = 44°. La mesure de z est impossible à trouver.

   ② x = 18°

Reproduction autorisée © Les Éditions de la Chenelière inc.

Mise en pratique

Manuel • p. 71

1. **Niveau de difficulté : faible**

   a) Oui, par la condition minimale d'isométrie CCC.

   b) $\angle$ A $\cong$ $\angle$ D, $\angle$ B $\cong$ $\angle$ E, $\angle$ C $\cong$ $\angle$ F, $\overline{AB} \cong \overline{DE}$, $\overline{BC} \cong \overline{EF}$ et $\overline{CA} \cong \overline{FD}$

   Remarque : Tous les symboles $\cong$ peuvent être remplacés par le symbole d'égalité, à condition d'inscrire « m », pour « mesure », devant chaque élément.

2. **Niveau de difficulté : faible**

   m $\overline{AB}$ = m $\overline{DE}$ = 30 mm

   m $\overline{BC}$ = m $\overline{EF}$ = 52 mm

   m $\overline{CA}$ = m $\overline{FD}$ = 24 mm

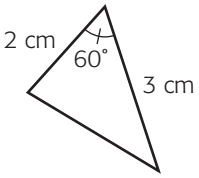
   P = 30 + 52 + 24 = 106
   Le périmètre de chacun des deux triangles est de 106 mm.

3. **Niveau de difficulté : faible**

   Dans des triangles isométriques, tous les angles **HOMOLOGUES** sont isométriques et tous les côtés **HOMOLOGUES** sont **ISOMÉTRIQUES**.

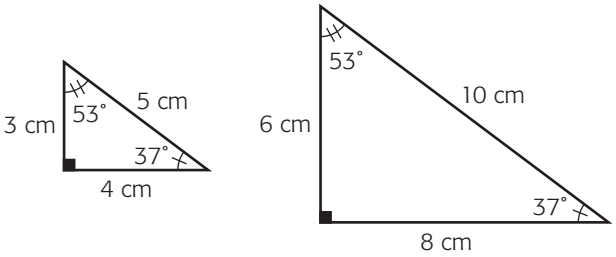
4. **Niveau de difficulté : faible**

   Justin et Benjamin n'ont pas raison. Leurs triangles sont isométriques parce qu'ils ont chacun un angle droit compris entre les côtés de 2 cm et de 3 cm. S'ils avaient chacun dessiné un triangle avec un angle différent compris entre le côté de 2 cm et celui de 3 cm, leurs triangles n'auraient pas été isométriques.



5. **Niveau de difficulté : faible**

   Plusieurs réponses sont possibles. *Exemple :*
   (Les mesures d'angles sont arrondies au degré près.)



Manuel • p. 72

6. **Niveau de difficulté : faible**

   La paire de triangles isométriques est constituée des triangles **ABC** et **DBC**. Les paires de triangles qui ne sont pas isométriques sont constituées des triangles **ABC** et **DEC** ainsi que des triangles **DBC** et **DEC**.

7. **Niveau de difficulté : faible**

   Les triangles ① et ②

8. **Niveau de difficulté : faible**

   ① et ⑤ par CAC (ΔKLM $\cong$ ΔRTS)

   ② et ⑥ par ACA (ΔDEF $\cong$ ΔHGJ)

Manuel • p. 73

9. **Niveau de difficulté : faible**

   a) L'angle de 36° n'est pas compris entre les côtés mesurant 26 mm et 30 mm dans le ΔKLM.

   b) Le côté mesurant 41 mm n'est pas compris entre les angles de 39° et de 102° dans le ΔABC.

10. **Niveau de difficulté : moyen**

    La condition ACA. Il est possible de trouver la mesure de l'angle **R**, soit 64°, et la mesure de l'angle **H**, soit 44°, car la somme des mesures des angles intérieurs d'un triangle égale 180°.

    Ainsi, m $\angle$ R = m $\angle$ G = 64°
    m $\overline{RS}$ = m $\overline{GH}$ = 34 mm
    m $\angle$ S = m $\angle$ H = 44°

11. **Niveau de difficulté : moyen**

    Il est impossible de trouver la mesure manquante puisque les triangles ne sont pas isométriques. Les triangles ne sont pas isométriques, car l'angle de 119° n'est pas compris entre les côtés mesurant 1,3 cm et 3 cm dans chacun des triangles.

12. **Niveau de difficulté : moyen**

    Le triangle ③, ou **UWV**, par la condition minimale d'isométrie CAC ou ACA et le triangle ①, ou **XYZ**, par la condition minimale d'isométrie ACA

Manuel • p. 74

13. **Niveau de difficulté : moyen**

    1. $\cong$; opposés par le sommet

    2. $\angle$ ABC $\cong$ $\angle$ DEC ; parallèles ; **ABC** et **DEC**

    3. $\cong$; ACA

    4. AB ; m $\overline{AB}$ = 2,8 cm ; homologues ; isométriques

Reproduction autorisée © Les Éditions de la Chenelière inc.

14. **Niveau de difficulté : faible**

Il faut réaliser, dans l'ordre, les étapes ②, ⑤, ③, ④ et ①.

15. **Niveau de difficulté : moyen**

a) Δ**ABC** $\cong$ Δ**ADE** par la condition minimale d'isométrie CCC.

b) L'angle **BAE** doit mesurer 117°, soit 3 • 39°. Le triangle **ACD** sera alors isométrique au triangle **ADE** par la condition minimale d'isométrie CAC.

Manuel • p. 75

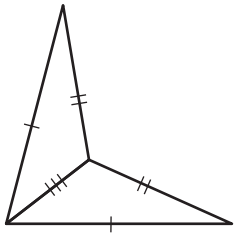
16. **Niveau de difficulté : élevé**

a) **1.** Un côté commun à deux triangles est nécessairement isométrique.

2. $\overline{\mathbf{MR}} \cong \overline{\mathbf{PN}}$; $\overline{\mathbf{MN}} \cong \overline{\mathbf{PR}}$

3. CCC

b) Non. *Contre-exemple :*



17. **Niveau de difficulté : élevé**

1. $\angle$ **PST** $\cong$ $\angle$ **RQT** ; Puisque les droites **PS** et **QR** sont parallèles, les angles alternes-internes sont isométriques.

2. $\angle$ **RPS** $\cong$ $\angle$ **PRQ** ; Puisque les droites **PS** et **QR** sont parallèles, les angles alternes-internes sont isométriques.

3. Les triangles **PTS** et **RTQ** sont isométriques ; ACA

4. **RT** ; **PR** ; $\overline{\mathbf{PT}} \cong \overline{\mathbf{RT}}$

Manuel • p. 76

18. **Niveau de difficulté : élevé**

Affirmation (mots)	Affirmation (symboles)	Justification
1. Les angles **ACB** et **ECD** sont isométriques.	$\angle$ **ACB** $\cong$ $\angle$ **ECD**	Des angles opposés par le sommet sont nécessairement isométriques.
2. Les triangles **ABC** et **EDC** sont isométriques.	Δ**ABC** $\cong$ Δ**EDC**	La condition minimale d'isométrie CAC est vérifiée.
3. L'angle **A** mesure 25°.	m $\angle$ **A** = 180° – (130° + 25°) m $\angle$ **A** = 25°	La somme des mesures des angles intérieurs d'un triangle est égale à 180°.
4. L'angle **E** mesure 25°.	m $\angle$ **A** = m $\angle$ **E** m $\angle$ **E** = 25°	Dans les triangles isométriques, les angles homologues sont isométriques.

19. **Niveau de difficulté : moyen**

a) Δ**CBA** et Δ**CDA**

b) ACA

c) La largeur de la rivière correspond sur le terrain à la distance entre le premier piquet (**A**) et le deuxième piquet (**D**).

Section 2 Les triangles semblables

Un sigle extrême

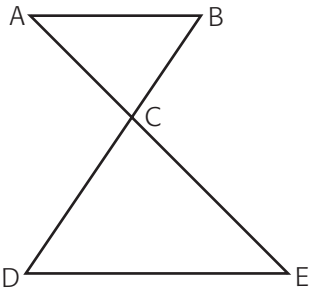
Situation d'application

Manuel • p. 77

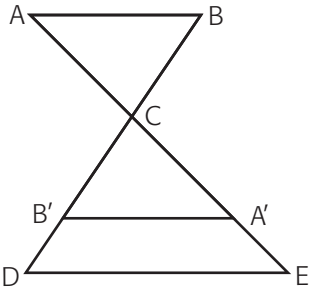
Corine a raison. Les droites sont parallèles.

Voici une suggestion d'arguments mathématiques prouvant cette affirmation.

1. Pour simplifier la preuve, voici un dessin représentant la situation. Des lettres ont été utilisées pour identifier les sommets.



2. En effectuant une rotation de 180° de centre **C** du triangle **ABC**, on obtient le triangle **A'B'C** représenté ici.



Reproduction autorisée © Les Éditions de la Chenelière inc.

3. Puisqu'une rotation a été effectuée pour superposer le triangle **ABC** sur le triangle **A'B'C**, ces triangles sont isométriques et, conséquemment, les angles **CAB** et **CA'B'** sont isométriques.

4. En examinant la mesure de tous les côtés homologues des triangles **CA'B'** et **CED**, on remarque que le rapport entre les mesures des côtés homologues $\left(\frac{65}{40}, \frac{52}{32} \text{ et } \frac{78}{48}\right)$ est toujours de $\frac{13}{8}$.

5. Si le rapport entre les mesures des côtés homologues est constant, il existe une homothétie permettant de faire coïncider le triangle **CA'B'** avec le triangle **CED**. Cette homothétie est de rapport $\frac{13}{8}$ et de centre **C**.

6. Lorsqu'il est possible d'appliquer une homothétie pour faire coïncider deux figures, les côtés homologues de ces figures sont parallèles. Donc, les deux segments mesurant 48 cm ($\overline{\mathbf{A'B'}}$) et 78 cm ($\overline{\mathbf{ED}}$) sont portés par des droites parallèles.

7. Il est possible d'affirmer que les angles correspondants **CA'B'** et **CED** sont isométriques puisqu'ils sont formés par des droites parallèles et une sécante.

8. À la 3e étape, on a affirmé que $\angle$ **CAB** $\cong$ $\angle$ **CA'B'** et on vient d'affirmer que $\angle$ **CA'B'** $\cong$ $\angle$ **CED** ; on peut donc conclure que $\angle$ **CAB** $\cong$ $\angle$ **CED**.

9. Les angles **CAB** et **CED** sont des angles alternes-internes et on vient d'affirmer que ces angles sont isométriques.

10. Puisque ces angles alternes-internes sont isométriques, il est certain qu'ils sont formés par deux droites parallèles et une sécante.

ACTIVITÉ D'EXPLORATION 1 Une règle en pouces

Manuel • p. 78

A Oui, car les élèves devraient tous avoir tracé des triangles dont tous les côtés homologues sont isométriques.

B Les triangles tracés par Guido et Gaëlle ne sont pas isométriques parce que les côtés homologues des deux triangles ne sont pas isométriques. Guido n'a pas utilisé la bonne unité de mesure.

C Les côtés du triangle de Guido mesurent environ 5,08 cm, 7,62 cm et 10,16 cm.

D Le rapport est d'environ $\frac{1}{2{,}54} \approx \frac{50}{127}$ ou $\frac{2{,}54}{1} \approx \frac{127}{50}$.

E Oui, car il est possible de faire coïncider le triangle tracé par Guido avec le triangle tracé par Gaëlle à l'aide de transformations géométriques.

Manuel • p. 79

F Oui, car ils constituent un angle commun aux deux triangles superposés.

G **1)** Oui

2) Oui

H Oui. Voici une justification basée sur l'illustration du haut de la page 79 du manuel :

Les mesures des côtés homologues étant proportionnelles, il existe une homothétie permettant de faire coïncider le triangle de Gaëlle avec celui de Guido. Supposons que nous appliquons une homothétie de centre **G**.

Dans une homothétie, les côtés homologues sont parallèles. Les segments **AE** et **UI** sont donc parallèles.

Les angles **GAE** et **GUI** sont des angles homologues et ils sont nécessairement isométriques, car ils sont formés de deux droites parallèles et d'une sécante.

Il en est de même pour les angles **GEA** et **GIU**.

Les angles **AGE** et **UGI** sont isométriques, car ils constituent un angle commun aux deux triangles.

Nous pouvons donc conclure que lorsque deux triangles possèdent trois cotés homologues dont les mesures sont proportionnelles, les angles homologues sont isométriques.

I Deux triangles dont les mesures des trois côtés homologues sont proportionnelles sont nécessairement semblables.

Ai-je bien compris ?

1. a) Les triangles ①, ③ et ④

   b) Oui, ils sont semblables entre eux, car la relation de similitude est transitive.

ACTIVITÉ D'EXPLORATION 2 Sans troisième côté

Manuel • p. 80

A **1)** $\frac{2}{1}$

2) $\frac{2}{1}$

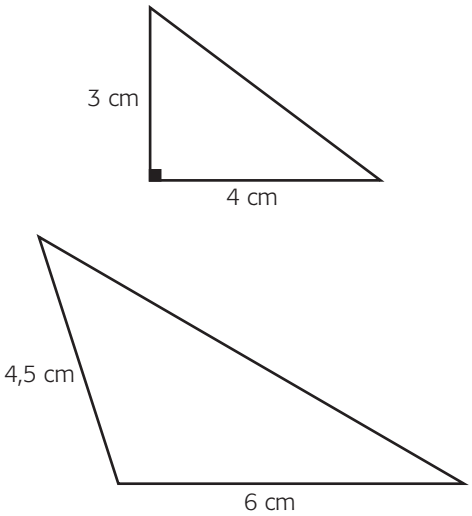
B L'angle **A** du triangle **ADE**, car il s'agit d'un angle commun aux deux triangles.

Reproduction autorisée © Les Éditions de la Chenelière inc.

C Oui, car il existe une homothétie qui permet de faire coïncider le triangle **ABC** avec le triangle **ADE**.

D Deux triangles ayant un angle isométrique compris entre deux côtés homologues dont les mesures sont proportionnelles sont nécessairement semblables.

E Oui, c'est possible. La justification est ce contre-exemple :



F Non

G Pour que deux triangles soient nécessairement semblables, l'angle isométrique doit être compris entre les deux côtés homologues dont les mesures sont proportionnelles.

Manuel • p. 81

H Dans chaque triangle, le troisième angle mesure 25°.

I Étant donné que les deux triangles ont les mêmes mesures d'angle, ils sont nécessairement soit isométriques, soit semblables. Or, ils ne peuvent être isométriques puisqu'ils ont au moins un côté homologue n'ayant pas la même mesure (3 cm et 5 cm). Ils ne peuvent donc être que semblables.

J Ce qui est superflu dans la justification d'Alice est le recours à la mesure des côtés compris entre les deux angles homologues isométriques pour démontrer que les deux triangles sont semblables.

K La condition minimale de similitude de triangles est AA. Deux triangles ayant deux angles homologues isométriques sont nécessairement semblables.

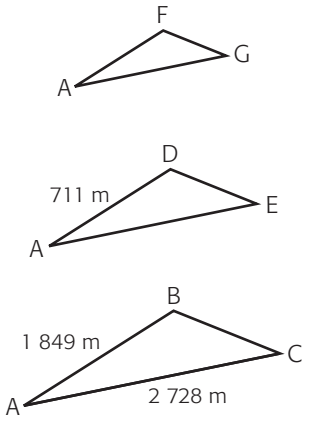
Ai-je bien compris ?

Les triangles ① et ④ par AA et les triangles ② et ③ par CAC.

ACTIVITÉ D'EXPLORATION ③ Transporter Internet

Manuel • p. 82

A



B Sur la condition minimale AA, c'est-à-dire que deux triangles ayant deux paires d'angles homologues isométriques sont nécessairement semblables.

Affirmation	Justification
$\angle$ **BAC** $\cong$ $\angle$ **DAE**	Car c'est un angle commun aux deux triangles.
$\angle$ **ACB** $\cong$ $\angle$ **AED**	Car deux angles homologues formés par deux droites parallèles coupées par une sécante sont isométriques.

C Oui, si Δ**AFG** ~ Δ**ABC** et que Δ**ABC** ~ Δ**ADE**, on peut affirmer par transitivité de la relation de similitude que Δ**AFG** ~ Δ**ADE**.

D Le rapport de similitude est $\frac{711}{1\,849}$ ou $\frac{1\,849}{711}$.

E m $\overline{\mathbf{AE}}$ ≈ 1 049 m

F **1)** m $\overline{\mathbf{AG}}$ ≈ 638,84 m

2) m $\overline{\mathbf{DE}}$ ≈ 307,06 m

3) m $\overline{\mathbf{BC}}$ ≈ 798,53 m

4) m $\overline{\mathbf{GE}}$ ≈ 410,16 m (m $\overline{\mathbf{AE}}$ – m $\overline{\mathbf{AG}}$ = m $\overline{\mathbf{GE}}$)

Manuel • p. 83

G Le segment **GE** mesure environ 410,16 m. C'est donc la même réponse que celle trouvée en **F**.

H Des sécantes coupées par des droites parallèles sont partagées en segments de longueur proportionnelle.

Reproduction autorisée © Les Éditions de la Chenelière inc.

I Les triangles sont semblables puisqu'ils respectent la condition AA, c'est-à-dire qu'ils ont deux angles homologues isométriques.

Affirmation	Justification
$\angle$ **ABC** $\cong$ $\angle$ **SBR**	Car c'est un angle commun aux deux triangles.
$\angle$ **ACB** $\cong$ $\angle$ **SRB**	Car deux angles homologues formés par deux droites parallèles coupées par une sécante sont isométriques.

J **1)** m $\overline{\mathbf{SR}} \approx 3\,817{,}79$ m **2)** m $\overline{\mathbf{AS}} \approx 738{,}65$ m

Ai-je bien compris ?

a) On considère les triangles **FGH** et **FJK**.

1) La condition minimale AA est vérifiée, car :
- l'angle **F** est commun aux deux triangles ;
- les angles homologues **FGH** et **FJK** (ou **FHG** et **FKJ**) sont isométriques puisqu'ils sont formés par deux droites parallèles coupées par une sécante.

2) $\dfrac{\text{m } \overline{\mathbf{JK}}}{\text{m } \overline{\mathbf{GH}}} = \dfrac{\text{m } \overline{\mathbf{FK}}}{\text{m } \overline{\mathbf{FH}}}$

$\dfrac{3{,}4}{2{,}5} = \dfrac{5{,}5}{\text{m } \overline{\mathbf{FH}}}$

3) m $\overline{\mathbf{FH}} = \dfrac{2{,}5 \cdot 5{,}5}{3{,}4} = \dfrac{13{,}75}{3{,}4} = \dfrac{275}{68} \approx 4{,}04$

Donc, $x \approx 4{,}04$ cm.

m $\overline{\mathbf{HK}}$ = m $\overline{\mathbf{FK}}$ – m $\overline{\mathbf{FH}} \approx 5{,}5 - 4{,}04 \approx 1{,}46$

Donc, $y \approx 1{,}46$ cm.

b) On considère les triangles **RST** et **VUT**.

1) La condition minimale AA est vérifiée, car :
- les angles **RTS** et **VTU** sont isométriques puisqu'ils sont opposés par le sommet ;
- les angles **RST** et **VUT** (ou **SRT** et **UVT**) sont isométriques puisqu'ils sont alternes-internes et formés par des droites parallèles et une sécante.

2) $\dfrac{\text{m } \overline{\mathbf{ST}}}{\text{m } \overline{\mathbf{UT}}} = \dfrac{\text{m } \overline{\mathbf{RT}}}{\text{m } \overline{\mathbf{VT}}}$ $\dfrac{\text{m } \overline{\mathbf{ST}}}{\text{m } \overline{\mathbf{UT}}} = \dfrac{\text{m } \overline{\mathbf{RS}}}{\text{m } \overline{\mathbf{VU}}}$

$\dfrac{3{,}7}{3{,}1} = \dfrac{6{,}8}{\text{m } \overline{\mathbf{VT}}}$ $\dfrac{3{,}7}{3{,}1} = \dfrac{\text{m } \overline{\mathbf{RS}}}{3}$

3) m $\overline{\mathbf{VT}} = \dfrac{3{,}1 \cdot 6{,}8}{3{,}7} = \dfrac{21{,}08}{3{,}7} = \dfrac{1\,054}{185} \approx 5{,}70$

Donc, $p \approx 5{,}7$ cm.

m $\overline{\mathbf{RS}} = \dfrac{3 \cdot 3{,}7}{3{,}1} = \dfrac{11{,}1}{3{,}1} = \dfrac{111}{31} \approx 3{,}58$

Donc, $z \approx 3{,}58$ cm.

Mise en pratique

Manuel • p. 87

1. **Niveau de difficulté : faible**

   a) ΔMNP b) 4,5 cm

2. **Niveau de difficulté : faible**

   a) m $\overline{\mathbf{FD}}$ c) m $\angle$ **D**

   b) m $\overline{\mathbf{CB}}$, m $\overline{\mathbf{DF}}$ d) m $\angle$ **E**

3. **Niveau de difficulté : faible**

   Les triangles ①, ③ et ⑥

Manuel • p. 88

4. **Niveau de difficulté : faible**

   a) ΔFED

   b) 3 ou $\frac{1}{3}$

   c) Il y a deux réponses possibles selon qu'on considère que le triangle donné est la figure initiale ou la figure image.

5. **Niveau de difficulté : faible**

   Valérie n'a pas raison, car l'angle n'est pas compris entre les côtés homologues dont les mesures sont proportionnelles.

Manuel • p. 89

6. (*voir au haut de la page suivante*)
7. (*voir au haut de la page suivante*)

Manuel • p. 90

8. **Niveau de difficulté : faible**

   a) Une seule paire de triangles semblables, soit ⑤ et ⑥.

   b) **1)** CAC **2)** $k = 2$ ou $\frac{1}{2} = 0{,}5$

9. **Niveau de difficulté : faible**

   a) Oui, par CAC.

   b) Puisque les triangles sont semblables, on peut établir la proportion suivante à l'aide des côtés homologues : $\dfrac{90}{60} = \dfrac{53}{\text{m } \overline{\mathbf{EF}}}$.

   m $\overline{\mathbf{EF}} = 35\frac{1}{3} \approx 35{,}33$ mm

   $p = 60 + 32 + 35\frac{1}{3} = 127\frac{1}{3} \approx 127{,}33$

   Le périmètre du triangle **DEF** est d'environ 127,33 mm.

Reproduction autorisée © Les Éditions de la Chenelière inc.

Réponses à la question 6, page 89

Niveau de difficulté : faible

a) Paire de triangles semblables	b) **1)** Condition minimale de similitude	b) **2)** Rapport de similitude
① et ④	AA	$\frac{5}{6}$ ou $\frac{6}{5} = 1{,}2$
② et ⑦	AA	$\frac{9}{10} = 0{,}9$ ou $\frac{10}{9}$
③ et ⑧	AA	$\frac{4}{3}$ ou $\frac{3}{4} = 0{,}75$
⑤ et ⑥	CAC	$\frac{9}{7}$ ou $\frac{7}{9}$

Réponses à la question 7, page 89

Niveau de difficulté : faible

a) Paire de triangles semblables	b) **1)** Condition minimale de similitude	b) **2)** Rapport de similitude
① et ⑥	CAC	2 ou $\frac{1}{2} = 0{,}2$
③ et ④	AA	$\frac{6}{5} = 1{,}2$ ou $\frac{5}{6}$
② et ⑤	CCC	1

10. **Niveau de difficulté : moyen**

$\Delta ACG \sim \Delta FDH$ $\Delta FDH \sim \Delta BCH$

$\Delta ACG \sim \Delta BCH$ $\Delta FDH \sim \Delta EDG$

$\Delta ACG \sim \Delta EDG$ $\Delta BCH \sim \Delta EDG$

Manuel • p. 91

11. **Niveau de difficulté : faible**

a) Julie et Marie-Pierre

b) Le triangle d'Ève n'est pas semblable au triangle **ABC** parce que la mesure d'angle donnée n'est pas celle de l'angle compris entre les côtés homologues dont les mesures sont proportionnelles.

12. **Niveau de difficulté : faible**

a) $f = 5$ mm

b) $n = 10{,}5$ dm

13. **Niveau de difficulté : moyen**

1. Il s'agit d'un angle commun aux deux triangles.
2. $\angle$ AED $\cong \angle$ ACB
3. AA
4. 10,8 cm ; 7,2 cm ; semblables ; côtés homologues

Manuel • p. 92

14. **Niveau de difficulté : moyen**

a) Ils n'utilisent pas le rapport de similitude adéquat.

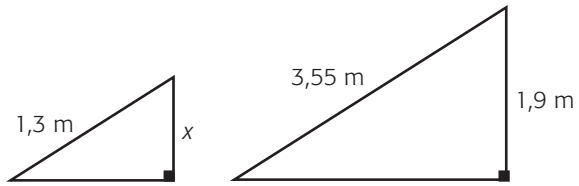
b) Ils auraient dû considérer la base complète du grand triangle, soit 12,5 m.

Le bon rapport de similitude est $\frac{12{,}5}{2{,}5} = 5$.

c) $1{,}6 \cdot 5 = 8$
La hauteur du lampadaire est de 8 m.

15. **Niveau de difficulté : faible**

a)



Ils sont semblables par AA puisque les deux triangles possèdent un angle droit et ont un angle commun.

b) $\frac{3{,}55}{1{,}3} = \frac{1{,}9}{x}$

$x \approx 0{,}70$

Émilie mesure environ 0,70 m.

Reproduction autorisée © Les Éditions de la Chenelière inc.

16. **Niveau de difficulté : moyen**

a) AA, car ils ont deux angles homologues isométriques :

Affirmation	Justification
$\angle$ RST $\cong$ $\angle$ RQP	Ce sont deux angles droits.
$\angle$ SRT $\cong$ $\angle$ QRP	Ce sont deux angles opposés par le sommet.

b) Le rapport de similitude est $\frac{9,6}{3,2} = 3$

donc m $\overline{PR}$ = 4,6 • 3 = 13,8 m

m $\overline{PQ} = \sqrt{13,8^2 - 9,6^2} \approx 9,91$

La largeur de la rivière est d'environ 9,91 m.

c) On peut trouver de plus grandes mesures en dessinant un triangle semblable dont les mesures sont plus petites. Par exemple, si la mesure de la largeur d'une rivière est de presque 10 m, il n'est pas certain que sa plage soit assez large pour permettre de tracer des triangles isométriques. Tracer des triangles semblables, dont le plus petit est sur la plage, permettra de trouver la mesure cherchée.

17. **Niveau de difficulté : élevé**

a)

Affirmation	Justification
1. m $\angle$ ACB = m $\angle$ AED = 36°	Les angles homologues formés par deux droites parallèles et une sécante sont isométriques.
2. m $\angle$ BAC = m $\angle$ GAF = 24°	Les angles opposés par le sommet sont isométriques.
3. m $\angle$ ABC = 180 – (36 + 24) = 120°	La somme des mesures des angles intérieurs d'un triangle est égale à 180°.

b)

Affirmation	Justification
1. $\angle$ BAC $\cong$ $\angle$ DAE	C'est un angle commun aux deux triangles.
2. $\angle$ BCA $\cong$ $\angle$ DEA	Les angles homologues formés par deux droites parallèles et une sécante sont isométriques.
3. ΔABC ~ ΔADE	La condition minimale de similitude AA est vérifiée.
4. $\frac{34}{18} = \frac{m\,\overline{AD}}{27}$ m $\overline{AD}$ = 51 cm	Dans des triangles semblables, les rapports des mesures des côtés homologues sont égaux.
5. m $\overline{BD}$ = m $\overline{AD}$ – m $\overline{AB}$ = 51 – 27 = 24 cm	La mesure s'obtient en soustrayant les mesures des segments.

18. **Niveau de difficulté : moyen**

Plusieurs réponses sont possibles. *Exemple :*

Affirmation	Justification
1. $\angle$ EDO $\cong$ $\angle$ FOG	Les angles homologues formés par deux droites parallèles et une sécante sont isométriques.
2. $\angle$ DOE $\cong$ $\angle$ OGF	Les angles homologues formés par deux droites parallèles et une sécante sont isométriques.
3. ΔDOE ~ ΔOGF	La condition minimale de similitude AA est vérifiée.

19. **Niveau de difficulté : moyen**

Pour chaque proportion, la justification est la suivante : Des sécantes coupées par des droites parallèles sont partagées en segments de longueurs proportionnelles.

Segment **ST** : $\frac{10,93}{10,90} = \frac{2,21}{m\,\overline{ST}}$

m $\overline{ST} = \frac{10,90 \cdot 2,21}{10,93} \approx 2,20$ cm

Segment **TU** : $\frac{10,93}{10,90} = \frac{2,59}{m\,\overline{TU}}$

m $\overline{TU} = \frac{10,90 \cdot 2,59}{10,93} \approx 2,58$ cm

Segment **UV** : $\frac{10,93}{10,90} = \frac{6,13}{m\,\overline{UV}}$

m $\overline{UV} = \frac{10,90 \cdot 6,13}{10,93} \approx 6,11$ cm

20. **Niveau de difficulté : élevé**

a) Martin peut prendre la mesure des segments tracés en vert suivants :

– Le segment à gauche de la figure, en partant du premier étage jusqu'au point de rencontre des deux segments, mesure environ 2,5 cm.

Reproduction autorisée © Les Éditions de la Chenelière inc.

– Le segment à droite de la figure, en partant du premier étage jusqu'au point de rencontre des deux segments, mesure environ 3 cm.
– Le segment à gauche de la figure, en partant du toit jusqu'au point de rencontre des deux segments, mesure environ 3,8 cm.
– Le segment à droite de la figure, en partant du toit jusqu'au point de rencontre des deux segments, mesure environ 3,2 cm.

Martin peut ensuite prouver que les deux triangles sont semblables.

– Au point de rencontre des deux traits, les angles opposés par le sommet sont isométriques.
– On peut prétendre que les mesures des quatre côtés mesurés précédemment sont proportionnelles puisque les mesures prises sont approximatives.
– Les triangles sont semblables puisque la condition minimale CAC de similitude des triangles est respectée.
– Puisque les triangles sont semblables, les angles homologues sont isométriques.
– Les deux angles du premier étage sont donc isométriques aux deux angles du toit.

Martin a donc réussi à prouver que le premier étage et le toit (représentés par des segments orangés) sont parallèles puisque des angles alternes-internes isométriques sont obligatoirement formés par des droites parallèles.

b) Des sept autres étages qui sont délimités par des segments orangés croisant les traits tracés en vert. Donc de huit étages au total.

c) Plusieurs réponses sont possibles. *Exemple :*

On peut d'abord prendre les mesures suivantes :

– Le segment à gauche de la figure, en partant du point de rencontre des deux segments jusqu'au deuxième étage, mesure environ 1,5 cm.
– Le segment à droite de la figure, en partant du point de rencontre des deux segments jusqu'au deuxième étage, mesure environ 1,8 cm.

On peut ensuite prouver que les deux triangles sont semblables.

– Un angle commun aux deux triangles donne des angles isométriques.
– Les mesures des deux premiers côtés mesurés en **a** et des deux côtés mesurés jusqu'à maintenant en **c** sont proportionnelles.
– Les triangles sont semblables puisque la condition minimale de similitude CAC est vérifiée.

Puisque les triangles sont semblables, les angles homologues sont isométriques. Les deux angles du premier étage sont donc isométriques aux deux angles du deuxième étage.

Le premier et le deuxième étage représentés par des segments orangés sont parallèles, car des angles homologues isométriques sont obligatoirement formés par des droites parallèles.

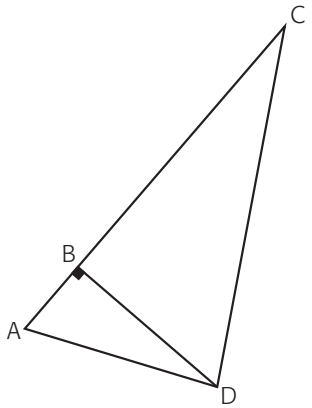
Section 3 Les relations métriques dans le triangle rectangle

Le triangle noir

Situation-problème

Manuel • p. 95

Voici le dessin d'un triangle représentant la situation. Des lettres ont été utilisées pour identifier les sommets.



Le triangle **ABD** est semblable au triangle **ADC** par la condition minimale de similitude AA. En effet, ces triangles possèdent deux angles homologues isométriques :

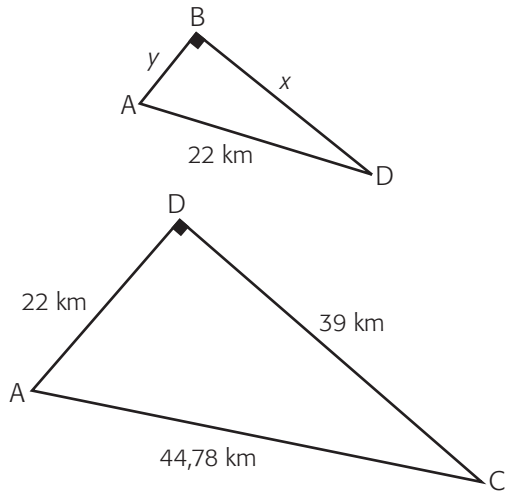
Affirmation	Justification
$\angle$ **ABD** $\cong$ $\angle$ **ADC**	Ce sont deux angles droits.
$\angle$ **BAD** $\cong$ $\angle$ **DAC**	C'est un angle commun aux deux triangles.

Par la relation de Pythagore dans le triangle **ACD**, on peut calculer la mesure du segment **AC**, c'est-à-dire la distance, à vol d'oiseau, entre Saint-Jean-sur-Richelieu et Saint-Hyacinthe.

$$22^2 + 39^2 = (\text{m } \overline{\mathbf{AC}})^2$$
$$2\,005 = (\text{m } \overline{\mathbf{AC}})^2$$
$$44{,}78 \approx \text{m } \overline{\mathbf{AC}}$$

On peut dessiner les deux triangles rectangles semblables côte à côte et indiquer les segments dont la mesure est connue ainsi que les variables *x* et *y* pour les segments dont on cherche la mesure.

Reproduction autorisée © Les Éditions de la Chenelière inc.



Il est ensuite possible d'établir des proportions permettant de trouver la valeur de *x* et de *y*, c'est-à-dire la distance, à vol d'oiseau, entre Farnham et Sainte-Angèle-de-Monnoir ainsi que la distance séparant Sainte-Angèle-de-Monnoir et Saint-Jean-sur-Richelieu.

$\frac{39}{x} \approx \frac{44,78}{22}$, donc $x \approx 19,16$ km

$\frac{22}{y} \approx \frac{44,78}{22}$, donc $y \approx 10,81$ km

La vitesse moyenne de l'hélicoptère est de 60 km/h = 60 km/60 min = 1 km/min.

Le temps nécessaire pour parcourir la distance entre Farnham et Sainte-Angèle-de-Monnoir est d'environ 19,16 min.

Le temps nécessaire pour parcourir la distance entre Sainte-Angèle-de-Monnoir et Saint-Jean-sur-Richelieu est d'environ 10,81 min.

Le temps total est donc
10 min + 19,16 min + 10 min + 10,81 min ≈ 49,97 min.

L'équipe médicale de l'hôpital accueillera le blessé un peu avant 22 h 50.

ACTIVITÉ D'EXPLORATION 1 Si semblables

Manuel • p. 96

A Il y a trois triangles rectangles : **ΔAHC**, **ΔCHB** et **ΔACB**.

B Ce sont les angles **BCH** et **CAB**.

C **1)** AA

2) AA

D À la question **C**, on a affirmé que le triangle **BAC** est semblable au triangle **CAH** et que le triangle **BAC** est semblable au triangle **BCH**. Par comparaison des triangles semblables, on peut affirmer que le triangle **CAH** est semblable au triangle **BCH**. Dans cette situation, le triangle **CAH** que Romain a découpé est le triangle **C'A'H**. On peut donc affirmer que le triangle **C'A'H** est semblable au triangle **BCH.**

E Oui. Puisque les deux triangles sont semblables, leurs angles homologues sont isométriques et, puisqu'ils ont au moins une paire d'angles homologues isométriques (∠ **HA'C'** et ∠ **HCB**), ces angles sont formés par des droites parallèles et par une sécante.

F Trois paires de triangles semblables

Ai-je bien compris ?

ΔDEF ~ ΔDFH
$\overline{DE}$ est homologue à $\overline{DF}$
$\overline{EF}$ est homologue à $\overline{FH}$
$\overline{FD}$ est homologue à $\overline{HD}$
∠ **EDF** est homologue à ∠ **FDH**
∠ **FED** est homologue à ∠ **HFD**
∠ **DFE** est homologue à ∠ **DHF**

ΔDEF ~ ΔFEH
$\overline{DE}$ est homologue à $\overline{FE}$
$\overline{EF}$ est homologue à $\overline{EH}$
$\overline{FD}$ est homologue à $\overline{HF}$
∠ **EDF** est homologue à ∠ **EFH**
∠ **FED** est homologue à ∠ **HEF**
∠ **DFE** est homologue à ∠ **FHE**

ΔDFH ~ ΔFEH
$\overline{DF}$ est homologue à $\overline{FE}$
$\overline{FH}$ est homologue à $\overline{EH}$
$\overline{HD}$ est homologue à $\overline{HF}$
∠ **FDH** est homologue à ∠ **EFH**
∠ **HFD** est homologue à ∠ **HEF**
∠ **DHF** est homologue à ∠ **FHE**

ACTIVITÉ D'EXPLORATION 2 En plus de Pythagore

Manuel • p. 97

A **1)** Les côtés **AB** et **CB**, **BC** et **BH**, et **AC** et **CH**
Les angles **ABC** et **CBH**, **BCA** et **BHC**, et **CAB** et **HCB**

2) Les côtés **CB** et **AC**, **BH** et **CH**, et **CH** et **AH**
Les angles **CBH** et **ACH**, **BHC** et **CHA**, et **HCB** et **HAC**

3) Les côtés **AB** et **AC**, **BC** et **CH**, et **AC** et **AH**
Les angles **ABC** et **ACH**, **BCA** et **CHA**, et **CAB** et **HAC**

Reproduction autorisée © Les Éditions de la Chenelière inc.

B $\frac{m\,\overline{BH}}{m\,\overline{CH}} = \frac{m\,\overline{CH}}{m\,\overline{AH}}$

C $\frac{m\,\overline{EH}}{m\,\overline{FH}} = \frac{m\,\overline{FH}}{m\,\overline{DH}}$

$\frac{9}{m\,\overline{FH}} = \frac{m\,\overline{FH}}{25}$

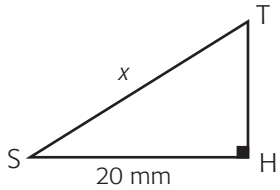
$m\,(\overline{FH})^2 = 9 \cdot 25$

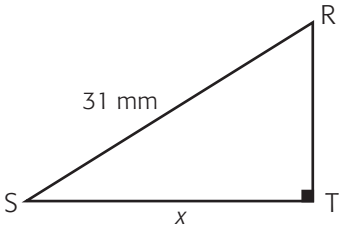
$m\,(\overline{FH})^2 = 225$

$m\,\overline{FH} = 15$ mm

Manuel • p. 98

D





E $\frac{m\,\overline{SR}}{m\,\overline{ST}} = \frac{m\,\overline{ST}}{m\,\overline{SH}}$

F $\frac{31}{m\,\overline{ST}} = \frac{m\,\overline{ST}}{20}$

$(m\,\overline{ST})^2 = 31 \cdot 20$

$(m\,\overline{ST})^2 = 620$

$m\,\overline{ST} \approx 24{,}9$ mm

G **1)** $c \cdot h$ **2)** $a \cdot b$

H l'hypoténuse ; la hauteur relative à l'hypoténuse

Ai-je bien compris ?

1. a) Les trois triangles semblables sont Δ**BCA**, Δ**BHC** et Δ**CHA**. En utilisant d'abord la relation de Pythagore dans le triangle **BCA** et en posant ensuite une proportion des côtés homologues dans les triangles **BCA** et **CHA**, on trouve la valeur de *x*.

$m\,\overline{AB} = \sqrt{39^2 + 24^2} \approx 45{,}79$ m

$\frac{m\,\overline{BC}}{m\,\overline{CH}} = \frac{m\,\overline{AB}}{m\,\overline{AC}}$

$m\,\overline{BC} \cdot m\,\overline{AC} = m\,\overline{AB} \cdot m\,\overline{CH}$

$39 \cdot 24 \approx 45{,}79 \cdot x$

$x \approx 20{,}44$ m

b) Les trois triangles semblables sont Δ**DFE**, Δ**DHF** et Δ**FHE**.

$\frac{m\,\overline{DF}}{m\,\overline{DH}} = \frac{m\,\overline{DE}}{m\,\overline{DF}}$

$(m\,\overline{DF})^2 = m\,\overline{DE} \cdot m\,\overline{DH}$

$49^2 = 52 \cdot x$

$x \approx 46{,}17$ mm

c) Les trois triangles semblables sont Δ**JKG**, Δ**JHK** et Δ**KHG**.

$\frac{m\,\overline{JH}}{m\,\overline{KH}} = \frac{m\,\overline{KH}}{m\,\overline{GH}}$

$m\,\overline{JH} \cdot m\,\overline{GH} = (m\,\overline{KH})^2$

$10 \cdot 6 = x^2$

$x \approx 7{,}75$ cm

2. a) $\frac{m\,\overline{BC} \cdot m\,\overline{CA}}{2} = \frac{39 \cdot 24}{2} = 468$

$\frac{m\,\overline{AB} \cdot m\,\overline{CH}}{2} \approx \frac{45{,}79 \cdot 20{,}44}{2} \approx 468$

L'aire est donc de 468 m^2.

b) En utilisant la relation de Pythagore dans le triangle **DHF** et dans le triangle **DFE**, on obtient $m\,\overline{FH} \approx 16{,}40$ mm et $m\,\overline{EF} \approx 17{,}41$ mm.

$\frac{m\,\overline{DF} \cdot m\,\overline{EF}}{2} \approx \frac{49 \cdot 17{,}41}{2} \approx 426$

$\frac{m\,\overline{DE} \cdot m\,\overline{FH}}{2} \approx \frac{52 \cdot 16{,}40}{2} \approx 426$

L'aire est donc d'environ 426 mm^2.

c) En utilisant la relation de Pythagore dans le triangle **GHK** et dans le triangle **KHJ**, on obtient $m\,\overline{GK} \approx 9{,}8$ cm et $m\,\overline{JK} \approx 12{,}65$ cm.

$\frac{m\,\overline{GK} \cdot m\,\overline{JK}}{2} \approx \frac{9{,}8 \cdot 12{,}65}{2} \approx 62$

$\frac{m\,\overline{GJ} \cdot m\,\overline{KH}}{2} \approx \frac{16 \cdot 7{,}75}{2} \approx 62$

L'aire est donc d'environ 62 cm^2.

Mise en pratique

Manuel • p. 101

1. **Niveau de difficulté : faible**

$m\,\angle$ **NMP** ou $m\,\angle$ **HMP** $= x°$

$m\,\angle$ **MNP** $= (90 - x)°$

$m\,\angle$ **NPH** $= x°$

$m\,\angle$ **MPH** $= (90 - x)°$

Reproduction autorisée © Les Éditions de la Chenelière inc.

2. **Niveau de difficulté : faible**

ΔTRS ~ ΔTHR
$\overline{RS}$ est homologue à $\overline{HR}$
$\overline{ST}$ est homologue à $\overline{RT}$
$\overline{TR}$ est homologue à $\overline{TH}$
$\angle$ SRT est homologue à $\angle$ RHT
$\angle$ TSR est homologue à $\angle$ TRH
$\angle$ RTS est homologue à $\angle$ HTR

ΔTRS ~ ΔRHS
$\overline{RS}$ est homologue à $\overline{HS}$
$\overline{ST}$ est homologue à $\overline{SR}$
$\overline{TR}$ est homologue à $\overline{RH}$
$\angle$ SRT est homologue à $\angle$ SHR
$\angle$ TSR est homologue à $\angle$ RSH
$\angle$ RTS est homologue à $\angle$ HRS

ΔTHR ~ ΔRHS
$\overline{HR}$ est homologue à $\overline{HS}$
$\overline{RT}$ est homologue à $\overline{SR}$
$\overline{TH}$ est homologue à $\overline{RH}$
$\angle$ RHT est homologue à $\angle$ SHR
$\angle$ TRH est homologue à $\angle$ RSH
$\angle$ HTR est homologue à $\angle$ HRS

3. **Niveau de difficulté : faible**

① et ④
② et ⑤
③ et ⑥

4. **Niveau de difficulté : moyen**

Plusieurs réponses sont possibles. *Exemples :*

a) ΔBAC et ΔBCH

b) ΔBCH et ΔCAH

c) ΔCJH et ΔHGC

Manuel • p. 102

5. **Niveau de difficulté : moyen**

a) Oui, car la droite *m* supportant la cathète **CH** est perpendiculaire à la droite *n* supportant la cathète **AH**. L'angle **AHC** est donc droit.

b) Non. Puisque le triangle **ACH** est rectangle, on peut calculer la mesure du segment **CH** à l'aide de la relation de Pythagore. En examinant ensuite le triangle rectangle **CBH**, on trouve la mesure du segment **CB** en appliquant une fois de plus la relation de Pythagore. Enfin, on détermine si la relation de Pythagore est vérifiée dans le triangle **ABC**. Comme ce n'est pas le cas, le triangle **ABC** n'est pas rectangle.

6. **Niveau de difficulté : moyen**

a) **1)** $k = \frac{16,8}{15} = \frac{28}{25} = 1,12$ ou $k = \frac{15}{16,8} = \frac{25}{28} \approx 0,89$

2) $k = \frac{20,1}{15} = \frac{67}{50} = 1,34$ ou $k = \frac{15}{20,1} = \frac{50}{67} \approx 0,75$

3) m $\overline{HQ} = \sqrt{20,1^2 - 15^2} \approx 13,38$

$k \approx \frac{13,38}{20,1} \approx \frac{223}{335} \approx 0,67$ ou $k \approx \frac{20,1}{13,38} \approx \frac{335}{223} \approx 1,5$

b) Aire du ΔPRH = 126 mm^2
Aire du ΔRQH $\approx$ 100,345 mm^2
Aire du ΔPQR $\approx$ 226,345 mm^2

Manuel • p. 103

7. **Niveau de difficulté : moyen**

a) $\frac{6}{x} = \frac{x}{6,6}$
$x^2 = 39,6$
$x \approx 6,29$ cm

b) $\frac{2,6}{x} = \frac{x}{4,6}$
$x^2 = 11,96$
$x \approx 3,46$ cm

c) La mesure du segment **AB** est environ 4,05 cm (relation de Pythagore dans le triangle **ABC**).
$4,05x \approx 2,2 \cdot 3,4$
$x \approx 1,85$ cm

d) $\frac{0,7}{x} = \frac{x}{3,6}$
$x^2 = 2,52$
$x \approx 1,59$ cm

e) $\frac{1}{x} = \frac{x}{2,7}$
$x^2 = 2,7$
$x \approx 1,64$ m

f) $\frac{1,2}{x} = \frac{x}{3,4}$
$x^2 = 4,08$
$x \approx 2,02$ cm

g) La mesure du segment **UV** est environ 2,77 cm (relation de Pythagore dans le triangle **TUV**).
$3,6x \approx 2,3 \cdot 2,77$
$x \approx 1,77$ cm

h) $\frac{2,3}{x} = \frac{x}{3,2}$
$x^2 = 7,36$
$x \approx 2,71$ cm

Reproduction autorisée © Les Éditions de la Chenelière inc.

8. **Niveau de difficulté : moyen**

a) $\frac{2}{m\,\overline{AB}} = \frac{m\,\overline{AB}}{7,1}$

$(m\,\overline{AB})^2 = 14,2$

$m\,\overline{AB} \approx 3,77$

$\frac{5,1}{m\,\overline{AC}} = \frac{m\,\overline{AC}}{7,1}$

$(m\,\overline{AC})^2 = 36,21$

$m\,\overline{AC} \approx 6,02$

$p \approx 5,1 + 2 + 3,77 + 6,02 \approx 16,89$
Le périmètre du triangle **BCA** est d'environ 16,89 cm.

b) $m\,\overline{JK} = \sqrt{3,3^2 + 6^2} \approx 6,85$

$p \approx 6,85 + 3,3 + 6 \approx 16,15$
Le périmètre du triangle **JKL** est d'environ 16,15 cm.

c) $\frac{1,6}{m\,\overline{DE}} = \frac{m\,\overline{DE}}{6,9}$

$(m\,\overline{DE})^2 = 11,04$

$m\,\overline{DE} \approx 3,32$

$\frac{5,3}{m\,\overline{DF}} = \frac{m\,\overline{DF}}{6,9}$

$(m\,\overline{DF})^2 = 36,57$

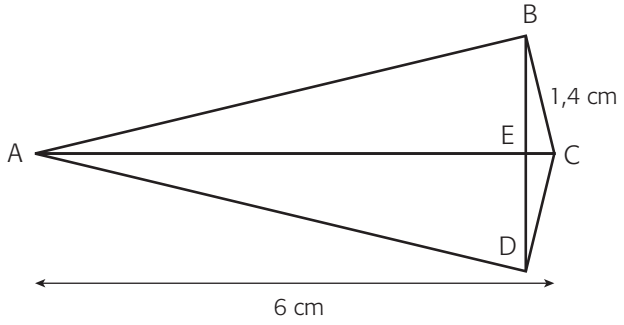
$m\,\overline{DF} \approx 6,05$

$p \approx 6,9 + 3,32 + 6,05 \approx 16,27$
Le périmètre du triangle **EFD** est d'environ 16,27 cm.

9. **Niveau de difficulté : moyen**

Remarque : Dans la figure de la question 9, la flèche indiquant la longueur de la pointe de flèche devrait se rendre jusqu'à l'extrémité droite de celle-ci.

Voici le dessin de la pointe de flèche sur lequel on a ajouté la hauteur relative à l'hypoténuse de chaque triangle rectangle isométrique. De plus, des lettres ont été utilisées pour identifier les sommets.



Par la relation de Pythagore dans le triangle rectangle **ABC**, on trouve que la mesure du segment **AB** est environ 5,83 cm.

Par la relation métrique qui affirme que, dans un triangle rectangle, le produit des cathètes égale le produit de l'hypoténuse et de la hauteur relative à l'hypoténuse, on trouve que la mesure du segment **BE** est environ 1,36 cm.

Le triangle **ABC** étant isométrique au triangle **ADC**, le segment **DE** mesure environ 1,36 cm.

En additionnant la mesure des deux segments, on obtient la mesure du segment **BD**, soit environ 2,72 cm.

La largeur de la pointe de flèche est d'environ 2,72 cm.

Consolidation

Manuel • p. 104

1. **Triangles isométriqes et conditions minimales d'isométrie de triangles**

Niveau de difficulté : faible

a) Oui, par la condition minimale d'isométrie CCC
b) Non
c) Oui, par la condition minimale d'isométrie ACA

2. **Triangles isométriqes**

Niveau de difficulté : faible

$\Delta FGH \cong \Delta KLM$ par transitivité

3. **Triangles semblables et conditions minimales de similitude de triangles**

Niveau de difficulté : faible

a) Les triangles ② et ③, ② et ④, ② et ⑤, ③ et ④, ③ et ⑤, ④ et ⑤, et ① et ⑥ sont semblables.

b) Les triangles ② et ③, ② et ④, ② et ⑤, ③ et ④, ③ et ⑤, ④ et ⑤ sont tous semblables par la condition minimale de similitude AA. Les triangles ① et ⑥ sont semblables par la condition minimale de similitude CAC.

Manuel • p. 105

4. **Triangles semblables, conditions minimales de similitude de triangles et recherche de mesures manquantes**

Niveau de difficulté : moyen

a) ❶ AA ❷ AA ❸ AA

b) ❶ $\frac{9}{w} = \frac{6}{4}$, donc $w = 6$ cm

$\frac{b}{5} = \frac{6}{4}$, donc $b = 7,5$ cm

Reproduction autorisée © Les Éditions de la Chenelière inc.

❷ $\frac{p}{9} = \frac{6}{8}$, donc $p = 6{,}75$ cm

$\frac{r}{10} = \frac{6}{8}$, donc $r = 7{,}5$ cm

❸ $\frac{d}{15} = \frac{10}{12}$, donc $d = 12{,}5$ cm

$\frac{e}{18} = \frac{10}{12}$, donc $e = 15$ cm

5. **Hauteur relative à l'hypoténuse**

Niveau de difficulté : moyen

a) $m\,\overline{JK} = \sqrt{4{,}9^2 + 1{,}6^2} \approx 5{,}15$

$5{,}15 \cdot h \approx 4{,}9 \cdot 1{,}6$

$h \approx 1{,}52$

$m\,\overline{LH} \approx 1{,}5$ cm

b) $\frac{5{,}6}{h} = \frac{h}{1{,}6}$

$h^2 = 8{,}96$

$h \approx 2{,}99$

$m\,\overline{KH} \approx 3$ cm

c) $\frac{3{,}1}{h} = \frac{h}{1{,}2}$

$h^2 = 3{,}72$

$h \approx 1{,}93$

$m\,\overline{EH} \approx 1{,}9$ cm

Manuel • p. 106

6. **Triangles semblables**

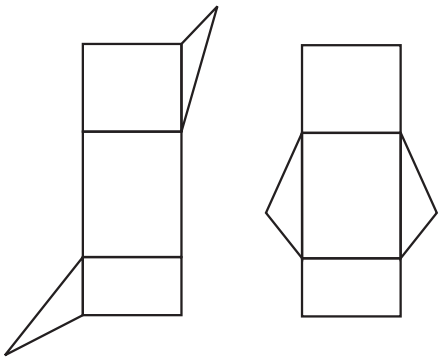
Niveau de difficulté : faible

Des triangles semblables sont des triangles dont les mesures des côtés homologues sont proportionnelles et dont les mesures des angles homologues sont isométriques.

7. **Conditions minimales d'isométrie de triangles**

Niveau de difficulté : faible

a) Oui. Elles peuvent être tracées sur les côtés du développement, mais pas aux extrémités du haut ou du bas du développement, car c'est l'endroit où les faces latérales se lient. *Exemples :*



b) Non, peu importe où l'on place les triangles, ceux-ci resteront isométriques.

8. **Triangles isométriques**

Niveau de difficulté : moyen

Puisque les triangles sont isométriques par CCC, leurs angles homologues sont isométriques.

$36 = 2x$

$x = 18°$

L'angle mesurant $3x$ mesure donc 54°.

$180 - (36 + 54) = 90°$

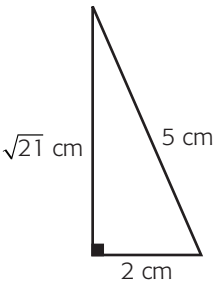
Oui, les triangles sont rectangles.

9. **Triangles isométriques**

Niveau de difficulté : faible

Non. La mesure de l'hypoténuse du triangle ayant des cathètes de 3 cm et 4 cm est 5 cm, mais tous les triangles rectangles ayant une hypoténuse mesurant 5 cm n'ont pas nécessairement des cathètes mesurant 3 cm et 4 cm.

Contre-exemple :



10. **Triangles semblables, conditions minimales de similitude de triangles et recherche de mesures manquantes**

Niveau de difficulté : moyen

a) **1)** AA **2)** AA

b) Par transitivité, $\Delta SXR \sim \Delta SWT$.

1) Considérant ΔSXR et ΔSWT

$\frac{2{,}3}{3{,}7} = \frac{1{,}6}{m\,\overline{RX}}$

$m\,\overline{RX} \approx 2{,}6$ cm

2) Considérant ΔSVU et ΔSWT

$\frac{1{,}6}{3{,}1} = \frac{2{,}2}{m\,\overline{SV}}$

$m\,\overline{SV} \approx 4{,}3$ cm

3) Considérant ΔSVU et ΔSWT

$\frac{1{,}6}{3{,}1} = \frac{2{,}3}{m\,\overline{SU}}$

$m\,\overline{SU} = 4{,}456\,25$ cm

$m\,\overline{TU} = m\,\overline{SU} - m\,\overline{ST}$

Reproduction autorisée © Les Éditions de la Chenelière inc.

$m\,\overline{TU} = 4{,}456\,25 - 2{,}3$
$m\,\overline{TU} = 2{,}156\,25$
$m\,\overline{TU} \approx 2{,}2$ cm

Manuel • p. 107

11. Accès facile

Triangles semblables

Niveau de difficulté : moyen

a) 1er modèle : $\frac{\text{hauteur}}{\text{base}} = \frac{0{,}75}{10{,}5} = \frac{1}{14}$

2e modèle : $\frac{\text{hauteur}}{\text{base}} = \frac{1{,}2}{16{,}5} = \frac{4}{55} > \frac{1}{14}$

Le premier modèle respecte la norme de sécurité.

b) $\frac{\text{hauteur}}{\text{base}} = \frac{1{,}2}{x} = \frac{1}{14}$

$x = 16{,}8$

La base doit mesurer 16,8 m ou plus pour respecter la norme de sécurité.

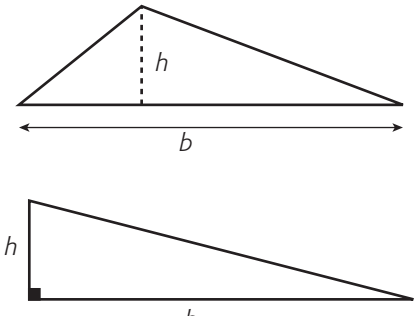
12. Nécessairement ?

Triangles isométriques et triangles semblables

Niveau de difficulté : moyen

a) Oui, puisque $A_{triangle} = \frac{b \cdot h}{2}$, les deux éléments pouvant varier sont la base et la hauteur. Donc, comme les bases et les hauteurs des deux triangles sont isométriques, ceux-ci ont nécessairement la même aire.

b) Non. *Contre-exemple* :



c) Non. Pour que des triangles soient semblables sans être isométriques, ils doivent avoir des bases et des hauteurs proportionnelles sans que le rapport de similitude k égale 1. Les deux triangles de cette situation ayant la même base et la même hauteur, leur rapport de similitude égale donc 1. S'ils sont semblables, ils sont donc nécessairement isométriques.

13. Spirale de Pythagore

Triangles semblables et conditions minimales de similitude de triangles

Niveau de difficulté : moyen

a) Non, car même s'ils ont tous un angle droit et un côté isométrique, il n'y a aucune condition minimale de similitude qui est respectée.

b) Oui, car tous les triangles rectangles isocèles sont semblables, et ce, par la condition minimale de similitude CAC ou AA (angles mesurant 45°).

14. Rapport d'aires

Triangles semblables

Niveau de difficulté : moyen

$k = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$

$k^2 = \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$

$A_{\Delta STU} = A_{\Delta PQR} \cdot k^2$

$= 90 \cdot \frac{9}{16}$

$= 50{,}625$

L'aire du triangle **STU** est de 50,625 cm^2.

Manuel • p. 108

15. Moulin à vent

Triangles isométriques et conditions minimales d'isométrie de triangles

Niveau de difficulté : faible

a) 1. Les côtés d'un octogone régulier sont tous isométriques.

2. tous les rayons sont isométriques

3. CCC

b) Oui

c) Plusieurs réponses sont possibles. *Exemple :* Le triangle **OAB** est isométrique au triangle **ODE** par une rotation de –135° de centre **O**.

16. Un peu d'aire…

Hauteur relative à l'hypoténuse

Niveau de difficulté : moyen

On suppose un triangle isocèle **ABC** dont l'angle **C** mesure 90°. Les cathètes **AC** et **BC** sont isométriques. Chacune peut représenter la base ou la hauteur.

Reproduction autorisée © Les Éditions de la Chenelière inc.

$$A_{\Delta ABC} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{m\,\overline{AC} \cdot m\,\overline{BC}}{2}$$
$$= \frac{m\,\overline{AC} \cdot m\,\overline{AC}}{2} = \frac{(m\,\overline{AC})^2}{2}$$

Donc, $A_{\Delta ABC} = \frac{(m\,\overline{AC})^2}{2}$

$$72 = \frac{(m\,\overline{AC})^2}{2}$$
$$144 = (m\,\overline{AC})^2$$
$$12 = m\,\overline{AC}$$

En calculant la mesure de l'hypoténuse **AB** par la relation de Pythagore, on trouve que l'hypoténuse mesure environ 16,97 cm.

On suppose que la hauteur relative à l'hypoténuse est représentée par le segment **CD**.

Dans un triangle rectangle, le produit des cathètes étant égal au produit de l'hypoténuse et de la hauteur relative à l'hypoténuse, on peut affirmer que :

$$m\,\overline{AC} \cdot m\,\overline{BC} = m\,\overline{AB} \cdot m\,\overline{CD}$$
$$12 \cdot 12 \approx 16{,}97 \cdot m\,\overline{CD}$$
$$8{,}5 \approx m\,\overline{CD}$$

La hauteur relative à l'hypoténuse est d'environ 8,5 cm.

17. **Subtil**

Relations métriques dans le triangle rectangle

Niveau de difficulté : moyen

Puisqu'il s'agit de deux triangles rectangles, on peut utiliser la relation de Pythagore ($a^2 + b^2 = c^2$). Les hypoténuses sont isométriques (c), et une paire de cathètes sont isométriques (a). Supposons que la cathète de l'un des triangles est m et que la cathète homologue de l'autre triangle est n ; nous aurons alors :

$a^2 + m^2 = c^2$ et $a^2 + n^2 = c^2$

$m^2 = c^2 - a^2$ $\quad$ $n^2 = c^2 - a^2$

On en déduit que $m^2 = n^2$ et que $m = n$.

Par conséquent, les deux triangles rectangles sont isométriques par la condition minimale d'isométrie CCC.

Manuel • p. 109

18. **Attention : sable mouvant !**

Triangles isométriques, conditions minimales d'isométrie de triangles et recherche de mesures manquantes

Niveau de difficulté : moyen

Les triangles **ABC** et **EDC** sont isométriques par ACA (angle droit, $\overline{BC} \cong \overline{DC}$ et les angles opposés par le sommet sont toujours isométriques).

$$m\,\overline{DE} = \sqrt{m\,\overline{CE}^2 - m\,\overline{DC}^2}$$
$$m\,\overline{DE} = \sqrt{78^2 - 30^2}$$
$$m\,\overline{DE} = \sqrt{5184}$$
$$m\,\overline{DE} = 72$$

Puisque les triangles sont isométriques, $m\,\overline{DE} = m\,\overline{AB}$. L'étendue de sable mouvant mesure 72 m.

19. **Reproductions**

Triangles semblables

Niveau de difficulté : faible

a) Faux

b) Faux

c) Vrai

20. **Diagonale**

Triangles isométriques

Niveau de difficulté : faible

a) Dans le parallélogramme **EFGH** par la condition minimale d'isométrie CCC.

b) Oui

Dans le cerf-volant **ABCD**, $\Delta ABC \cong \Delta ADC$ par la condition minimale d'isométrie CCC.
$\overline{AB} \cong \overline{AD}$, $\overline{BC} \cong \overline{DC}$ et $\overline{AC} \cong \overline{AC}$ (côté commun)

Dans le parallélogramme **EFGH**, $\Delta EFG \cong \Delta GHE$ par la condition minimale d'isométrie CCC.
$\overline{EF} \cong \overline{GH}$, $\overline{FG} \cong \overline{HE}$ et $\overline{EG} \cong \overline{EG}$ (côté commun)

Manuel • p. 110

21. **Semblable à quelle condition ?**

Triangles semblables et conditions minimales de similitude de triangles

Niveau de difficulté : moyen

a) Non, car les mesures des côtés homologues ne sont pas proportionnelles.

$\frac{3}{6} \neq \frac{4}{9}$

b) Oui, par la condition minimale de similitude CCC.

c) Oui, par la condition minimale de similitude AA (angle **A** commun et angle de 114°).

d) Non, car les mesures des côtés homologues ne sont pas proportionnelles.

Reproduction autorisée © Les Éditions de la Chenelière inc.

22. **Arpenteurs au travail**

Recherche de mesures manquantes

Niveau de difficulté : moyen

Puisque la rue Sherbrooke et le chemin de la Côte-Saint-Antoine sont des rues sécantes coupées par des rues parallèles, alors elles sont partagées en segments de longueur proportionnelle. Nous pouvons donc trouver les distances x, y et z de la façon suivante :
$107 + 92 + 84 = 283$

$\frac{356}{283} = \frac{x}{84}$, donc $x \approx 105{,}7$ m.

$\frac{356}{283} = \frac{y}{92}$, donc $y \approx 115{,}7$ m.

$\frac{356}{283} = \frac{z}{107}$, donc $z \approx 134{,}6$ m.

Manuel • p. 111

23. **Voisins en coin**

Triangles isométriques et conditions minimales d'isométrie de triangles

Niveau de difficulté : faible

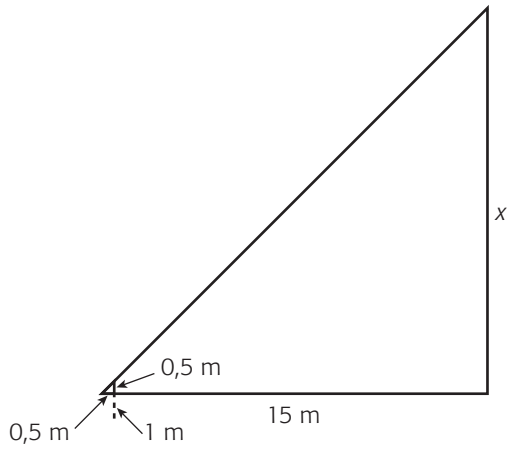
L'entrepreneur a tort. Il n'y a aucune condition minimale d'isométrie qui est respectée. Il faudrait que les angles homologues isométriques soient compris entre les côtés homologues isométriques, soit la façade et la clôture, pour que la condition minimale d'isométrie CAC soit respectée.

24. **Stratégique**

Triangles semblables, conditions minimales de similitude de triangles et recherche de mesures manquantes

Niveau de difficulté : moyen

Le triangle formé par les deux repères en noir du bâton et le triangle formé par l'école et la distance de 15 m ajoutée au 0,5 m du repère horizontal sont semblables par la condition minimale de similitude AA. Les deux triangles sont formés d'un angle droit et ils ont un angle commun, soit l'angle formé par le repère horizontal et la ligne de visée.



$\frac{15{,}5}{0{,}5} = \frac{x}{0{,}5}$, donc $x = 15{,}5$ m.
$15{,}5 + 1 = 16{,}5$

L'école a une hauteur de 16,5 m.

Manuel • p. 112

25. **Pas si inaccessible…**

Triangles semblables, conditions minimales de similitude de triangles et recherche de mesures manquantes

Niveau de difficulté : moyen

Les triangles sont semblables, car la condition minimale de similitude AA est respectée. Les deux triangles sont formés d'un angle droit et ils ont un angle de même mesure, soit les angles d'incidence et de réflexion.

$21 - 17{,}5 = 3{,}5$

$\frac{17{,}5}{3{,}5} = \frac{h}{1{,}6}$

$h = 8$

L'arbre a une hauteur de 8 m.

26. **Triplet pythagoricien**

Hauteur relative à l'hypoténuse

Niveau de difficulté : moyen

a) Premier triangle :
$3 \cdot 4 = h \cdot 5$,
donc $h = 2{,}4$ cm.

Deuxième triangle :
$15 \cdot 8 = h \cdot 17$,
donc $h \approx 7{,}1$ dm.

Troisième triangle :
$12 \cdot 5 = h \cdot 13$,
donc $h \approx 4{,}6$ m.

b) Oui, c'est possible.

Par exemple, si un triangle rectangle a les mesures suivantes : 15, 20 et 25 mm.

Un triangle avec ces mesures est bien un triangle rectangle puisque

$15^2 + 20^2 = 25^2$
$225 + 400 = 625$
$625 = 625$

Tous les côtés de ce triangle rectangle sont des nombres naturels.

Comme le produit des cathètes égale le produit de l'hypoténuse et de la hauteur relative à l'hypoténuse dans un triangle rectangle, on a

$15 \cdot 20 = h \cdot 25$
$300 = h \cdot 25$
$h = 12$ mm

Reproduction autorisée © Les Éditions de la Chenelière inc.

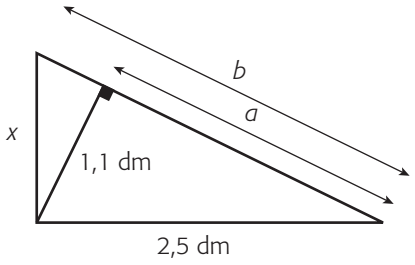
Ainsi, la hauteur relative à l'hypoténuse de ce triangle rectangle dont tous les côtés sont des nombres naturels est aussi un nombre naturel.

Manuel • p. 113

27. Pas pire les pantoufles !

Relations métriques dans le triangle rectangle

Niveau de difficulté : élevé



$a = \sqrt{2{,}5^2 - 1{,}1^2}$
$a \approx 2{,}24$

$\frac{2{,}5}{2{,}24} = \frac{b}{2{,}5}$
$b \approx 2{,}78$

$2{,}78 \cdot 1{,}1 \approx 2{,}5 \cdot x$
$x \approx 1{,}22$
$1{,}22 + 2{,}5 \approx 3{,}72$

La pantoufle mesure environ 3,7 dm.

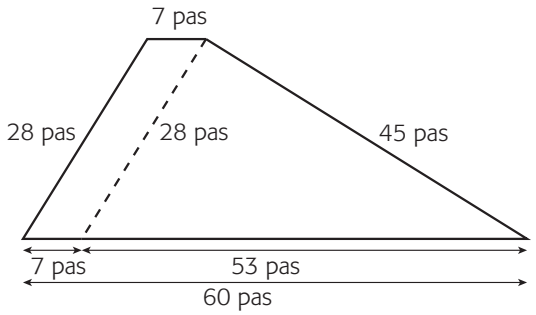
28. Des petits pas isométriques

Triangles semblables, recherche de mesures manquantes et relations métriques dans le triangle rectangle

Niveau de difficulté : élevé

Puisque les deux segments représentant le bord de la route sont parallèles, la figure est un trapèze.

On trace un segment (en pointillé) parallèle au segment mesurant 28 pas. Celui-ci mesure aussi 28 pas et il détermine deux segments sur la grande base du trapèze. L'un de ces segments mesure 7 pas et l'autre mesure 53 pas puisqu'au total, la grande base mesure 60 pas.



On vérifie si le triangle ainsi formé est rectangle.
$28^2 + 45^2 = 53^2$
Oui, il s'agit d'un triangle rectangle.

On peut donc calculer la hauteur relative à l'hypoténuse de ce triangle :
$28 \cdot 45 = h \cdot 53$
$h \approx 23{,}77$

La route a une largeur d'environ 24 pas.

Manuel • p. 114

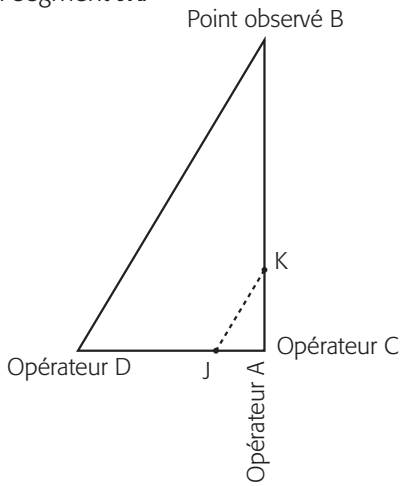
29. En quête de mesure indirecte

Triangles semblables et recherche de mesures manquantes

Niveau de difficulté : élevé

Plusieurs réponses sont possibles. *Exemple :*

Le dessin suivant représente la situation. On y a ajouté un segment **JK**.



La mesure cherchée est la distance entre l'opérateur **D** et le point observé **B**. Le triangle représentant cette situation est rectangle. Toutefois, l'angle droit ne compte pas dans les mesures que doit connaître le contremaître, car c'est une mesure d'angle fixe.

L'opérateur **D** a un rôle stratégique dans le fonctionnement de cet appareil. C'est lui qui donne les mesures au contremaître afin que ce dernier puisse déterminer la largeur de la rivière.

D'abord, il mesure l'angle de visée de l'objet de l'autre côté du cours d'eau (le point observé **B**), mais il ne donne pas cette mesure d'angle au contremaître.

Ensuite, il mesure la distance qui le sépare de l'angle droit. Il donne cette mesure au contremaître : il s'agit de la première mesure connue par celui-ci.

Il se déplace ensuite au point **J** et reproduit le même angle dont il a retenu la mesure. Les triangles **BDA** et **KJC** sont semblables, car ils respectent la condition minimale de similitude AA.

Reproduction autorisée © Les Éditions de la Chenelière inc.

L'opérateur **D** mesure la distance séparant l'opérateur **A** et le point **J** ainsi que la distance séparant l'opérateur **C** et le point **K**. Il donne ces deux mesures au contremaître, qui possède maintenant les trois mesures dont il a besoin pour trouver la mesure cherchée.

C'est maintenant au contremaître de poursuivre le travail. Puisque le triangle représenté dans cette situation est un triangle rectangle, la relation de Pythagore dans le petit triangle permet de déterminer la mesure de l'hypoténuse **JK**. Enfin, le contremaître établit une proportion entre les côtés dont les mesures sont proportionnelles et trouve la mesure de l'hypoténuse du grand triangle.

On détermine maintenant un ensemble de trois mesures compatibles avec une largeur ($\overline{\mathbf{DB}}$) de 175 m.

On établit une proportion entre les côtés dont les mesures sont proportionnelles en incluant la mesure de $\overline{\mathbf{DB}}$, qui est connue : $\frac{m\ \overline{\mathbf{DB}}}{m\ \overline{\mathbf{JK}}} = \frac{m\ \overline{\mathbf{DA}}}{m\ \overline{\mathbf{JA}}}$.

Les mesures $\overline{\mathbf{DA}}$ et $\overline{\mathbf{JA}}$ ont été prises sur le terrain. On suppose qu'elles sont respectivement 105 m et 3 m. On détermine la mesure de $\overline{\mathbf{JK}}$:

$$\frac{175}{m\ \overline{\mathbf{JK}}} = \frac{105}{3}$$

$$m\ \overline{\mathbf{JK}} := 5$$

Par la relation de Pythagore dans le triangle **KJC**, on détermine la mesure de $\overline{\mathbf{CK}}$, qui est la troisième mesure connue :

$$m\ \overline{\mathbf{CK}} = \sqrt{(m\ \overline{\mathbf{JK}})^2 - (m\ \overline{\mathbf{JA}})^2}$$

$$m\ \overline{\mathbf{CK}} = \sqrt{5^2 - 3^2}$$

$$m\ \overline{\mathbf{CK}} = 4$$

Les trois mesures connues par le contremaître peuvent donc être les suivantes : m $\overline{\mathbf{DA}}$ = 105 m, m $\overline{\mathbf{JA}}$ = 3 m et m $\overline{\mathbf{CK}}$ = 4 m.

Reproduction autorisée © Les Éditions de la Chenelière inc.