La trigonométrie

Chapitre 7

Entrée en matière

En contexte

Manuel • p. 126

1. a) Les deux triangles formés par la tablette et les échelles sont des triangles semblables par la condition minimale de similitude AA. Il est donc possible de former des proportions à l'aide des mesures des côtés homologues.

$$\frac{16}{56} = \frac{x}{x + 45}$$
$$x = 18$$

18 cm séparent le coin du mur du début de l'échelle la plus large.

b) Disposition de gauche :

L'aire de la tablette est de 900 cm^2.

Disposition de droite :

L'aire du petit triangle est de 144 cm^2.
L'aire du grand triangle est de 1 764 cm^2.
L'aire de la tablette correspond à la différence entre l'aire de ces deux triangles :
1 764 – 144 = 1 620
L'aire de la tablette est de 1 620 cm^2.

c) Disposition de gauche :

La largeur correspond à la hauteur relative à l'hypoténuse. On détermine la mesure de l'hypoténuse à l'aide de la relation de Pythagore :

$\sqrt{40^2 + 45^2} \approx 60{,}21$ cm

L'aire d'un triangle est calculée par $\frac{b \cdot h}{2}$.

$$900 = \frac{60{,}21 \cdot h}{2}$$
$$h \approx 29{,}9$$

La largeur minimale de la planche dont Marie-Claude a besoin est environ 29,9 cm.

Disposition de droite :

La largeur de la planche correspond à la différence entre la hauteur relative à l'hypoténuse du grand triangle rectangle et celle du petit triangle.

Mesure de l'hypoténuse du grand triangle rectangle :
$\sqrt{63^2 + 56^2} \approx 84{,}29$

Mesure de l'hypoténuse du petit triangle rectangle :
$\sqrt{18^2 + 16^2} \approx 24{,}08$

Hauteur relative à l'hypoténuse du grand triangle :

$$1\ 764 = \frac{84{,}29 \cdot h}{2}$$
$$h \approx 41{,}86$$

Hauteur relative à l'hypoténuse du petit triangle :

$$144 = \frac{24{,}08 \cdot h}{2}$$
$$h \approx 11{,}96$$

41,86 – 11,96 ≈ 29,9

La largeur minimale de la planche dont Marie-Claude a besoin est environ 29,9 cm.

Manuel • p. 127

2. a) Le triangle **ABC** n'est pas semblable au triangle **EIH**, car ils n'ont aucun angle isométrique.

b) La mesure de l'angle **ADG** est de 90°.
La mesure de l'angle **DAG** est de 15° (45° – 30°) et la mesure de l'angle **DGA** est de 75° (180° – (90° + 15°)).

c) Les mesures des côtés du morceau de vitrail manquant sont de 30 cm, 30 cm et environ 42,4 cm.

3. a) La retaille 1 est de forme rectangulaire puisque c'est la seule retaille dont les côtés opposés sont isométriques et qui possède quatre angles de 90°, car la relation de Pythagore est respectée.
$432^2 + 180^2 = 468^2$
$240^2 + 220^2 = 324^2$

b) Les quatre premières mesures servent à s'assurer que les côtés opposés sont isométriques. La mesure de la diagonale sert à vérifier que la retaille possède un angle droit.

En bref

Manuel • p. 128

1. a) Les mesures sont celles d'un triangle rectangle, car la relation de Pythagore est respectée :
$8^2 + 15^2 = 17^2$
289 = 289

b) Les mesures ne sont pas celles d'un triangle rectangle, car la relation de Pythagore n'est pas respectée :

$(\sqrt{5})^2 + (\sqrt{11})^2 = 8^2$

$16 \neq 64$

c) Les mesures sont celles d'un triangle rectangle, car la relation de Pythagore est respectée :

$35^2 + 120^2 = 125^2$

$15\ 625 = 15\ 625$

d) Les mesures sont celles d'un triangle rectangle, car la relation de Pythagore est respectée :

$1^2 + (\sqrt{3})^2 = 2^2$

$4 = 4$

2. a) 1) Le segment **BC** mesure 6 unités et le segment **AC** mesure 8 unités. Par la relation de Pythagore, il est possible de calculer la mesure du segment **AB** :

$\sqrt{6^2 + 8^2} = 10$

Le segment **AB** mesure 10 unités.

Le segment **EF** mesure 3 unités et le segment **DF** mesure 4 unités. Par la relation de Pythagore, il est possible de calculer la mesure du segment **DE** :

$\sqrt{3^2 + 4^2} = 5$

Le segment **DE** mesure 5 unités.

$\frac{m\ \overline{BC}}{m\ \overline{EF}} = \frac{6}{3} = 2$

$\frac{m\ \overline{AC}}{m\ \overline{DF}} = \frac{8}{4} = 2$

$\frac{m\ \overline{AB}}{m\ \overline{DE}} = \frac{10}{5} = 2$

Le triangle **ABC** est semblable au triangle **DEF**, car ils possèdent trois paires de côtés homologues dont les mesures sont proportionnelles.

2) Le triangle **DEF** est semblable au triangle **DGH**, car ils respectent la condition minimale de similitude AA. Ils ont l'angle **D** en commun et une paire d'angles correspondants formés par deux droites parallèles coupées par une sécante.

b) Le triangle **DEF** est semblable au triangle **DGH**.

$\frac{m\ \overline{DH}}{m\ \overline{DF}} = \frac{m\ \overline{GH}}{m\ \overline{EF}}$

$\frac{3}{4} = \frac{m\ \overline{GH}}{3}$

$m\ \overline{GH} = 2{,}25$

On détermine l'aire du triangle rectangle **DGH** :

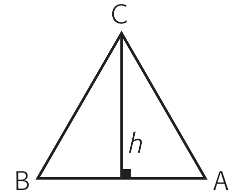
$A_{\Delta DGH} = \frac{m\ \overline{GH} \cdot m\ \overline{DH}}{2} = \frac{2{,}25 \cdot 3}{2} = 3{,}375$

L'aire du triangle **DGH** est de 3,375 unités^2.

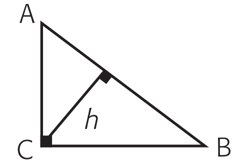
3. a) $x = 5$ b) $x \approx 1{,}5625$ c) $x = 5{,}5$
d) $x = 0{,}1536$ e) $x = 1{,}2$

4. a) 24 cm^2 b) 120 cm^2 c) 2,645 cm^2

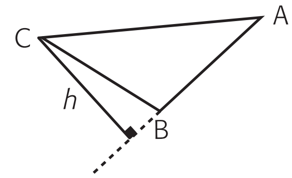
5. a)



b)



c)



6. a) Faux b) Vrai c) Vrai

Section 1 Les rapports trigonométriques dans le triangle rectangle

Compétition de bolides

Situation-problème

Manuel • p. 129

On doit connaître la pente de la partie inclinée de chacun des six plans proposés. On complète le tableau suivant sachant que:

– la pente = $\frac{\text{hauteur}}{\text{longueur horizontale}}$;

– la mesure manquante dans le triangle rectangle peut être obtenue à l'aide de la relation de Pythagore.

(voir au bas de la page suivante)

On remarque que la pente de la partie inclinée du plan ② est de 1. Le triangle rectangle correspondant est donc isocèle; ses deux angles aigus complémentaires sont isométriques. L'angle d'inclinaison est donc de 45°.

On peut déduire que tous les plans dont la pente est inférieure à 1 ont un angle d'inclinaison de moins de 45°, et inversement, que tous les plans dont la pente est supérieure à 1 ont un angle d'inclinaison de plus de 45°.

On détermine les mesures des deux plans inclinés manquants tout en garantissant une longueur de la partie inclinée d'au moins 1 m :

Puisque deux des huit plans proposés doivent avoir un angle d'inclinaison de plus de 45° et que le plan ⑤ possède déjà un tel angle, un des deux plans manquants devrait avoir un angle d'inclinaison de plus de 45°.

Plusieurs réponses sont possibles. *Exemple :*

Plan	⑦	⑧
Hauteur (cm)	90	80
Longueur horizontale (cm)	50	100
Longueur de la partie inclinée (cm)	103	128
Pente de la partie inclinée	$\frac{90}{50}$ = 1,8	$\frac{80}{100}$ = 0,8

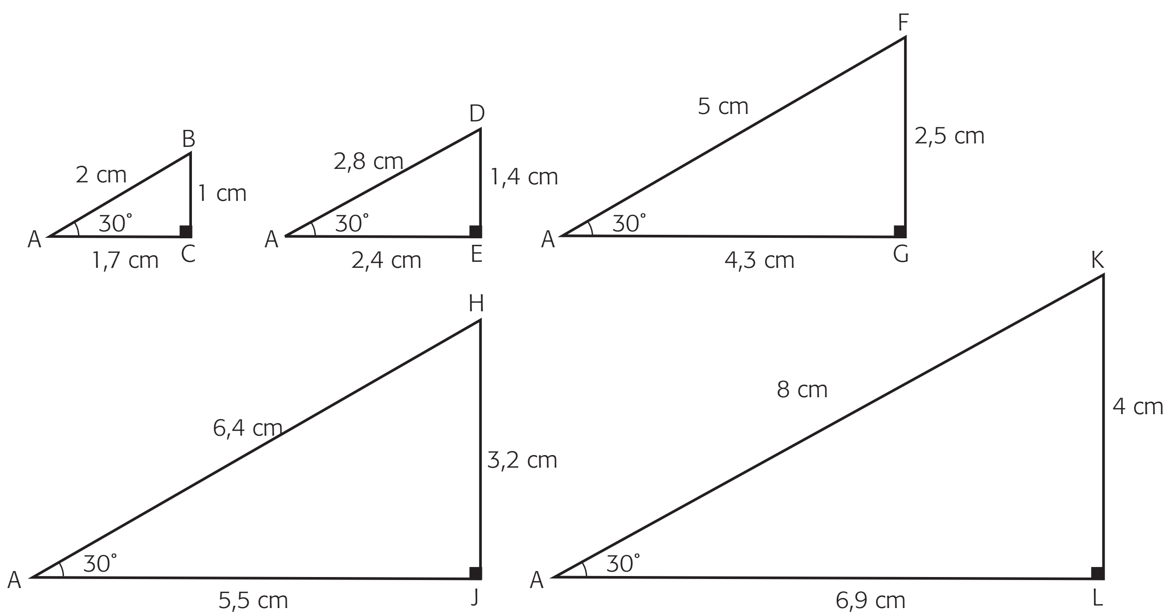
Durant la compétition, les plans inclinés doivent être utilisés dans l'ordre suivant :

③ – ① – ⑥ – ⑧ – ④ – ② – ⑤ – ⑦.

ACTIVITÉ D'EXPLORATION 1 Quand les moyens changent de place

Manuel • p. 130

A



B Oui, car la nouvelle égalité est obtenue en intervertissant les termes moyens de la proportion précédente, et que le produit des extrêmes reste toujours égal a u produit des moyens.

C $\frac{1}{2} = \frac{1,4}{2,8} = \frac{2,5}{5} = \frac{3,2}{6,4} = \frac{4}{8} = 0,5$

La valeur de ce rapport est de 0,5.

D **1)** Dans un triangle rectangle, le côté opposé à un angle de 30° mesure **la moitié de la mesure** de l'hypoténuse.

2) Le sinus d'un angle de 30° vaut $\frac{1}{2}$ **ou 0,5.**

E **1)** $\cos 30° = \frac{m\,\overline{AC}}{m\,\overline{AB}} = \frac{m\,\overline{AE}}{m\,\overline{AD}} = \frac{m\,\overline{AG}}{m\,\overline{AF}} = \frac{m\,\overline{AJ}}{m\,\overline{AH}} = \frac{m\,\overline{AL}}{m\,\overline{AK}}$

$\cos 30° \approx 0,86$

2) $\cos 60° = \frac{m\,\overline{BC}}{m\,\overline{AB}} = \frac{m\,\overline{DE}}{m\,\overline{AD}} = \frac{m\,\overline{FG}}{m\,\overline{AF}} = \frac{m\,\overline{HJ}}{m\,\overline{AH}} = \frac{m\,\overline{KL}}{m\,\overline{AK}}$

$\cos 60° = 0,5$

F *(voir au bas de la page suivante)*

Réponse, page 129

Plan	①	②	③	④	⑤	⑥
Hauteur (cm)	**≈ 39,7**	84	**≈ 37,7**	79	82	55
Longueur horizontale (cm)	109	84	140	**≈ 94,3**	**≈ 57,2**	**≈ 95,3**
Longueur de la partie inclinée (cm)	116	**≈ 118,8**	145	123	100	110
Pente de la partie inclinée	**≈ $\frac{39,7}{109}$ ≈ 0,364**	**$\frac{84}{84}$ = 1**	**≈ $\frac{37,7}{140}$ ≈ 0,269**	**≈ $\frac{79}{94,3}$ ≈ 0,838**	**≈ $\frac{82}{57,2}$ ≈ 1,434**	**≈ $\frac{55}{95,3}$ ≈ 0,577**

Manuel • p. 131

G On peut obtenir la valeur de tan **A** en divisant la valeur de sin **A** par la valeur de cos **A**.

H tan **A** = $\dfrac{\sin \mathbf{A}}{\cos \mathbf{A}}$

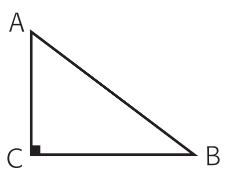
$$\tan \mathbf{A} = \dfrac{\dfrac{\text{mesure du côté opposé à } \angle \mathbf{A}}{\text{mesure de l'hypoténuse}}}{\dfrac{\text{mesure du côté adjacent à } \angle \mathbf{A}}{\text{mesure de l'hypoténuse}}}$$

$$\tan \mathbf{A} = \dfrac{\text{mesure du côté opposé à } \angle \mathbf{A}}{\text{mesure du côté adjacent à } \angle \mathbf{A}}$$

I Le sinus d'un angle est égal **au cosinus** de l'angle qui lui est **complémentaire**.

En effet, soit **ABC**, un triangle rectangle quelconque ; les angles **A** et **B** sont complémentaires.

On a:



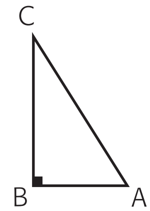
sin **B** = $\dfrac{\text{m } \overline{\mathbf{AC}}}{\text{m } \overline{\mathbf{AB}}}$

cos **A** = $\dfrac{\text{m } \overline{\mathbf{AC}}}{\text{m } \overline{\mathbf{AB}}}$

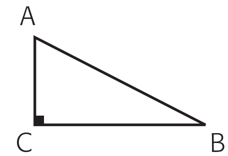
donc, sin **B** = cos **A** si m $\angle$ **A** + m $\angle$ **B** = 90°.

J Plusieurs réponses sont possibles. *Exemple :*

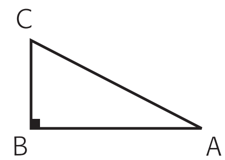
1) (m $\angle$ **A** > 45°)
sin **A** > cos **A**



2) (m $\angle$ **A** > 45°)
cos **A** < cos **B**



3) (N'importe quel triangle rectangle)
tan **A** > sin **A**



K Dans un triangle rectangle, le sinus d'un angle est toujours compris entre 0 et 1, car le sinus d'un angle est le quotient de deux nombres positifs où le dénominateur (mesure de l'hypoténuse) est toujours plus grand que le numérateur (mesure du côté opposé à l'angle).

L Dans un triangle rectangle,

1) les valeurs du cosinus d'un angle sont comprises entre 0 et 1;

2) les valeurs de la tangente d'un angle sont positives.

Ai-je bien compris?

1. a) $\frac{3}{5}$ b) $\frac{4}{5}$ c) $\frac{3}{4}$

2. *(voir au bas de la page)*

Réponse à la question F, page 130

F

Angle A	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°
sin A	0,1736	0,3420	0,5000	**0,6428**	**0,7660**	**0,8660**	**0,9397**	**0,9848**
cos A	**0,9848**	**0,9397**	0,8660	**0,7660**	**0,6428**	0,5000	**0,3420**	**0,1736**
tan A	**0,1763**	**0,3640**	0,5774	**0,8391**	**1,1918**	**1,7321**	**2,7475**	**5,6713**

Réponses à la question 2, page 131

	Triangle ①	Triangle ②	Triangle ③
a) sin A	$\frac{30}{78} \approx 0{,}3846$	$\frac{6}{\sqrt{40}} \approx 0{,}9487$	$\frac{5}{\sqrt{74}} \approx 0{,}5812$
b) cos A	$\frac{72}{78} \approx 0{,}9231$	$\frac{2}{\sqrt{40}} \approx 0{,}3162$	$\frac{7}{\sqrt{74}} \approx 0{,}8137$
c) tan A	$\frac{30}{72} = 0{,}41\overline{6}$	$\frac{6}{2} = 3$	$\frac{5}{7} \approx 0{,}7143$

ACTIVITÉ D'EXPLORATION 2 Mesures indirectes

Manuel • p. 132

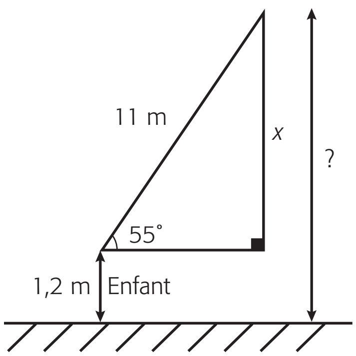
A La tangente de l'angle d'élévation

B $\tan 63° = \dfrac{\text{hauteur du mât}}{5}$

C hauteur du mât $= 5 \cdot \tan 63° \approx 9{,}81$

La hauteur du mât est d'environ 9,81 m.

D Cerf-volant



E Le rapport de sin 55° permet de déterminer la hauteur du cerf-volant à partir du point où l'enfant tient la corde, soit à 1,2 m du sol.

F $\sin 55° = \dfrac{x}{11}$

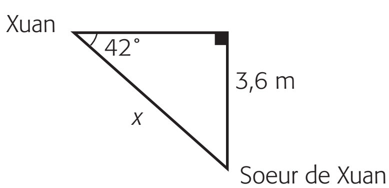
$x = 11 \cdot \sin 55° \approx 9{,}01$

$9{,}01 + 1{,}2 \approx 10{,}21$

Le cerf-volant se trouve à une hauteur d'environ 10,21 m.

Manuel • p. 133

G Le sinus de 42°, tel qu'illustré dans le triangle rectangle suivant.



$\sin 42° = \dfrac{3{,}6}{x}$

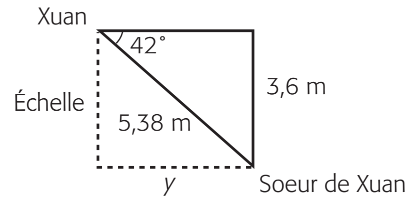
H Soit x, la distance séparant Xuan de sa sœur.

$\sin 42° = \dfrac{3{,}6}{x}$

$x = \dfrac{3{,}6}{\sin 42°} \approx 5{,}38$

La distance séparant Xuan de sa sœur est d'environ 5,38 m.

I Soit y la distance séparant la sœur de Xuan du pied de l'échelle du toboggan.



Première méthode de calcul :

$\tan 42° = \dfrac{3{,}6}{y}$

$y = \dfrac{3{,}6}{\tan 42°} \approx 4$

Deuxième méthode de calcul :

$y^2 + 3{,}6^2 = 5{,}38^2$ (relation de Pythagore)

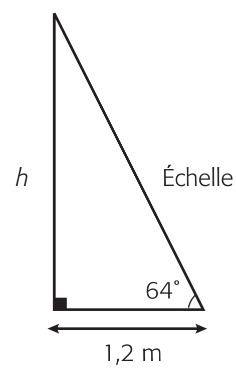
$y = \sqrt{5{,}38^2 - 3{,}6^2} \approx 4$

La distance qui sépare la sœur de Xuan du pied de l'échelle du toboggan est d'environ 4 m.

Ai-je bien compris ?

1. a) $m\,\overline{BC} \approx 7{,}64$ cm
   b) $m\,\overline{KL} \approx 27{,}44$ cm
   c) $m\,\overline{EF} \approx 11{,}19$ m
   d) $m\,\overline{NQ} \approx 5{,}1$ m
   e) $m\,\overline{HJ} \approx 6{,}09$ cm
   f) $m\,\overline{ST} \approx 10{,}99$ dm

2. a)



b) L'échelle touche l'arbre à une hauteur de 2,46 m environ.

c) L'échelle mesure environ 2,74 m.

ACTIVITÉ D'EXPLORATION 3 La grotte du mont Bossu

Manuel • p. 134

Remarque : Dans la figure du haut de la page 134, les sommets **C**, **F** et **G** devraient se lire respectivement **A**, **B** et **C**.

A L'altimètre fournit une mesure négative, car Louise descend dans le passage souterrain et, rendue au point **A**, elle se trouve à une profondeur de 2,3 m par rapport à son point de départ.

B Le rapport trigonométrique est le sinus de l'angle d'inclinaison **A** :

$\sin \mathbf{A} = \frac{2,3}{10,3}$

C $\sin \mathbf{A} = \frac{2,3}{10,3} \approx 0,2233$

D'après la table trigonométrique, l'angle dont le sinus s'approche de 0,2233 est l'angle de 13°.

L'angle **A** mesure environ 13°.

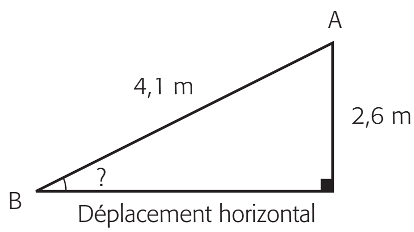
Manuel • p. 135

D On a utilisé l'opération «élever au carré» dans cette démarche afin d'isoler la variable *x*, car «élever au carré» est l'opération inverse de la racine carrée.

E $\sin \mathbf{A} = 0,2233$

$m \angle \mathbf{A} = \sin^{-1} (0,2233) \approx 12,9°$

F



1) $\sin \mathbf{B} = \frac{2,6}{4,1}$

$m \angle \mathbf{B} = \sin^{-1}\left(\frac{2,6}{4,1}\right)$

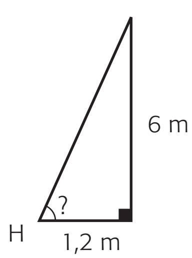
$m \angle \mathbf{B} \approx 39,4°$

2) Plusieurs démarches sont possibles. *Exemple :*

$\sqrt{4,1^2 - 2,6^2} \approx 3,2$

Le déplacement horizontal associé à cette partie du passage est d'environ 3,2 m.

G



$\tan \mathbf{H} = \frac{6}{1,2} = 5$

$m \angle \mathbf{H} = \tan^{-1} (5) \approx 78,7°$

L'angle d'inclinaison du gouffre est d'environ 78,7°.

Ai-je bien compris ?

a) $m \angle \mathbf{A} \approx 63°$

b) $m \angle \mathbf{A} \approx 11,5°$

c) $m \angle \mathbf{A} \approx 37,9°$

d) $m \angle \mathbf{A} \approx 54,7°$

Mise en pratique

Manuel • p. 138

1. **Niveau de difficulté : faible**

a) $\tan \mathbf{R}$

b) $\sin \mathbf{S}$ ou $\cos \mathbf{R}$

c) $\sin \mathbf{R}$ ou $\cos \mathbf{S}$

d) $\tan \mathbf{S}$

2. **Niveau de difficulté : faible**

a) $\sin \mathbf{A} = \frac{151}{238} \approx 0,6345$

b) $\sin \mathbf{A} = \frac{71}{\sqrt{66,41}} \approx 0,8712$

c) $\sin \mathbf{A} = \frac{10}{25} = 0,4$

d) $\sin \mathbf{A} = \frac{\sqrt{2400}}{50} \approx 0,9798$

e) $\sin \mathbf{A} = \frac{0,2}{\sqrt{0,1184}} \approx 0,5812$

f) $\sin \mathbf{A} = \frac{x}{2x} = \frac{1}{2} = 0,5$

3. **Niveau de difficulté : faible**

a) $\cos \mathbf{D} = \frac{26}{42} \approx 0,619$

b) $\cos \mathbf{D} = \frac{9,8}{\sqrt{265,04}} \approx 0,602$

c) $\cos \mathbf{D} = \frac{10}{15} \approx 0,6667$

d) $\cos \mathbf{D} = \frac{10}{26} \approx 0,3846$

e) $\cos \mathbf{D} = \frac{0,7}{\sqrt{0,85}} \approx 0,7593$

f) $\cos \mathbf{D} = \frac{\sqrt{612}}{54} \approx 0,4581$

Manuel • p. 139

4. **Niveau de difficulté : faible**

a) $\tan \mathbf{G} = \frac{151}{184} \approx 0,8207$

b) $\tan \mathbf{G} = \frac{7,2}{\sqrt{29,16}} \approx 1,3333$

c) $\tan \mathbf{G} = \frac{8}{6} \approx 1,3333$

d) $\tan \mathbf{G} = \frac{50}{14} \approx 3,5714$

e) $\tan \mathbf{G} = \frac{10}{\sqrt{300}} \approx 0,5774$

f) $\tan \mathbf{G} = \frac{x}{x} = 1$

5. **Niveau de difficulté : faible**

a) 1) $\sin 35° \approx 0,5736$ 2) $\cos 35° \approx 0,8192$

b) 1) $\tan 35° = \frac{\sin 35°}{\cos 35°} \approx 0{,}7002$

2) $\cos 55° = \sin 35° \approx 0{,}5736$

3) $\tan 55° = \frac{1}{\tan 35°} \approx 1{,}4282$

6. **Niveau de difficulté : faible**

a) $x \approx 13{,}07$ cm

b) $x \approx 15{,}66$ cm

c) $x \approx 12{,}21$ cm

d) $x \approx 29$ cm

e) $x \approx 13{,}12$ cm

f) $x \approx 6{,}31$ cm

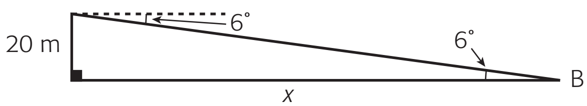
g) $x \approx 99{,}22$ cm

h) $x \approx 8{,}18$ cm

i) $x \approx 28{,}6$ cm

Manuel • p. 140

7. **Niveau de difficulté : moyen**



Le rapport trigonométrique à utiliser est la tangente de l'angle de dépression.

$\tan 6° = \frac{20}{x}$

$x \approx 190{,}29$

La distance qui sépare le bateau du pied du phare est d'environ 190,29 m.

8. **Niveau de difficulté : faible**

a) $x \approx 7$ m et $y \approx 6{,}3$ m

b) $x \approx 48{,}8$ m et $y \approx 110{,}16$ m

9. **Niveau de difficulté : moyen**

a) Vrai, car à un plus grand angle est opposé un plus grand côté.

b) Faux. En effet, la tangente d'un angle aigu dont la valeur est comprise entre 45° et 90° est plus grande que 1, tandis que la tangente d'un angle aigu de moins de 45° est plus petite que 1. De plus, un triangle rectangle possède toujours un angle aigu mesurant moins de 45° et un autre angle aigu mesurant plus de 45°, à moins qu'il s'agisse d'un triangle rectangle isocèle. Dans un tel cas, la tangente de chaque angle aigu de 45° est égale à 1.

c) Vrai. En effet, la mesure de l'hypoténuse est toujours plus grande que celle des cathètes du triangle rectangle. Ainsi, on obtient un plus petit rapport en divisant la mesure du côté opposé à un angle par la mesure de l'hypothénuse que par la mesure du côté adjacent à cet angle.

10. **Niveau de difficulté : faible**

a) $m\angle \mathbf{B} \approx 22{,}6°$

b) $m\angle \mathbf{B} \approx 46{,}4°$

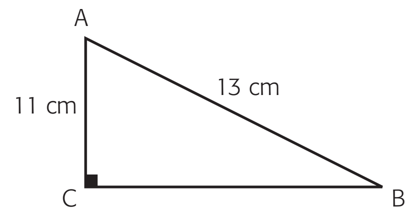
c) $m\angle \mathbf{B} \approx 55°$

d) $m\angle \mathbf{B} \approx 31{,}7°$

Manuel • p. 141

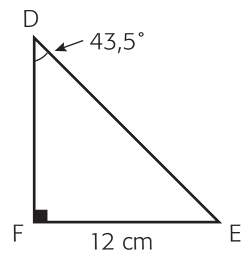
11. **Niveau de difficulté : moyen**

a)



(voir au bas de la page suivante)

b)



(voir au bas de la page suivante)

12. **Niveau de difficulté : faible**

$\tan^{-1}\left(\frac{195}{48}\right) \approx 76{,}2°$

L'angle d'élévation est d'environ 76,2°.

13. **Niveau de difficulté : moyen**

a) On détermine la mesure de l'angle y :

$y = \tan^{-1}\left(\frac{45}{20}\right) \approx 66°$

On détermine la mesure de l'angle **D** du triangle **ADC** :

$m\angle \mathbf{ACD} = \tan^{-1}\left(\frac{30}{45}\right) \approx 33{,}7°$

On détermine la mesure de l'angle **D** du triangle **BDC** :

$m\angle \mathbf{BCD} = 180° - (66° + 90°) \approx 24°$

On détermine la mesure de l'angle x :

$x \approx 33{,}7° - 24° \approx 9{,}7°$

$x \approx 9{,}7°$ et $y \approx 66°$

b) On détermine la mesure du côté x :

$\tan 48° = \frac{x}{8}$

$x \approx 8{,}88$ m

On détermine la mesure de l'angle y :

$y = \tan^{-1}\left(\frac{8{,}88}{9}\right) \approx 44{,}6°$

$x \approx 8{,}88$ cm et $y \approx 44{,}62°$

c) On détermine la mesure de l'angle **T** du triangle **RTS** :

$m \angle \mathbf{RTS} = \sin^{-1}\left(\frac{45{,}2}{54{,}8}\right) \approx 55{,}6°$

On détermine la mesure de l'angle **T** du triangle **UTV** :

$m \angle \mathbf{UTV} = 180° - (55{,}6° + 93°) \approx 31{,}4°$

On détermine la mesure de l'angle y :

$y = 180° - (31{,}4° + 90°) \approx 58{,}6°$

On détermine la mesure de côté x :

$\tan 31{,}4° \approx \frac{x}{63{,}1}$

$x \approx 38{,}52$ m

$x \approx 38{,}52$ m et $y \approx 58{,}6°$

d) On détermine la mesure du côté **KN** :

$\cos 36° = \frac{50}{m\,\overline{\mathbf{KN}}}$

$m\,\overline{\mathbf{KN}} \approx 61{,}8$ m

On détermine la mesure du côté **LN** :

$\cos 47° = \frac{35}{m\,\overline{\mathbf{LN}}}$

$m\,\overline{\mathbf{LN}} \approx 51{,}32$ m

On détermine la mesure du côté x :

$x = \sqrt{61{,}8^2 + 51{,}3^2} \approx 80{,}33$ m

On détermine la mesure de l'angle y :

$y = \tan^{-1}\left(\frac{51{,}32}{61{,}8}\right) \approx 39{,}7°$

$x \approx 80{,}33$ m et $y \approx 39{,}7°$

14. Niveau de difficulté : moyen

On détermine la hauteur x du petit arbre :

$\tan 8° = \frac{x}{50}$

$x \approx 7{,}03$ m

On détermine la hauteur y du grand arbre :

$\tan 13° = \frac{y}{50}$

$y \approx 11{,}54$ m

On détermine la différence entre la hauteur du grand arbre et celle du petit arbre :

$11{,}54 - 7{,}03 \approx 4{,}51$

Le plus grand arbre dépasse le plus petit arbre d'environ 4,51 m.

Réponses à la questions 11, page 141

a)

	Calculs
L'angle **A**	$\cos \mathbf{A} = \frac{11}{13}$ $m \angle \mathbf{A} = \cos^{-1}\left(\frac{11}{13}\right)$ $m \angle \mathbf{A} \approx 32{,}2°$
L'angle **B**	$\sin \mathbf{B} = \frac{11}{13}$ $m \angle \mathbf{B} = \sin^{-1}\left(\frac{11}{13}\right)$ $m \angle \mathbf{B} \approx 57{,}8°$
Le segment **BC**	$m\,\overline{\mathbf{BC}} = \sqrt{13^2 - 11^2}$ $m\,\overline{\mathbf{BC}} \approx 6{,}93$ cm

b)

	Calculs
L'angle **E**	$180° - (43{,}5° + 90°) = 46{,}5°$
Le segment **DF**	$\tan 43{,}5° = \frac{12}{m\,\overline{\mathbf{DF}}}$ $m\,\overline{\mathbf{DF}} = \frac{12}{\tan 43{,}5°} \approx 12{,}65$ Le segment **DF** mesure environ 12,65 cm.
Le segment **DE**	$\sin 43{,}5° = \frac{12}{m\,\overline{\mathbf{DE}}}$ $m\,\overline{\mathbf{DE}} = \frac{12}{\sin 43{,}5°} \approx 17{,}43$ Le segment **DE** mesure environ 17,43 cm.

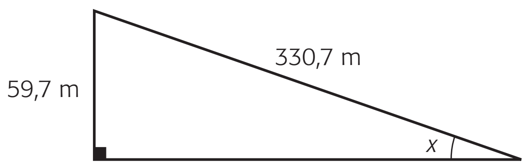
Manuel • p. 142

15. **Niveau de difficulté : faible**

$\cos^{-1}\left(\frac{21}{21,5}\right) \approx 12,4°$

Le câble forme un angle d'environ 12,4° avec l'horizontale.

16. **Niveau de difficulté : faible**



$x = \sin^{-1}\left(\frac{59,7}{330,7}\right) \approx 10,4°$

Arrondi au degré près, l'angle que forme l'escalier avec le sol est de 10°.

17. **Niveau de difficulté : moyen**

Il est impossible d'utiliser uniquement le rapport trigonométrique sinus pour résoudre un triangle dont on ne connaît que deux mesures de côtés. Dans tous les cas, il faudrait utiliser la relation de Pythagore afin d'obtenir la mesure du troisième côté et ensuite il serait possible d'utiliser le rapport trigonométrique sinus afin de résoudre le triangle rectangle.

18. **Niveau de difficulté : moyen**

On détermine la largeur x de la rivière :

$\tan 69° = \frac{x}{30}$

$x \approx 78,15$ m

On détermine la hauteur h de la falaise :

$\tan 43° \approx \frac{h}{78,15}$

$h \approx 72,88$

La hauteur de la falaise est d'environ 72,88 m.

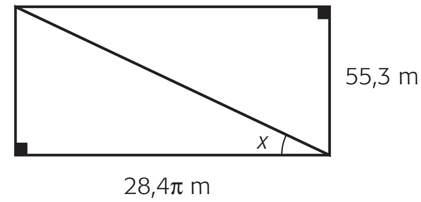
19. **Niveau de difficulté : moyen**

Puisque l'escalier fait exactement une fois le tour du réservoir, sa longueur est égale à celle de la diagonale du rectangle qui représente la face latérale du cylindre.

La base du rectangle correspond à la circonférence de la base du cylindre.

$C = \pi d$

$C = 28,4\pi$



On détermine l'angle formé par la diagonale et la base du rectangle :

$x = \tan^{-1}\left(\frac{55,3}{28,4\pi}\right) \approx 31,8°$

La mesure de l'angle d'inclinaison est d'environ 31,8°.

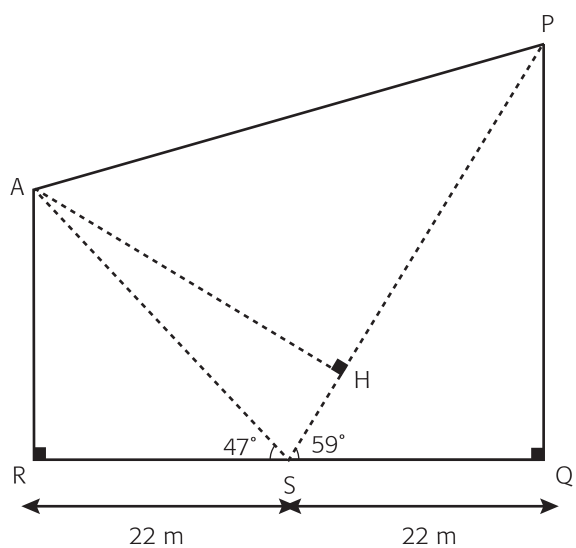
Section 2 La recherche de mesures dans un triangle quelconque

Une tyrolienne dans le parcours

Situation d'application

Manuel • p. 143

Le schéma suivant résume les données du problème.



Réponses à la question B, page 144

Étape		Justification
1. $\sin \mathbf{B} = \frac{h_A}{c}$	$\sin \mathbf{C} = \frac{h_A}{b}$	Dans un triangle rectangle, le sinus d'un angle est le rapport entre **la mesure du côté opposé à cet angle et la mesure de l'hypoténuse**.
2. $c \sin \mathbf{B} = h_A$	$b \sin \mathbf{C} = h_A$	On isole h_A dans chacune des équations.
3. $c \sin \mathbf{B} = b \sin \mathbf{C}$		On pose une égalité entre les deux expressions équivalentes à h_A.

On détermine la mesure de $\overline{AS}$:
Dans le triangle **ARS**,

$$\cos 47° = \frac{22}{m\ \overline{AS}}$$

$$m\ \overline{AS} = \frac{22}{\cos 47°} \approx 32{,}26 \text{ m}$$

On détermine la mesure de $\overline{PS}$:
Dans le triangle **PQS**,

$$\cos 59° = \frac{22}{m\ \overline{PS}}$$

$$m\ \overline{PS} = \frac{22}{\cos 59°} \approx 42{,}72 \text{ m}$$

On détermine la mesure de l'angle **ASP** :
$m \angle ASP = 180° - (47° + 59°) = 74°$

On détermine la mesure de la hauteur $\overline{AH}$:
Dans le triangle **AHS**,

$$\sin 74° \approx \frac{m\ \overline{AH}}{32{,}26}$$

$$m\ \overline{AH} \approx 32{,}26 \cdot \sin 74° \approx 31{,}01 \text{ m}$$

On détermine les mesures de $\overline{SH}$ et de $\overline{HP}$:
Dans le triangle **AHS**,

$$\tan 74° \approx \frac{31{,}01}{m\ \overline{SH}}$$

$$m\ \overline{SH} \approx \frac{31{,}01}{\tan 74°} \approx 8{,}89 \text{ m}$$

$$m\ \overline{HP} \approx 42{,}72 - 8{,}89 \approx 33{,}83 \text{ m}$$

On détermine la mesure de $\overline{AP}$:
Dans le triangle **AHP**,

$$m\ \overline{AP} \approx \sqrt{31{,}01^2 + 33{,}83^2} \approx 45{,}89$$

Oui, monsieur Ipperciel a raison, il est possible de déterminer la longueur de la tyrolienne à l'aide des mesures qu'il a prises. La tyrolienne sera d'une longueur d'environ 46 m.

ACTIVITÉ D'EXPLORATION 1 Voguer à Venise

Manuel • p. 144

A Le triangle **ABC** n'est pas un triangle rectangle.
Or, le rapport $\sin C = \frac{\text{mesure du côté opposé à l'angle } C}{\text{mesure de l'hypoténuse}}$ est défini uniquement dans un triangle rectangle.

B *(voir au bas de la page)*

C On divise chaque membre de l'égalité $c\sin B = b\sin C$ par $\sin B \cdot \sin C$:

$$\frac{c\sin B}{\sin B \cdot \sin C} = \frac{b\sin C}{\sin B \cdot \sin C}$$

$$\frac{c}{\sin C} = \frac{b}{\sin B}$$

D L'angle **B** mesure 180° − (65° + 40°) = 75°.

$$\frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

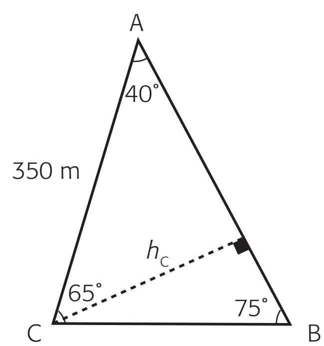
$$\frac{350}{\sin 75°} = \frac{c}{\sin 65°}$$

$$c = \frac{350 \cdot \sin 65°}{\sin 75°} \approx 328{,}4$$

La distance séparant la demeure d'Adriano de la boulangerie est d'environ 328,4 m.

Manuel • p. 145

E



$$\sin A = \frac{h_c}{b} \Rightarrow h_c = b\sin A$$

$$\sin B = \frac{h_c}{a} \Rightarrow h_c = a\sin B$$

$$b\sin A = a\sin B$$

Réponses à la question B, page 144

Étape		Justification
1. $\sin B = \frac{h_A}{c}$	$\sin C = \frac{h_A}{b}$	Dans un triangle rectangle, le sinus d'un angle est le rapport entre **la mesure du côté opposé à cet angle et la mesure de l'hypoténuse**.
2. $c\sin B = h_A$	$b \sin C = h_A$	On isole h_A dans chacune des équations.
3. $c\sin B = b\sin C$		On pose une égalité entre les deux expressions équivalentes à h_A.

On divise les deux membres de l'égalité par sin **A** • sin **B**:

$$\frac{b \sin \mathbf{A}}{\sin \mathbf{A} \cdot \sin \mathbf{B}} = \frac{a \sin \mathbf{B}}{\sin \mathbf{A} \cdot \sin \mathbf{B}}$$

$$\frac{b}{\sin \mathbf{B}} = \frac{a}{\sin \mathbf{A}}$$

On remplace les mesures connues dans la proportion:

$$\frac{350}{\sin 75°} = \frac{a}{\sin 40°}$$

$$a = \frac{350 \cdot \sin 40°}{\sin 75°} \approx 232{,}9$$

La distance séparant la demeure de Cecilia de la boulangerie est d'environ 232,9 m.

F ① $\frac{a}{\sin \mathbf{A}} = \frac{b}{\sin \mathbf{B}}$

$$\frac{a}{\sin 56°} = \frac{40}{\sin 71°}$$

$$a = \frac{40 \cdot \sin 56°}{\sin 71°} \approx 35{,}1 \text{ m}$$

② $\frac{d}{\sin \mathbf{D}} = \frac{e}{\sin \mathbf{E}}$

$$\frac{57}{\sin 59°} = \frac{e}{\sin 49°}$$

$$e = \frac{57 \cdot \sin 49°}{\sin 59°} \approx 50{,}2 \text{ m}$$

③ $\frac{y}{\sin \mathbf{Y}} = \frac{w}{\sin \mathbf{W}}$

$$\frac{y}{\sin 67°} = \frac{16}{\sin 32°}$$

$$y = \frac{16 \cdot \sin 67°}{\sin 32°} \approx 27{,}8 \text{ m}$$

G Il n'est pas possible de déterminer la mesure d'un deuxième angle dont on connaîtrait la mesure du côté opposé.

Ai-je bien compris?

1. a) m $\overline{AB} \approx 79{,}5$ cm b) m $\overline{DE} \approx 7{,}6$ m
2. Le périmètre du triangle **RST** est d'environ 40,72 cm.

ACTIVITÉ D'EXPLORATION 2 Oiselet

Manuel • p. 146

A $\frac{208}{\sin \mathbf{A}_1} = \frac{57}{\sin 15°}$

$$\sin \mathbf{A}_1 = \frac{208 \cdot \sin 15°}{57} \approx 0{,}9445$$

B m $\angle \mathbf{A}_1 \approx \sin^{-1}(0{,}9444) \approx 70{,}8°$

C m $\angle \mathbf{C} \approx 180° - (70{,}8° + 15°) = 94{,}2°$

D $\sin \mathbf{C} \approx \sin 94{,}2° \approx 0{,}9973$

E $\sin \mathbf{C} \approx 0{,}9973$

m $\angle \mathbf{C} = \sin^{-1}(0{,}9973) \approx 85{,}8°$

F $\frac{208}{\sin \mathbf{A}_2} = \frac{57}{\sin 15°}$

$$\sin \mathbf{A}_2 = \frac{208 \cdot \sin 15°}{57} \approx 0{,}9444$$

Oui, on obtient la même réponse qu'en **A**.

G m $\angle \mathbf{A}_2 \approx \sin^{-1}(0{,}9445) \approx 70{,}8°$

L'angle $\mathbf{A}_2$ étant obtus, sa mesure est d'environ 109,2° (180° − 70,8°).

H $\sin \mathbf{X} = \sin (180° - \mathbf{X})$

I Dans la première représentation, l'angle **C** étant obtus, sa mesure est d'environ 94,2°.

$$\frac{c}{\sin 94{,}2°} \approx \frac{57}{\sin 15°}$$

$$c \approx \frac{57 \sin \cdot 94{,}2°}{\sin 15°} \approx 219{,}6 \text{ m}$$

Dans la seconde représentation, l'angle **C** étant aigu, sa mesure est d'environ 55,8°(180° − (15° + 109,2°)).

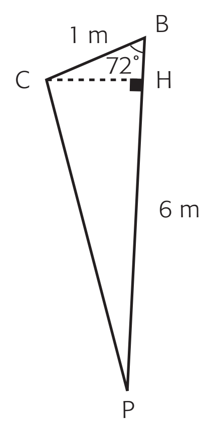
$$\frac{c}{\sin 55{,}8°} \approx \frac{57}{\sin 15°}$$

$$c \approx \frac{57 \cdot \sin 55{,}8°}{\sin 15°} \approx 182{,}1 \text{ m}$$

Manuel • p. 147

J Non, car on ne connaît pas la mesure d'un angle et celle de son côté opposé.

K



1) Dans le triangle **BCH**,

$$\sin 72° = \frac{\text{m } \overline{\mathbf{CH}}}{1}$$

m $\overline{\mathbf{CH}} = 1 \cdot \sin 72° \approx 0{,}95$ m

2) m $\overline{\mathbf{BH}} \approx \sqrt{1^2 - 0{,}95^2} \approx 0{,}31$ m

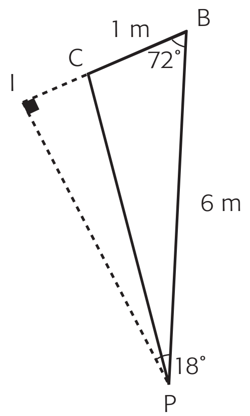
3) m $\overline{\mathbf{PH}}$ = m $\overline{\mathbf{BP}}$ − m $\overline{\mathbf{BH}} \approx 6 - 0{,}31 \approx 5{,}69$ m

L Dans le triangle **PCH**,

m $\overline{\mathbf{CP}} \approx \sqrt{5{,}69^2 + 0{,}95^2} \approx 5{,}77$ m

M 1) Oui.

Soit **PI** la hauteur issue du sommet **P**.



sin 72° = $\frac{m\ \overline{PI}}{6}$

m $\overline{PI}$ = 6 • sin 72° ≈ 5,71 m

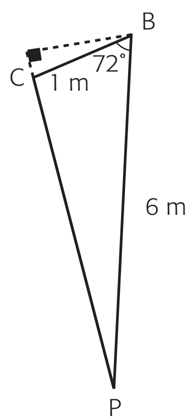
sin 18° = $\frac{m\ \overline{IB}}{6}$

m $\overline{IB}$ = 6 • sin 18° ≈ 1,85

m $\overline{CI}$ ≈ 1,85 − 1 ≈ 0,85 m

m $\overline{CP}$ ≈ $\sqrt{0{,}85^2 + 5{,}71^2}$ ≈ 5,77 m

2) Non, car il manquerait toujours une mesure d'angle.



Ai-je bien compris?

1. a) m ∠ **E** ≈ 45° b) m ∠ **S** ≈ 52,4° c) m ∠ **H** ≈ 15°
2. a) m ∠ **A** ≈ 125°, m ∠ **B** ≈ 20°, m $\overline{AC}$ ≈ 4,17 dm b) m ∠ **M** ≈ 39°, m ∠ **N** ≈ 54°, m $\overline{MN}$ ≈ 3,33 km

Mise en pratique

Manuel • p. 150

1. **Niveau de difficulté : faible**

a) m $\overline{AB}$ ≈ 5,64 m c) m $\overline{AB}$ = 140 cm

b) m $\overline{AB}$ ≈ 15,4 cm d) m $\overline{AB}$ ≈ 1,82 m

2. **Niveau de difficulté : moyen**

On détermine la mesure du troisième angle :
180° − (42° + 64°) = 74°

Dans un triangle, le plus grand angle est opposé au plus grand côté. Ici, l'angle de 74° est opposé au côté mesurant 50 cm.

On utilise la loi des sinus pour déterminer les mesures *x* et *y* des deux autres côtés :

$\frac{50}{\sin 74°} = \frac{x}{\sin 42°}$

x ≈ 34,8 cm

$\frac{50}{\sin 74°} = \frac{y}{\sin 64°}$

y ≈ 46,75 cm

On détermine le périmètre du triangle :

50 + 46,75 + 34,8 ≈ 131,55

Le périmètre de ce triangle est d'environ 131,55 cm.

3. **Niveau de difficulté : moyen**

Dans le triangle **ABD**,

m ∠ **D** = 180° − (51° + 54°) = 75°

On détermine la mesure du segment **BD** à l'aide de la loi des sinus :

$\frac{100}{\sin 75°} = \frac{m\ \overline{BD}}{\sin 51°}$

m $\overline{BD}$ ≈ 80,46 m

On utilise le rapport trigonométrique tangente afin de déterminer la hauteur du rocher Percé :

tan 41° ≈ $\frac{m\ \overline{CD}}{80{,}46}$

m $\overline{CD}$ ≈ 69,94

La hauteur du rocher Percé est d'environ 69,94 m.

4. **Niveau de difficulté : faible**

a) m ∠ **C** ≈ 37,3° c) m ∠ **C** ≈ 37,3°

b) m ∠ **C** ≈ 118,7° d) m ∠ **C** ≈ 79°

Manuel • p. 151

5. **Niveau de difficulté : faible**

a) m $\angle$ **A** = 51°
m $\overline{\textbf{AB}} \approx$ 20,4 m
m $\overline{\textbf{BC}} \approx$ 16,7 m

b) m $\angle$ **E** = 54°
m $\overline{\textbf{EF}} \approx$ 64,3 mm
m $\overline{\textbf{DF}} \approx$ 52,6 mm

c) m $\angle$ **K** ≈ 115,7°
m $\angle$ **L** ≈ 32,3°
m $\overline{\textbf{KM}} \approx$ 10,1 m

6. **Niveau de difficulté : moyen**

a) On détermine la mesure de l'angle **B** qui est l'angle homologue à l'angle **E** :

$$\frac{25}{\sin \mathbf{B}} = \frac{5{,}4}{\sin 12°}$$

m $\angle$ **B** ≈ 74,3°

On trouve la mesure de l'angle obtus :
m $\angle$ **B** ≈ 180° − 74,3° ≈ 105,7°

L'angle **E** mesure environ 105,7°.

b) On détermine la mesure de l'angle **C** :

m $\angle$ **ACB** = $\angle$ **DCE** ≈ 180° − (105,7° + 12°) ≈ 62,3°

On détermine la mesure du segment **DE** à l'aide de la loi des sinus :

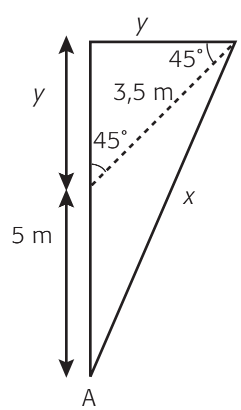
$$\frac{60}{\sin 105{,}7°} \approx \frac{\text{m } \overline{\mathbf{DE}}}{\sin 62{,}3°}$$

$$\text{m } \overline{\mathbf{DE}} \approx \frac{60 \cdot \sin 62{,}3°}{\sin 105{,}7°} \approx 55{,}2$$

Le segment **DE** mesure environ 55,2 cm.

7. **Niveau de difficulté : moyen**

Il faut d'abord tracer une hauteur afin d'avoir recours aux rapports trigonométriques.



a) On détermine la valeur de y à l'aide de la relation de Pythagore :

$$y^2 + y^2 = 3{,}5^2$$
$$2y^2 = 12{,}25$$
$$y^2 = 6{,}125$$
$$y \approx 2{,}47 \text{ m}$$

On détermine la valeur de x à l'aide de la relation de Pythagore :

$$\sqrt{2{,}47^2 + 7{,}47^2} \approx 7{,}87$$

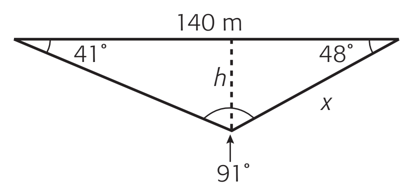
Le ballon parcourt une distance d'environ 7,87 m.

b) Déterminer la mesure de l'angle à l'aide du rapport des sinus dans le triangle rectangle.

$\sin A = \frac{2{,}47}{7{,}87} \Rightarrow$ m $\angle$ **A** ≈ 18,3°

L'angle que fait la trajectoire du ballon avec les lignes de côté du terrain est d'environ 18,3°.

8. **Niveau de difficulté : moyen**



On détermine la valeur de x à l'aide de la loi des sinus.

$$\frac{140}{\sin 91°} = \frac{x}{\sin 41°}$$

$$x \approx 91{,}86 \text{ m}$$

On détermine la mesure de la hauteur :

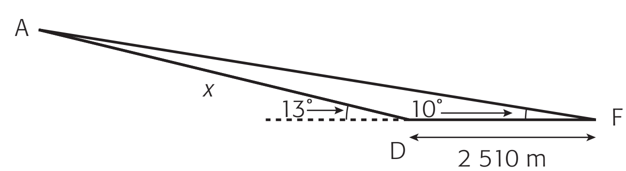
$$\sin 48° \approx \frac{h}{91{,}86}$$

$$h \approx 91{,}86 \cdot \sin 48° \approx 68{,}27$$

Les extrémités du pont se trouvent à environ 68,27 m au-dessus de la rivière.

Manuel • p. 152

9. **Niveau de difficulté : moyen**



On détermine d'abord les mesures des angles intérieurs du triangle :

m $\angle$ **D** = 180° − 13° = 167°

m $\angle$ **A** = 180° − (167° + 10°) = 3°

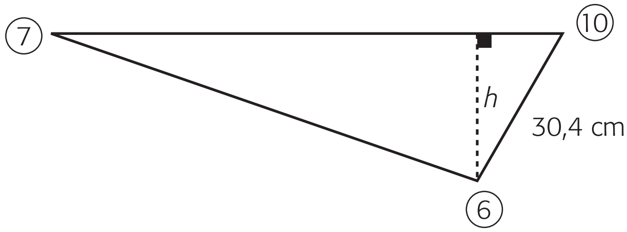
On détermine la valeur de x à l'aide de la loi des sinus :

$$\frac{2510}{\sin 3°} = \frac{x}{\sin 10°}$$

$$x \approx 8\,328$$

La distance qui sépare l'avion du début de la piste d'atterrissage est d'environ 8 328 m.

10. Niveau de difficulté : moyen



La distance entre chaque quille étant la même, la distance entre la quille 6 et la quille 10 est de 30,4 cm, car $\frac{91,2}{3} = 30,4$.

Les trois angles du triangle équilatéral mesurent chacun 60°.

On détermine la mesure de la hauteur :

$$\sin 60° = \frac{h}{30,4}$$

$$h \approx 26,33 \text{ cm}$$

On détermine la mesure de la petite cathète du petit triangle rectangle, y :

$$y \approx \sqrt{30,4^2 - 26,33^2} \approx 15,2$$

Les deux cathètes du grand triangle rectangle mesurent respectivement environ 76 cm (91,2 − 15,2) et environ 26,33 cm.

On détermine la distance x entre les quilles 6 et 7 :

$$x \approx \sqrt{76^2 + 26,33^2} \approx 80,43$$

La distance entre les quilles 6 et 7 est d'environ 80,43 cm.

11. Niveau de difficulté : moyen

On détermine la hauteur du plus grand édifice à l'aide du rapport trigonométrique tangente.

$$90° - 72° = 18°$$

$$\tan 18° = \frac{42}{h_G}$$

$$h_G \approx 129,26 \text{ m}$$

On détermine la différence de hauteur entre les deux édifices à l'aide du rapport trigonométrique tangente :

$$\tan 27° = \frac{x}{42}$$

$$x \approx 21,4 \text{ m}$$

On détermine la hauteur du petit édifice :

$$h_P = 129,26 - 21,4 \approx 107,86$$

Le plus haut édifice mesure environ 129,26 m et le plus petit, environ 107,86 m.

12. Niveau de difficulté : moyen

On détermine, à l'aide de la loi des sinus, la hauteur du rectangle qui nous manque afin de calculer l'aire du toit :

$$\frac{8}{\sin 110°} = \frac{x}{\sin 35°}$$

$$x \approx 4,88 \text{ m}$$

On calcule l'aire de chacune des parties du toit :

$$A = b \cdot h$$

$$A \approx 18 \cdot 4,88 \approx 87,8$$

L'aire de chaque partie du toit est d'environ 87,8 m^2.

L'aire des deux parties est d'environ 175,6 m^2.

On calcule le coût total selon le tarif de l'entreprise :

$$175,6 \cdot 25 \approx 4\,390\$$$

Le montant de la soumission que fera l'entreprise à M. Kerba est de 4 390$ sans les taxes.

Section 3 L'aire de triangles

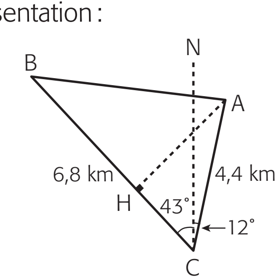
Un rallye dans le Sahara

Situation d'application

Manuel • p. 153

Dans le but de simplifier la démarche, on nomme les sommets correspondants aux deux repères par les lettres **A** et **B**. La position du véhicule de Claude et Nathalie est identifiée par la lettre **C**. De plus, on trace à partir du sommet **C** un segment vertical **CN** pointant vers le nord géographique. Grâce aux prises d'azimut des lignes de visée des deux repères, on peut calculer que les angles **ACN** et **BCN** mesurent respectivement 12° et 43°. On trace enfin la hauteur issue du sommet **A**.

Voici la représentation :



On détermine la mesure de la hauteur $\overline{AH}$:

L'angle **BCA** mesure 55° (43° + 12°).

Dans le triangle rectangle **ACH**,

$\sin 55° = \dfrac{m\ \overline{AH}}{4,4}$

$m\ \overline{AH} = 4,4 \cdot \sin 55° \approx 3,6$ km

On détermine l'aire du triangle **ABC** :

$A_{ABC} = \dfrac{m\ \overline{BC} \cdot m\ \overline{AH}}{2}$

$A_{ABC} \approx \dfrac{6,8 \cdot 3,6}{2} \approx 12,24$

L'aire du triangle **ABC** est d'environ 12,24 km^2.

On calcule le temps *t* nécessaire aux coéquipières pour ratisser la région où se trouve, selon elles, la prochaine balise :

$t \approx \dfrac{12,24}{4} \approx 3,06$

Les coéquipières ont besoin d'environ 3,06 heures pour ratisser complètement cette région.

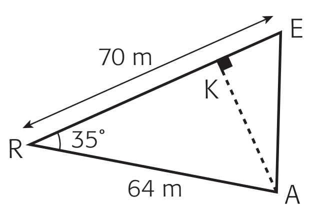
Il est présentement 15 h 40. Elles n'auront pas terminé de ratisser complètement la région avant le coucher du soleil prévu pour 18 h 15.

Pour être certaines, elles devraient donc demander de l'aide par radio.

ACTIVITÉ D'EXPLORATION 1 Camping et sentiers

Manuel • p. 154

A **1)**



On trace la hauteur $\overline{AK}$ relative à $\overline{ER}$.

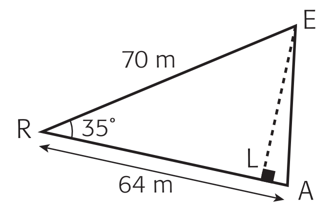
On détermine la mesure du segment $\overline{AK}$ en utilisant le rapport trigonométrique sinus dans le triangle rectangle **RKA** :

$\sin 35° = \dfrac{m\ \overline{AK}}{64}$

$m\ \overline{AK} = 64 \cdot \sin 35° \approx 36,71$

La hauteur relative à $\overline{ER}$ mesure environ 36,71 m.

2)



On trace la hauteur $\overline{EL}$ relative à $\overline{AR}$.

On détermine la mesure du segment $\overline{EL}$ en utilisant le rapport trigonométrique sinus dans le triangle rectangle **REL** :

$\sin 35° = \dfrac{m\ \overline{EL}}{70}$

$m\ \overline{EL} = 70 \cdot \sin 35° \approx 40,15$

La hauteur relative à $\overline{AR}$ mesure environ 40,15 m.

B **1)** $A_{\Delta REA} = \dfrac{m\ \overline{ER} \cdot m\ \overline{AK}}{2} \approx \dfrac{70 \cdot 36,71}{2} \approx 1\ 284,8$ m^2

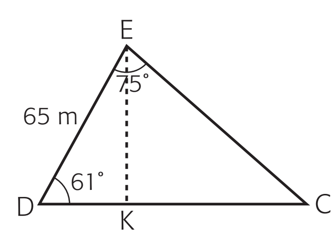
2) $A_{\Delta REA} = \dfrac{m\ \overline{AR} \cdot m\ \overline{EL}}{2} \approx \dfrac{64 \cdot 40,15}{2} \approx 1\ 284,8$ m^2

C L'aire d'un triangle se calcule à partir de la formule $A_{\Delta} = \dfrac{b \cdot h}{2}$. La base et la hauteur doivent être soutenues par des segments perpendiculaires. Si on veut calculer l'aire à partir du côté **AE**, on doit connaître la mesure de ce segment. Pour la trouver, on a trois choix : utiliser la relation de Pythagore, utiliser les rapports trigonométriques sinus, cosinus ou tangente ou utiliser la loi des sinus. Les deux premières options ne peuvent être retenues car il ne s'agit pas nécessairement d'un triangle rectangle. La loi des sinus ne peut pas être utilisée non plus, car il faudrait connaître la mesure d'un angle et celle de son côté opposé, ce qui n'est pas le cas. Il est donc impossible de calculer l'aire du triangle **AER** à partir du côté **AE**.

Manuel • p. 155

D Non, car pour trouver la mesure d'un segment dans un triangle rectangle, il faut connaître, en plus de l'angle droit, au moins deux autres mesures dont une mesure de côté. Or, ici, la hauteur relative au côté mesurant 65 m détermine deux triangles rectangles dans lesquels on ne connaît pas la mesure d'au moins un côté.

E Pour déterminer d'autres mesures du triangle **EDC**, on trace un segment **EK** perpendiculaire au côté **DC**, tel qu'illustré ci–dessous.



On détermine la mesure de l'angle **DCE** :

$180° - (61° + 75°) = 44°$

En utilisant les rapports trigonométriques sinus et cosinus dans le triangle rectangle **DEK**, on détermine la mesure des segments **EK** et **DK** :

$$\sin 61° = \frac{m\ \overline{EK}}{65}$$

$$m\ \overline{EK} = 65 \cdot \sin 61° \approx 56{,}85 \text{ m}$$

$$\cos 61° = \frac{m\ \overline{DK}}{65}$$

$$m\ \overline{DK} = 65 \cdot \cos 61° \approx 31{,}51 \text{ m}$$

En utilisant le rapport trigonométrique tangente dans le triangle rectangle **CEK**, on détermine la mesure du segment **CK** :

$$\tan 44° \approx \frac{56{,}85}{m\ \overline{CK}}$$

$$m\ \overline{CK} \approx \frac{56{,}85}{\tan 44°} \approx 58{,}87 \text{ m}$$

On détermine la mesure du segment **DC** :

$$m\ \overline{DC} = m\ \overline{DK} + m\ \overline{CK} \approx 31{,}51 + 58{,}87 \approx 90{,}38 \text{ m}$$

On calcule l'aire du triangle **EDC** :

$$A_{\Delta EDC} = \frac{m\ \overline{DC} \cdot m\ \overline{EK}}{2} \approx \frac{90{,}38 \cdot 56{,}85}{2} \approx 2\ 569{,}1$$

L'aire du triangle **EDC** est d'environ 2 569,1 m^2.

F Non, pas toujours. Par exemple, si on ne connaît que la mesure des trois angles d´un triangle, il est impossible de calculer son aire.

Ai-je bien compris?

a) Environ 34,3 m^2

b) Environ 85,7 m^2

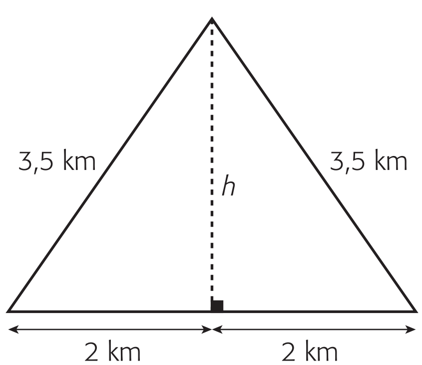
c) Environ 47,8 cm^2

ACTIVITÉ D'EXPLORATION 2 De Calibao à Porto Rico

Manuel • p. 156

A **1)** Le périmètre est de 11 km.

2) L'aire est d'environ 5,74 km^2.



Puisque l'axe de symétrie supporte la médiane et la hauteur, on partage le côté mesurant 4 km en deux segments isométriques :

$$h = \sqrt{3{,}5^2 - 2^2}$$

$$h \approx 2{,}87$$

$$A_{\Delta} = \frac{b \cdot h}{2}$$

$$A_{\Delta} \approx \frac{4 \cdot 2{,}87}{2} \approx 5{,}74$$

B Non, car si on avait tracé la hauteur relative à l'un ou l'autre des côtés du triangle, cette hauteur aurait déterminé des triangles rectangles dont seulement la mesure de l'un des côtés aurait été connue.

C $p = \frac{a + b + c}{2} = \frac{4 + 3{,}5 + 3{,}5}{2} = 5{,}5$

$$A_{\Delta} = \sqrt{5{,}5(5{,}5 - 4)(5{,}5 - 3{,}5)(5{,}5 - 3{,}5)}$$

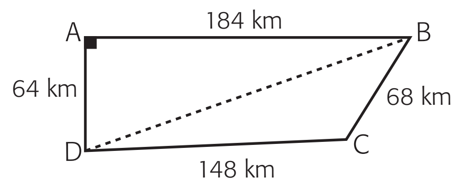
$$A_{\Delta} \approx 5{,}74$$

L'aire du triangle est d'environ 5,74 km^2, ce qui est le même résultat que celui obtenu en **A**.

D La formule de Héron permet de calculer l'aire d'un triangle quelconque lorsque l'on ne connaît que la mesure des trois côtés de ce triangle. On calcule d'abord son demi-périmètre, c'est-à-dire le périmètre divisé par deux. On calcule ensuite l'aire en effectuant la racine carrée du produit de quatre termes : l'un de ces termes est le demi-périmètre et les trois autres termes sont la différence entre le demi-périmètre et la mesure de chaque côté du triangle.

Manuel • p. 157

E Pour simplifier la démarche, on identifie les sommets de ce quadrilatère quelconque. De plus, on indique la diagonale choisie.



En appliquant la relation de Pythagore dans le triangle rectangle **BDA**, on trouve que la diagonale **DB** mesure environ 194,81 km.

F On calcule l'aire du triangle **BDA** :

$$A_{\Delta BDA} = \frac{b \cdot h}{2}$$

$$A_{\Delta BDA} = \frac{64 \cdot 184}{2}$$

$$A_{\Delta BDA} = 5\ 888 \text{ km}^2$$

On calcule l'aire du triangle **BDC** :

$$p = \frac{a + b + c}{2} \approx \frac{148 + 68 + 194{,}81}{2} \approx 205{,}4$$

$A_{\Delta BDC} \approx \sqrt{205{,}4(205{,}4 - 148)(205{,}4 - 68)(205{,}4 - 194{,}81)}$

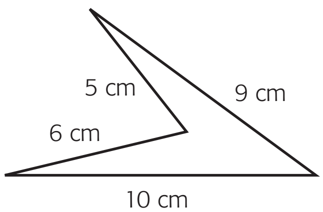
$A_{\Delta BDC} \approx 4\,142 \text{ km}^2$

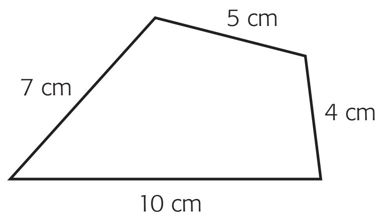
On calcule l'aire du quadrilatère **ABCD** :

$A_{ABCD} \approx 5\,888 + 4\,142 \approx 10\,030$

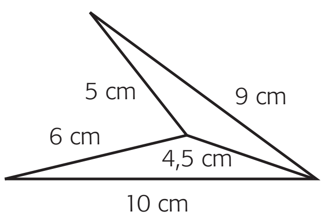
L'aire du quadrilatère **ABCD** est d'environ 10 030 km^2.

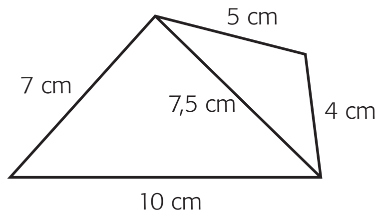
G **1)** Non, voici deux exemples d'un quadrilatère dont il est impossible de calculer l'aire en ne connaissant que les mesures de côtés :





2) Oui, si les mesures de côtés et la mesure d'une diagonale sont connues, on peut diviser le quadrilatère en deux triangles dont on connaît les mesures de tous les côtés. On peut alors trouver l'aire de chacun de ces triangles en utilisant la formule de Héron. En additionnant les aires de ces triangles, on obtient l'aire du quadrilatère.





Ai-je bien compris ?

a) $A_{\Delta ABC} \approx 39{,}19 \text{ cm}^2$

b) $A_{\Delta GHI} \approx 6{,}05 \text{ m}^2$

c) $A_{\Delta DEF} \approx 17{,}89 \text{ cm}^2$

d) $A_{\Delta KLMN} \approx 766 \text{ cm}^2$

Mise en pratique

Manuel • p. 159

1. **Niveau de difficulté : faible**

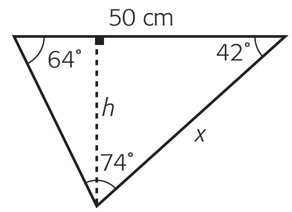
   a) 64,3 m^2
   b) 69,65 cm^2
   c) 5 529,2 m^2
   d) 58,58 cm^2
   e) 36,15 m^2
   f) 12,31 m^2

2. **Niveau de difficulté : moyen**

   On calcule la mesure du troisième angle :

   $180° - (64° + 42°) = 74°$

   Puisqu'au plus grand angle est opposé le plus grand côté, on trace la figure suivante :



$\frac{50}{\sin 74°} = \frac{x}{\sin 64°}$

$x \approx 46{,}75 \text{ cm}$

On détermine la mesure de la hauteur issue du sommet dont l'angle est de 74° :

$\sin 42° \approx \frac{h}{46{,}75}$

$h \approx 46{,}75 \cdot \sin 42° \approx 31{,}28 \text{ cm}$

On détermine l'aire du triangle :

$A_\Delta = \frac{b \cdot h}{2}$

$A_\Delta \approx \frac{50 \cdot 31{,}28}{2} \approx 782{,}05$

L'aire du triangle est d'environ 782,05 cm^2.

3. **Niveau de difficulté : faible**

   a) 12 cm^2 b) 104,3 m^2 c) 5 726,6 cm^2

4. **Niveau de difficulté : faible**

   L'aire de ce timbre-poste est d'environ 3,64 cm^2.

Manuel • p. 160

5. **Niveau de difficulté : moyen**

   On détermine la mesure du côté **ED** :

   $\tan 56{,}1° = \frac{m\,\overline{ED}}{150{,}5}$

   $m\,\overline{ED} \approx 223{,}97 \text{ m}$

   On détermine la mesure de la diagonale **EG** :

   $m\,\overline{EG} \approx \sqrt{150{,}5^2 + 223{,}97^2} \approx 269{,}84 \text{ m}$

   On détermine la mesure du côté **FG** :

   $\tan 35{,}7° = \frac{m\,\overline{FG}}{269{,}84}$

   $m\,\overline{FG} \approx 193{,}9 \text{ m}$

   On détermine la mesure du côté **EF** :

   $m\,\overline{EF} \approx \sqrt{269{,}84^2 + 193{,}9^2} \approx 332{,}3 \text{ m}$

   On calcule le périmètre du quadrilatère :

   $223{,}97 + 150{,}5 + 193{,}9 + 332{,}3 = 900{,}67$

   On calcule l'aire du quadrilatère :

   Il est formé de deux triangles rectangles, donc nous pouvons calculer l'aire de chacun de ces triangles.

$A_{\Delta EGD} = \dfrac{b \bullet h}{2}$ $\qquad$ $A_{\Delta EFG} = \dfrac{b \bullet h}{2}$

$A_{\Delta EGD} = \dfrac{150{,}5 \bullet 223{,}97}{2}$ $\qquad$ $A_{\Delta EFG} = \dfrac{193{,}9 \bullet 269{,}84}{2}$

$A_{\Delta EGD} \approx 16\ 853{,}74$ $\qquad$ $A_{\Delta EFG} \approx 26\ 160{,}99$

$16\ 853{,}74 + 26\ 160{,}99 \approx 43\ 014{,}73\ \text{m}^2$.

Le périmètre du quadrilatère **DEFG** est d'environ 900,67 m et son aire est d'environ 43 014,73 m^2.

6. **Niveau de difficulté : moyen**

a) Dans un triangle, il existe trois bases et trois hauteurs relatives à ces bases. Par exemple, si nous prenons comme base le côté *b* alors la hauteur à considérer sera celle issue du sommet **B**. Pour déterminer cette hauteur *h*, il suffit d'utiliser le rapport trigonométrique sinus.

$\sin \mathbf{A} = \dfrac{h}{c}$

$h \approx c \sin \mathbf{A}$

$A_{\Delta} = \dfrac{b \bullet h}{2}$

$A_{\Delta} = \dfrac{b \bullet c \sin \mathbf{A}}{2}$

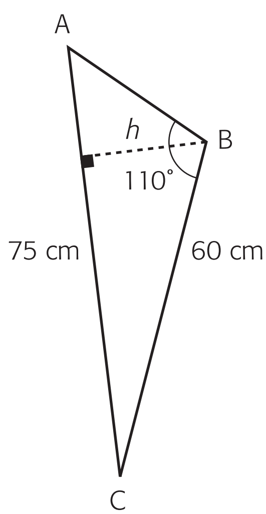
$A_{\Delta} = \dfrac{bc \sin \mathbf{A}}{2}$

La formule de Benoît est équivalente à la formule de l'aire d'un triangle.

b) L'aire d'un triangle est égale à la moitié du produit de la mesure de deux côtés adjacents et du sinus de l'angle compris entre ces deux côtés.

7. **Niveau de difficulté : moyen**

a)



On détermine la mesure des angles **A** et **C** :

$\dfrac{75}{\sin 110°} = \dfrac{60}{\sin \mathbf{A}}$

$\text{m} \angle \mathbf{A} \approx 48{,}7°$

$\text{m} \angle \mathbf{C} \approx 21{,}3°$.

On détermine la mesure de la hauteur issue de l'angle **B** :

$\sin 21{,}3° \approx \dfrac{h}{60}$

$h \approx 60 \bullet \sin 21{,}3° \approx 21{,}8$ cm

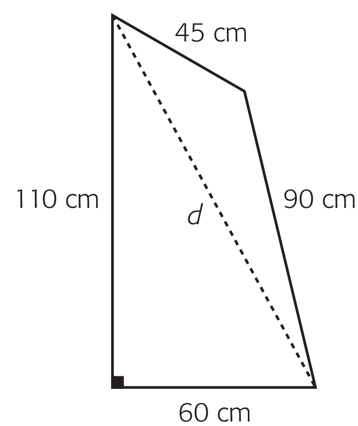
On détermine l'aire du triangle :

$A_{\Delta ABC} = \dfrac{b \bullet h}{2}$

$A_{\Delta ABC} \approx \dfrac{75 \bullet 21{,}8}{2} \approx 817{,}32$

L'aire de la région délimitée par le bras, la jambe et le torse de cette femme est d'environ 817,32 cm^2.

b)



On détermine la mesure de la diagonale :

$d = \sqrt{110^2 + 60^2} \approx 125{,}3$ cm

On détermine l'aire du triangle rectangle :

$A_{\Delta} = \dfrac{b \bullet h}{2}$

$A_{\Delta} = \dfrac{110 \bullet 60}{2}$

$A_{\Delta} = 3\ 300\ \text{cm}^2$

On détermine l'aire du second triangle à l'aide de la formule de Héron :

$p = \dfrac{a + b + c}{2} = \dfrac{45 + 90 + 125{,}3}{2} \approx 130{,}15$

$A_{\Delta} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

$A_{\Delta} = \sqrt{130{,}15(130{,}15-45)(130{,}15-90)(130{,}15-125{,}3)}$

$A_{\Delta} \approx 1\ 469\ \text{cm}^2$

On détermine l'aire du quadrilatère :

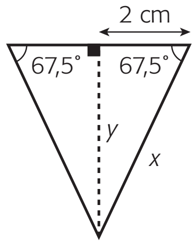
$A_{\text{quadrilatère}} \approx 1\ 469 + 3\ 300 \approx 4\ 769$

L'aire de la région délimitée par le sol, le bras, le torse et la jambe de cet homme est d'environ 4 769 cm^2.

Manuel • p. 161

8. **Niveau de difficulté : moyen**

a) **1)** Un octogone régulier est formé de 8 triangles isocèles isométriques.



Les deux angles isométriques mesurent 67,5°, car $\frac{360°}{8} = 45°$ et $\frac{180° - 45°}{2} = 67{,}5°$.

On détermine la mesure de la demi-diagonale :

$\cos 67{,}5° = \frac{2}{x}$

$x \approx 5{,}23$ cm

m $\overline{\mathbf{AB}} = 2x \approx 10{,}46$

La diagonale **AB** mesure environ 10,46 cm.

2) On détermine la mesure de la moitié du segment **CD** :

$\tan 67{,}5° = \frac{y}{2}$

$y \approx 4{,}83$ cm

m $\overline{\mathbf{CD}} = 2y \approx 9{,}66$

Le segment **CD** mesure environ 9,66 cm.

b) L'aire d'un octogone régulier est calculé à partir de $A = \frac{n \cdot a \cdot c}{2}$, où n représente le nombre de côtés, a la mesure de l'apothème et c la mesure du côté.

$A \approx \frac{8 \cdot 4{,}83 \cdot 4}{2}$

$A \approx 77{,}28$

L'aire de l'octogone est d'environ 77,28 cm^2.

9. **Niveau de difficulté : moyen**

a) L'aire du triangle **ABC** est d'environ 73,48 cm^2.

b) $A_\Delta = \frac{b \cdot h}{2}$

$73{,}48 \approx \frac{14 \cdot h}{2}$

$h \approx 10{,}5$

La hauteur issue du sommet **C** mesure environ 10,5 cm.

c) On détermine la mesure de l'angle **A** en utilisant le rapport trigonométrique sinus :

m $\angle$ **A** $= \sin^{-1}\left(\frac{10{,}5}{15}\right) \approx 44{,}4°$

On détermine la mesure des deux autres angles :

$\frac{15}{\sin \mathbf{B}} \approx \frac{11}{\sin 44{,}4°}$

m $\angle$ **B** $\approx 72{,}6°$

m $\angle$ **C** $\approx 180° - (44{,}4° + 72{,}6°) \approx 63°$

L'angle **A** mesure environ 44,4°, l'angle **B** mesure environ 72,6° et l'angle **C** mesure environ 63°.

10. **Niveau de difficulté : moyen**

On détermine la mesure des trois côtés du triangle à l'aide de la formule de la distance entre deux points :

$\mathbf{P_1}(0, 0)$, $\mathbf{P_2}(4, 1)$ et $\mathbf{P_3}(3, ^-2)$

$d(\mathbf{P_1}, \mathbf{P_2}) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$d(\mathbf{P_1}, \mathbf{P_2}) = \sqrt{(4 - 0)^2 + (1 - 0)^2}$

$d(\mathbf{P_1}, \mathbf{P_2}) = \sqrt{17} \approx 4{,}12$ m

$d(\mathbf{P_2}, \mathbf{P_3}) = \sqrt{(3 - 4)^2 + (^-2 - 1)^2}$

$d(\mathbf{P_2}, \mathbf{P_3}) = \sqrt{10} \approx 3{,}16$ m

$d(\mathbf{P_1}, \mathbf{P_3}) = \sqrt{(3 - 0)^2 + (^-2 - 0)^2}$

$d(\mathbf{P_1}, \mathbf{P_3}) = \sqrt{13} \approx 3{,}61$ m

On calcule l'aire de cette région en utilisant la formule de Héron :

$p = \frac{a + b + c}{2} \approx \frac{4{,}12 + 3{,}16 + 3{,}61}{2} \approx 5{,}445$

$A_\Delta \approx \sqrt{p(p - a)(p - b)(p - c)}$

$A_\Delta \approx \sqrt{5{,}445(5{,}445 - 4{,}12)(5{,}445 - 3{,}16)(5{,}445 - 3{,}61)}$

$A_\Delta \approx 5{,}5$

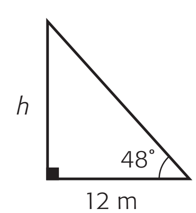
L'aire de la région que les géochercheurs auront à ratisser est d'environ 5,5 m^2.

Consolidation

Manuel • p. 162

1. **Recherche de mesures de côtés dans un triangle rectangle**

Niveau de difficulté : moyen



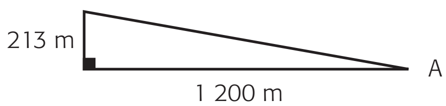
$\tan 48° = \frac{h}{12}$

$h \approx 13{,}3$

La hauteur de l'arbre est d'environ 13,3 m.

2. **Recherche de mesures de côtés et d'angles dans un triangle rectangle**

Niveau de difficulté : moyen



a) $\sqrt{213^2 + 1\,200^2} \approx 1\,218{,}76$

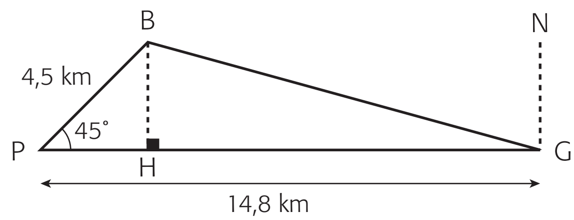
La longueur de la glissade est d'environ 1 218,76 m.

b) $\text{m} \angle \mathbf{A} = \tan^{-1}\left(\frac{213}{1\,200}\right) \approx 10°$

L'angle d'inclinaison de la glissade par rapport au sol est d'environ 10°.

3. **Recherche de mesures de côtés et d'angles dans un triangle quelconque**

Niveau de difficulté : moyen



a) On détermine la distance entre le bateau en détresse et celui de la garde côtière :

$\sin 45° = \frac{\text{m}\,\overline{\mathbf{BH}}}{4{,}5}$

$\text{m}\,\overline{\mathbf{BH}} \approx 3{,}18$ km

$\text{m}\,\overline{\mathbf{PH}} \approx 3{,}18$ km, car le triangle est isocèle

$\text{m}\,\overline{\mathbf{GH}} \approx 14{,}8 - 3{,}18 \approx 11{,}62$ km

$\text{m}\,\overline{\mathbf{BH}} \approx \sqrt{3{,}18^2 + 11{,}62^2} \approx 12{,}05$

Le bateau de la garde côtière se trouve à environ 12,05 km du bateau en détresse.

b) $\text{m} \angle \mathbf{BGH} \approx \sin^{-1}\left(\frac{3{,}18}{12{,}05}\right) \approx 15{,}3°$

$\text{m} \angle \mathbf{BGN} \approx 90° - 15{,}3° \approx 74{,}7°$

L'angle formé par la direction du bateau de la garde côtière et le nord géographique est d'environ 74,7°.

4. **Recherche de mesures de côtés et d'angles dans un triangle rectangle ou quelconque, aire de triangles**

Niveau de difficulté : moyen

a) On détermine la mesure de l'angle **ABD** :

$\text{m} \angle \mathbf{ABD} = \tan^{-1}\left(\frac{5}{6}\right)$

$\text{m} \angle \mathbf{ABD} \approx 39{,}81°$

On détermine la mesure de l'angle **CBD** :

$\text{m} \angle \mathbf{CBD} = \tan^{-1}\left(\frac{2}{6}\right)$

$\text{m} \angle \mathbf{CBD} \approx 18{,}43°$

On détermine la mesure de l'angle **ABC** :

$39{,}81° - 18{,}43° \approx 21{,}4°$

La mesure de l'angle **ABC** est d'environ 21,4°.

b) On détermine l'aire du triangle **ABC** :

$A_{\Delta ABC} = A_{\Delta ABD} - A_{\Delta CBD}$

$A_{\Delta ABC} = \frac{b \cdot h}{2} - \frac{b \cdot h}{2}$

$A_{\Delta ABC} = \frac{6 \cdot 5}{2} - \frac{6 \cdot 2}{2}$

$A_{\Delta ABC} = 9$

L'aire du triangle **ABC** est de 9 cm^2.

5. **Recherche de mesures de côtés et d'angles dans un triangle rectangle ou quelconque**

Niveau de difficulté : moyen

a) On détermine la mesure de l'angle **ABC** :

$\text{m} \angle \mathbf{ABC} = \cos^{-1}\left(\frac{19{,}4}{28{,}8}\right) \approx 47{,}7°$

On détermine la mesure de l'angle **DBE** :

$\text{m} \angle \mathbf{DBE} \approx 180° - (47{,}7° + 91{,}7°) \approx 40{,}6°$.

On détermine la mesure de l'angle **BDE** :

$\text{m} \angle \mathbf{BDE} \approx 180° - (90° + 40{,}6°) \approx 49{,}4°$

L'angle **BDE** mesure environ 49,4°.

b) On détermine la mesure du côté **JG** :

$\sin 52{,}3° = \frac{11{,}4}{\text{m}\,\overline{\mathbf{JG}}}$

$\text{m}\,\overline{\mathbf{JG}} \approx 14{,}4$ m

On détermine la mesure de l'angle **FGJ** :

$\text{m} \angle \mathbf{FGJ} \approx \cos^{-1}\left(\frac{14{,}4}{14{,}6}\right) \approx 9{,}5°$

L'angle **FGJ** mesure environ 9,5°.

c) On détermine la mesure du côté **NL** :

$\tan 47° = \frac{\text{m}\,\overline{\mathbf{NL}}}{5{,}8}$

$\text{m}\,\overline{\mathbf{NL}} \approx 6{,}2$ cm

On détermine la mesure du côté **ML** :

$\tan 25° = \frac{m\,\overline{ML}}{5{,}8}$

$m\,\overline{ML} \approx 2{,}7$ cm

On détermine la mesure du côté **MN** :

$m\,\overline{MN} \approx 6{,}2 - 2{,}7 \approx 3{,}5$

Le segment **MN** mesure environ 3,5 cm.

d) On détermine la mesure de l'angle **QSP** :
$m\angle\,QSP = 180° - (35° + 125°) = 20°$

On détermine la mesure du côté **QS** :

$\frac{10}{\sin 20°} = \frac{m\,\overline{QS}}{\sin 35°}$

$m\,\overline{QS} \approx 16{,}77$ m

On détermine la mesure de l'angle **SQR** :
$m\angle\,SQR = 180° - 125° = 55°$

On détermine la mesure du côté **RS** :

$\sin 55° \approx \frac{m\,\overline{RS}}{16{,}77}$

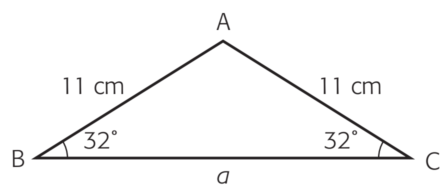
$m\,\overline{RS} \approx 13{,}74$

Le segment **RS** mesure environ 13,74 m.

Manuel • p. 163

6. **Recherche de mesures de côtés et d'angles dans un triangle quelconque, formule de Héron**

Niveau de difficulté : moyen



a) On détermine la mesure du troisième côté :
$m\angle\,A = 180° - (32° + 32°) = 116°$

$$\frac{11}{\sin 32°} = \frac{a}{\sin 116°}$$

$$a \approx 18{,}66 \text{ cm}$$

Le troisième côté mesure environ 18,66 cm.

On détermine le périmètre du triangle **ABC** :
$P \approx 18{,}66 + 11 + 11 \approx 40{,}66$
Le périmètre de ce triangle est d'environ 40,66 cm.

b) On détermine l'aire du triangle à l'aide de la formule de Héron :

$p \approx \frac{18{,}66 + 11 + 11}{2} \approx 20{,}33$

$A_\Delta = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

$A_\Delta \approx \sqrt{20{,}33(20{,}33 - 18{,}66)(20{,}33 - 11)^2}$

$A_\Delta \approx 54{,}36$

L'aire du triangle est d'environ 54,36 cm^2.

7. **Recherche de mesures de côtés et d'angles dans un triangle quelconque, formule de Héron**

Niveau de difficulté : moyen

a) Le volume d'un prisme droit est calculé à partir de $V = A_b \cdot h$.
Pour déterminer l'aire de la base, il manque la hauteur du triangle qui la forme.

$\frac{9}{\sin 114{,}1°} = \frac{x}{\sin 37{,}4°}$

$x \approx 5{,}99$

$\sin 28{,}5° \approx \frac{h}{5{,}99}$

$h \approx 2{,}86$

$A_b = \frac{b \cdot h}{2}$

$A_b \approx \frac{2{,}86 \cdot 9}{2}$

$A_b \approx 12{,}86$ cm^2

On détermine le volume du prisme :

$V \approx 12{,}86 \cdot 15$

$V \approx 192{,}9$

Le volume du prisme est d'environ 192,9 cm^3.

b) On calcule l'aire de la base à l'aide de la formule de Héron :

$p = \frac{9{,}4 + 8{,}8 + 16{,}2}{2} = 17{,}2$

$A_b = \sqrt{17{,}2(7{,}8)(8{,}4)(1)}$

$A_b \approx 33{,}57$ cm^2

On détermine le volume du prisme :

$V \approx 33{,}57 \cdot 4{,}3$

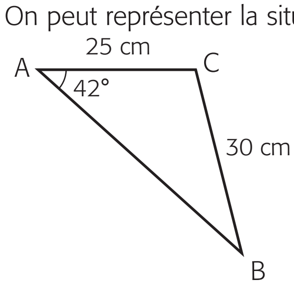
$V \approx 144{,}35$

Le volume du prisme est d'environ 144,35 cm^3.

8. **Recherche de mesures de côtés et d'angles dans un triangle quelconque**

Niveau de difficulté : moyen

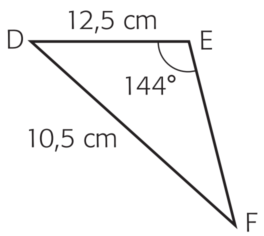
a) On peut représenter la situation par un schéma.



On peut tracer un seul triangle à partir de ces mesures.

	Calculs
L'angle **B**	$\dfrac{30}{\sin 42°} = \dfrac{25}{\sin \textbf{B}}$ $m \angle \textbf{B} \approx 33{,}9°$
L'angle **C**	$180° - (42° + 33{,}9°) = 104{,}1°$
Le segment **AB**	$\dfrac{30}{\sin 42°} \approx \dfrac{m\ \overline{\textbf{AB}}}{\sin 104{,}1°}$ $m\ \overline{\textbf{AB}} \approx 43{,}48$ cm

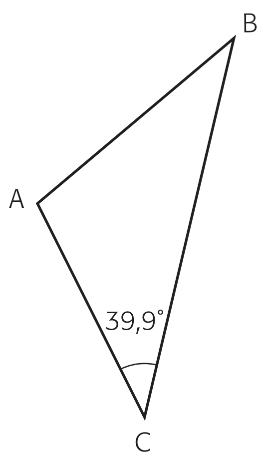
b) On représente la situation par une figure.



On ne peut tracer aucun triangle. En effet, puisque l'angle **E** est le plus grand angle du triangle, le côté **DF**, qui lui est opposé, doit être le plus grand. Il ne peut donc pas être plus petit que le côté **DE**.

9. **Recherche de mesures de côtés et d'angles dans un triangle rectangle ou quelconque, formule de Héron**

Niveau de difficulté : élevé



a) En utilisant la relation de Pythagore, on trouve la mesure de deux des trois côtés du triangle.

$m\ \overline{\textbf{AC}} = \sqrt{(4{,}5)^2 + (5)^2} \approx 6{,}73$ cm

$m\ \overline{\textbf{AB}} = \sqrt{(5{,}5)^2 + (3)^2} \approx 6{,}26$ cm

En utilisant la loi des sinus, on trouve la mesure des deux autres angles et du troisième côté.

$\dfrac{6{,}73}{\sin 39{,}9°} \approx \dfrac{6{,}26}{\sin \textbf{B}} \approx \dfrac{m\ \overline{\textbf{BC}}}{\sin \textbf{A}}$

$m \angle \textbf{B} \approx 36{,}6°$, $m \angle \textbf{A} \approx 103{,}5°$, $m\ \overline{\textbf{BC}} \approx 10{,}2$ cm

À l'aide de la formule de Héron, on trouve l'aire du triangle.

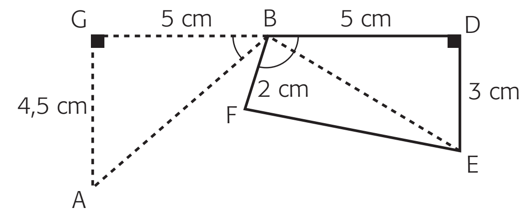
$p \approx \dfrac{6{,}73 + 6{,}26 + 10{,}2}{2} \approx 11{,}6$

$A \approx \sqrt{11{,}6(11{,}6 - 6{,}73)(11{,}6 - 6{,}26)(11{,}6 - 10{,}2)}$

$A \approx 20{,}5$

L'aire du triangle formé de tissu rayé est d'environ 20,5 cm^2. Le pourcentage de tissu rayé correspond à environ 20,5 % du motif de courtepointe.

b) On forme deux triangles dans le quadrilatère jaune.



On détermine la mesure de l'angle **B** du triangle **ABG** :

$m \angle \textbf{B} = \tan^{-1}\left(\dfrac{4{,}5}{5}\right) \approx 42°$

On détermine la mesure de l'hypoténuse du triangle **BDE** :

$m\ \overline{\textbf{BE}} = \sqrt{3^2 + 5^2} \approx 5{,}83$ cm

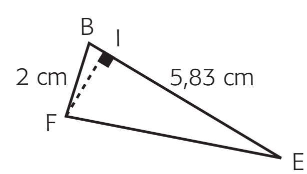
On détermine la mesure de l'angle **DBE** :

$m \angle \textbf{DBE} = \tan^{-1}\left(\dfrac{3}{5}\right) \approx 31°$

Il y a quatre angles qui sont supplémentaires. Alors, il est possible de trouver la mesure de l'angle **EBF** en utilisant les autres mesures d'angles.

$m \angle \textbf{EBF} \approx 180° - (31° + 42° + 36{,}6°) = 70{,}4°$

On trace la hauteur relative à $\overline{\textbf{BE}}$ dans le triangle **BEF** :



On détermine la mesure de la hauteur :

$\sin 70{,}4° = \dfrac{h}{2}$

$h \approx 1{,}88$ cm

On détermine l'aire du triangle **BEF** :

$A_{\Delta \textbf{BEF}} = \dfrac{b \cdot h}{2}$

$A_{\Delta \textbf{BEF}} \approx \dfrac{5{,}83 \cdot 1{,}88}{2}$

$A_{\Delta \textbf{BEF}} \approx 5{,}48\ cm^2$

On détermine l'aire du triangle **BED** :

$A_{\Delta \textbf{BED}} = \dfrac{b \cdot h}{2}$

$A_{\Delta BED} = \frac{5 \cdot 3}{2}$

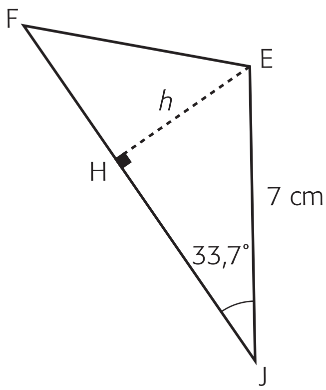
$A_{\Delta BED} = 7{,}5$

On détermine l'aire du quadrilatère BDEF :

$A_{\Delta BDEF} \approx 5{,}48 + 7{,}5 \approx 13 \text{ cm}^2$

L'aire du quadrilatère jaune est d'environ 13 cm^2.

c) On trace $\overline{EH}$, la hauteur relative à $\overline{FJ}$ et on détermine la mesure de cette hauteur :



$\sin 33{,}7° = \frac{m\ \overline{EH}}{7}$

$m\ \overline{EH} \approx 3{,}88$ cm

On détermine la mesure de l'autre cathète du triangle rectangle ainsi formé :

$m\ \overline{JH} = \sqrt{7^2 - 3{,}88^2} \approx 5{,}83$ cm

On détermine la mesure de $\overline{FE}$ dans le quadrilatère jaune qui est l'hypoténuse du triangle EFH.

$m\ \overline{BI} = \sqrt{2^2 - 1{,}88^2} \approx 0{,}68$ cm

$m\ \overline{IE} = 5{,}83 - 0{,}68 = 5{,}15$ cm

$m\ \overline{FE} = \sqrt{1{,}88^2 + 5{,}15^2} \approx 5{,}48$ cm

L'hypoténuse du triangle EFH mesure environ 5,48 cm. On détermine la mesure de la cathète :

$m\ \overline{FH} \approx \sqrt{5{,}48^2 - 3{,}88^2} \approx 3{,}87$ cm

On détermine la mesure de la base du triangle.

$m\ \overline{FJ} = 3{,}88 + 5{,}83 \approx 9{,}7$ cm

On détermine l'aire du triangle lilas :

$A_{\Delta} = \frac{b \cdot h}{2}$

$A_{\Delta} \approx \frac{9{,}7 \cdot 3{,}88}{2}$

$A_{\Delta} \approx 18{,}82$

L'aire du triangle lilas est d'environ 18,82 cm^2.

10. **Recherche de mesures de côtés et d'angles dans un triangle rectangle**

Niveau de difficulté : moyen

Le schéma du pont est formé de 4 triangles rectangles, il suffit d'utiliser le rapport trigonométrique tangente afin de trouver la longueur du pont.

$\tan 18{,}7° = \frac{135}{x}$

$x \approx 398{,}84$

$\tan 10{,}8° = \frac{135}{y}$

$y \approx 707{,}69$

La première partie mesure environ 398,84 m, la seconde environ 707,69 m, la troisième environ 707,69 m et la dernière environ 398,84 m.

$2(398{,}84) + 2(707{,}69) \approx 2\ 213$

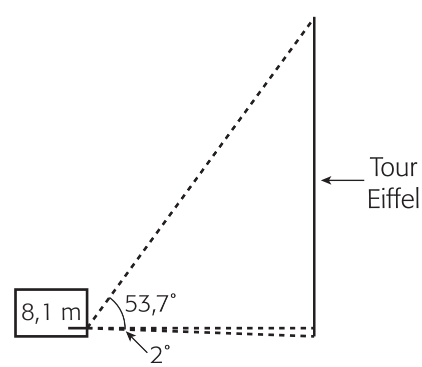
La longueur du pont qui traverse l'estuaire de Humber est d'environ 2 213 m.

Manuel • p. 164

11. **Même tour, autre façon de faire**

Recherche de mesures de côtés et d'angles dans un triangle rectangle

Niveau de difficulté : moyen



a) On détermine la distance horizontale :

$\tan 2° = \frac{8{,}1}{x}$

$x \approx 231{,}95$

On détermine la hauteur de la tour Eiffel :

$\tan 53{,}7° \approx \frac{y}{231{,}95}$

$y \approx 315{,}77$

$315{,}77 + 8{,}1 \approx 323{,}87$

La hauteur de la tour Eiffel est d'environ 323,87 m.

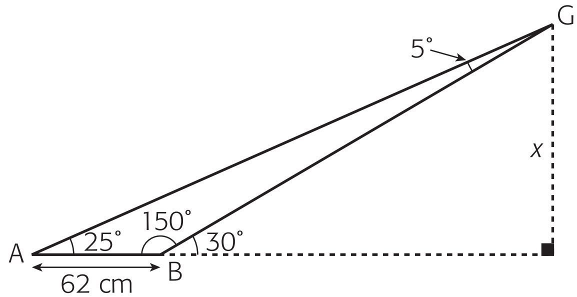
b) La distance horizontale est d'environ 231,95 m.

12. **La grue blanche d'Amérique**

Recherche de mesures de côtés et d'angles dans un triangle rectangle ou quelconque

Niveau de difficulté : moyen

On doit déterminer la mesure de l'hypoténuse du petit triangle rectangle en utilisant le triangle quelconque.



$\frac{62}{\sin 5°} = \frac{m\ \overline{BG}}{\sin 25°}$

m $\overline{BG} \approx 300{,}64$

On peut ensuite déterminer la hauteur de la grue en utilisant le rapport trigonométrique sinus.

$\sin 30° \approx \frac{x}{300{,}64}$

$x \approx 150{,}32$

La taille de cette grue blanche est d'environ 150,32 cm.

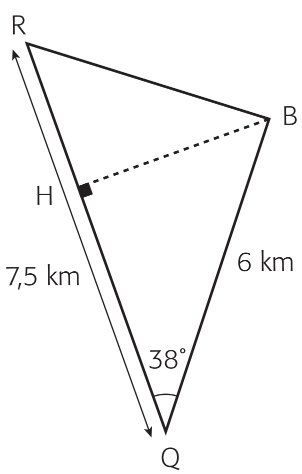
13. **Dans le port d'Amsterdam**…

Recherche de mesures de côtés et d'angles dans un triangle rectangle

Niveau de difficulté : moyen

Après 45 minutes, l'un des bateaux se situe à 7,5 km du port d'Amsterdam et l'autre à 6 km.

On trace $\overline{BH}$, la hauteur relative à $\overline{RQ}$:



On détermine la mesure de $\overline{BH}$:

$\sin 38° = \frac{m\ \overline{BH}}{6}$

m $\overline{BH} \approx 3{,}69$ km

On détermine la mesure de $\overline{HQ}$:

m $\overline{HQ} \approx \sqrt{6^2 - 3{,}69^2} \approx 4{,}73$ km

On détermine la mesure du deuxième de $\overline{RH}$:

m $\overline{RH} \approx 7{,}5 - 4{,}73 \approx 2{,}77$ km

On détermine la mesure manquante en utilisant la relation de Pythagore :

m $\overline{RB} \approx \sqrt{2{,}77^2 + 3{,}69^2} \approx 4{,}61$

La distance qui sépare les deux bateaux après 45 minutes est d'environ 4,61 km.

14. **Chat perché**

Recherche de mesures de côtés dans un triangle rectangle

Niveau de difficulté : moyen

On détermine à quelle hauteur par rapport au sol se situe l'échelle :

$\sin 70° = \frac{h}{4{,}5}$

$h \approx 4{,}23$ m

On détermine la hauteur que peut atteindre Marie-Noëlle.

$4{,}23 + 1{,}58 + 0{,}4 \approx 6{,}21$

Marie-Noëlle peut récupérer Zizou qui est à 6 m du sol puisque, en montant sur l'échelle, elle peut atteindre un objet situé à environ 6,21 m du sol.

Manuel • p. 165

15. **Deux par deux, face à face**

Loi des sinus

Niveau de difficulté : moyen

On suppose un triangle isocèle **ABC** dont les angles **A** et **B** sont isométriques et mesurent n°. On suppose aussi que le côté opposé à l'angle **A** mesure *a* unités et celui opposé à l'angle **B** mesure *b* unités.

Par la loi des sinus, on a :

$\frac{a}{\sin \mathbf{A}} = \frac{b}{\sin \mathbf{B}}$

$\frac{a}{\sin n°} = \frac{b}{\sin n°}$

Par le produit croisé, on obtient $a \cdot \sin n° = b \cdot \sin n°$.

En divisant chaque membre de l'équation par sin n°, on obtient $a = b$.

Dans un triangle isocèle, les deux côtés isométriques sont nécessairement opposés aux deux angles isométriques.

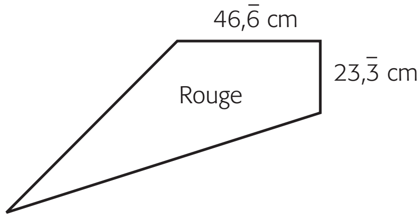
16. Hissez ce symbole

Recherche de mesures de côtés dans un triangle rectangle

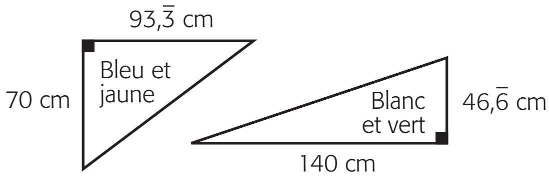
Niveau de difficulté : moyen

a) Le plus long côté se partage en trois segments isométriques mesurant $46,\overline{6}$ cm. Le petit côté se partage en trois segments isométriques mesurant $23,\overline{3}$ cm.

Il faut déterminer le périmètre de ce quadrilatère.



Il nous manque les mesures de deux côtés que nous pouvons trouver en utilisant les mesures des deux grands triangles rectangles formés des secteurs d'autres couleurs.



On trouve la mesure de l'hypoténuse de chacun des triangles.

$\sqrt{70^2 + 93,\overline{3}^2} \approx 116,\overline{6}$ cm

$\sqrt{140^2 + 46,\overline{6}^2} \approx 147,57$ cm

Périmètre :

$23,\overline{3} + 46,\overline{6} + 116,\overline{6} + 147,57 \approx 334,2$

Le périmètre du secteur rouge est d'environ 334,2 cm.

b) On détermine l'aire totale du drapeau :

$A = 100 \cdot 190$

$A = 19\ 000\ \text{cm}^2$

On détermine l'aire du triangle rectangle qui inclut la partie bleue et blanche du bas :

$A_\Delta = \dfrac{b \cdot h}{2}$

$A_\Delta = \dfrac{190 \cdot 80}{2}$

$A_\Delta = 7\ 600\ \text{cm}^2$

On détermine l'aire du triangle rectangle qui inclut la partie bleue, blanche et orange du bas.

$A_\Delta = \dfrac{b \cdot h}{2}$

$A_\Delta = \dfrac{190 \cdot 100}{2}$

$A_\Delta = 9\ 500\ \text{cm}^2$

On soustrait les deux aires obtenues afin de déterminer l'aire de la partie orange :

$9\ 500 - 7\ 600 = 1\ 900\ \text{cm}^2$

On trouve le rapport : $\dfrac{1\ 900}{19\ 000} = \dfrac{1}{10}$

Ainsi, un dixième du drapeau des îles Marshall est orange.

17. Minuscule solitude

Formule de Héron

Niveau de difficulté : moyen

On détermine l'aire d'une algue à l'aide de la formule de Héron :

$p = \dfrac{30 + 30 + 30}{2} = 45$

$A = \sqrt{45(45 - 30)^3}$

$A \approx 389,71\ \mu\text{m}^2$

On convertit les micromètres carrés et les kilomètres carrés en mètres carrés.

$\dfrac{389,71}{1\ 000\ 000^2} = 3,8971 \times 10^{-10}\ \text{m}^2$

$22 \cdot 1000^2 = 2,2 \times 10^7\ \text{m}^2$

On détermine le nombre d'algues vertes nécessaires pour recouvrir la surface du lac :

$\dfrac{2,2 \times 10^7}{3,8971 \times 10^{-10}} \approx 5,65 \times 10^{16}$

Il faudrait environ $5,65 \times 10^{16}$ *Staurastrum* pour recouvrir les 22 km^2 du Grand lac Nominingue.

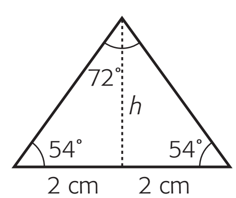
18. Une seule mesure suffit maintenant !

Recherche de mesures de côtés et d'angles dans un triangle rectangle ou quelconque

Niveau de difficulté : moyen

a) Un pentagone régulier est formé de cinq triangles isocèles isométriques dont les angles mesurent 72°, 54° et 54°.

Voici un schéma d'un de ces triangles isocèles.



On détermine la mesure de la hauteur issue du sommet dont l'angle mesure 72° :

$\tan 54° \approx \dfrac{h}{2}$

$h \approx 2 \cdot \tan 54° \approx 2{,}75$ cm

On détermine l'aire du triangle :

$A_\Delta \approx \frac{4 \cdot 2{,}75}{2} \approx 5{,}5 \text{ cm}^2$

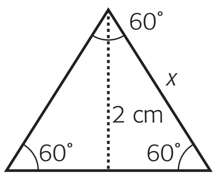
On détermine l'aire du pentagone :

$5 \cdot 5{,}5 \approx 27{,}5$

L'aire du pentagone régulier est d'environ 27,5 cm^2.

b) Un hexagone régulier est formé de six triangles équilatéraux isométriques dont les angles mesurent chacun 60°.

Voici un schéma d'un de ces triangles.



On détermine la mesure des trois côtés isométriques en utilisant le rapport trigonométrique sinus :

$\sin 60° = \frac{2}{x}$

$x \approx 2{,}31$ cm

On détermine l'aire du triangle :

$A = \frac{b \cdot h}{2}$

$A \approx \frac{2{,}31 \cdot 2}{2}$

$A \approx 2{,}31 \text{ cm}^2$

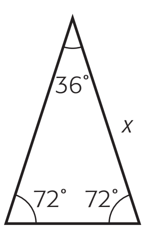
On détermine l'aire de l'hexagone :

$6 \cdot 2{,}31 \approx 13{,}86$

L'aire de l'hexagone régulier est d'environ 13,86 cm^2.

c) Un décagone régulier est formé de dix triangles isocèles isométriques dont les angles mesurent 36°, 72° et 72°. Le périmètre étant de 20 cm, chaque côté du décagone mesure 2 cm.

Voici un schéma d'un de ces triangles.



On détermine la mesure des deux côtés isométriques en utilisant la loi des sinus.

$\frac{2}{\sin 36°} = \frac{x}{\sin 72°}$

$x \approx 3{,}24$ cm

On détermine la mesure de la hauteur issue du sommet dont l'angle mesure 36°.

$\sin 72° \approx \frac{h}{3{,}24}$

$h \approx 3{,}24 \cdot \sin 72° \approx 3{,}08$ cm

On détermine l'aire du triangle :

$A = \frac{2 \cdot 3{,}08}{2} \approx 3{,}08 \text{ cm}^2$

On détermine l'aire du décagone :

$10 \cdot 3{,}08 \approx 30{,}8$

L'aire du décagone régulier est d'environ 30,8 cm^2.

Manuel • p. 166

19. **Calcul d'aire et coupe d'aire**

Formule de Héron

Niveau de difficulté : moyen

a) On détermine la mesure des trois côtés du triangle à l'aide de la formule de la distance entre deux points.

$d(\mathbf{A}, \mathbf{C}) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$d(\mathbf{A}, \mathbf{C}) = \sqrt{(9 - 1)^2 + (3 - 8)^2}$

$d(\mathbf{A}, \mathbf{C}) = \sqrt{89} \approx 9{,}43$ unités

$d(\mathbf{B}, \mathbf{C}) = \sqrt{(9 - 4)^2 + (3 - 2)^2}$

$d(\mathbf{B}, \mathbf{C}) = \sqrt{26} \approx 5{,}1$ unités

$d(\mathbf{A}, \mathbf{B}) = \sqrt{(4 - 1)^2 + (2 - 8)^2}$

$d(\mathbf{A}, \mathbf{B}) = \sqrt{45} \approx 6{,}71$ unités

On détermine l'aire du triangle :

$p \approx \frac{9{,}43 + 5{,}1 + 6{,}71}{2} \approx 10{,}62$

$A_\Delta \approx \sqrt{10{,}62(10{,}62 - 9{,}43)(10{,}62 - 5{,}1)(10{,}62 - 6{,}71)}$

$A_\Delta = 16{,}5$

L'aire du triangle **ABC** est de 16,5 unités carrées.

b) On calcule l'aire du rectangle :

$A = b \cdot h$

$A = 8 \cdot 6$

$A = 48$ unités carrées

On détermine l'aire des trois triangles rectangles :

$A = \frac{b \cdot h}{2}$ $\quad$ $A = \frac{b \cdot h}{2}$

$A = \frac{3 \cdot 6}{2}$ $\quad$ $A = \frac{5 \cdot 1}{2}$

$A = 9$ unités carrées $\quad$ $A = 2,5$ unités carrées

$A = \frac{b \cdot h}{2}$

$A = \frac{5 \cdot 8}{2}$

$A = 20$ unité carrées

On soustrait l'aire des trois triangles de l'aire du rectangle :

$48 - 9 - 2,5 - 20 = 16,5$

L'aire du triangle **ABC** est de 16,5 unités carrées.

20. Somme simplifiée

Rapports trigonométriques

Niveau de difficulté : élevé

Angle de 30° :

$(\sin 30°)^2 + (\cos 30°)^2 = 1$

Angle de 45° :

$(\sin 45°)^2 + (\cos 45°)^2 = 1$

Angle de 60° :

$(\sin 60°)^2 + (\cos 60°)^2 = 1$

La somme des carrés du sinus d'un angle et du cosinus de ce même angle est toujours égale à 1.

21. La Terre est ronde

Recherche de mesures d'angle dans un triangle rectangle

Niveau de difficulté : moyen

a) $m \angle \mathbf{A} = \tan^{-1}\left(\frac{2,9}{23}\right) \approx 7,2°$

L'angle que forment les rayons solaires avec l'obélisque, à Alexandrie, est d'environ 7,2°.

b) Cet angle a la même mesure que l'angle au centre de la Terre puisque Ératosthène a supposé que les rayons sont parallèles. Des angles alternes internes forrmés par des droites parallèles et une sécante sont isométriques.

c) L'arc qui intercepte les villes d'Alexandrie et de Syène représente une fraction de la circonférence de la Terre.

$\frac{7,19°}{360°} = \frac{788}{x}$

$x \approx 39\,475$

La circonférence de la Terre est d'environ 39 475 km.

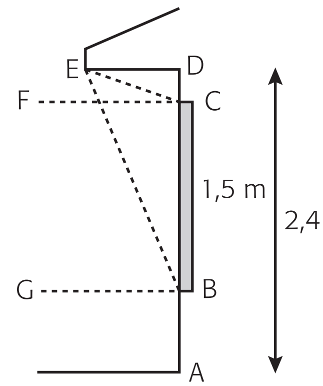
22. Écoénergétiquement vôtre

Recherche de mesures de côtés et d'angles dans un triangle rectangle

Niveau de difficulté : élevé

Plusieurs réponses sont possibles. *Exemple* :

Voici le schéma de la façade sud de la nouvelle maison de Germain :



Les segments **AD** et **ED** représentent respectivement le mur et le prolongement du toit et sont perpendiculaires. Le segment **AD** mesure 2,4 m.

Les angles **ECF** et **EBG** représentent respectivement les angles d'élévation du Soleil au solstice d'hiver et au solstice d'été. Ils mesurent respectivement 19° et 67°.

Le segment **BC** représente une fenêtre dont la hauteur est de 1,5 m.

Le segment **AB** doit mesurer au moins 0,45 m.

Puisque les angles **DEC** et **ECF** sont des angles alternes-internes formés par des droites parallèles, l'angle **DEC** mesure 19°.

Puisque les angles **DBE** et **EBG** sont des angles complémentaires, l'angle **DBE** mesure 23°.

Dans un triangle rectangle, les angles aigus sont complémentaires. Donc dans le triangle rectangle **BED**, l'angle **BED** mesure 67°.

$m \angle \mathbf{CEB} = m \angle \mathbf{BED} - m \angle \mathbf{CED} = 48°$

En utilisant la loi des sinus dans le triangle **BCE**, on détermine la mesure du segment **EC**.

$\frac{1,5}{\sin 48°} = \frac{m\,\overline{\mathbf{EC}}}{\sin 23°}$

$m\,\overline{\mathbf{EC}} = \frac{1,5 \cdot \sin 23°}{\sin 48°} \approx 0,79 \text{ m}$

En utilisant le rapport trigonométrique sinus dans le triangle rectangle **CED**, on calcule la mesure du segment **DC** :

$\sin 19° = \frac{m\,\overline{\mathbf{DC}}}{0,79}$

$m\,\overline{\mathbf{DC}} = 0,79 \cdot \sin 19° \approx 0,26 \text{ m}$

En appliquant la relation de Pythagore dans le triangle rectangle **CED**, on trouve que le segment **ED** mesure environ 0,75 m.

On calcule la mesure du segment **AB** :

$\text{m } \overline{AB} = \text{m } \overline{AD} - (\text{m } \overline{BC} + \text{m } \overline{CD})$

$\text{m } \overline{AB} \approx 2{,}4 - (0{,}26 + 1{,}5) \approx 0{,}64$

Le segment **AB** mesure environ 0,64 m, ce qui permet de respecter la règlementation concernant la construction des bâtiments dans la municipalité où Germain habite.

Pour que sa maison soit écoénergétique grâce à l'énergie solaire passive, Germain peut mettre ses fenêtres à environ 0,64 m du plancher et prolonger son toit d'environ 0,75 m.

Manuel • p. 168

23. Médiane équitable

Recherche de mesures de côtés et d'angles dans un triangle rectangle ou quelconque et formule de Héron

Niveau de difficulté : moyen

On détermine la mesure de l'angle **BAC** :

$180° - (40° + 75°) = 65°$

On détermine la mesure du côté **BC** :

$\dfrac{14}{\sin 40°} = \dfrac{\text{m } \overline{BC}}{\sin 65°}$

$\text{m } \overline{BC} \approx 19{,}74 \text{ cm}$

On détermine l'aire du triangle **ABC** en déterminant d'abord la hauteur issue de **A** :

$\sin 40° = \dfrac{h}{21}$

$h \approx 13{,}5 \text{ cm}$

$A_{\Delta ABC} = \dfrac{b \cdot h}{2}$

$A_{\Delta ABC} \approx \dfrac{19{,}74 \cdot 13{,}5}{2}$

$A_{\Delta ABC} \approx 133{,}23$

L'aire du triangle **ABC** est d'environ 133,23 cm^2.

Le côté **CM** qui est la base du triangle **AMC** mesure la moitié du côté **BC**, soit environ 9,87 cm.

On détermine la hauteur relative à l'hypoténuse du triangle **AMC** :

$\dfrac{h}{14} = \sin 75°$

$h \approx 13{,}52 \text{ cm}$

On détermine l'aire du triangle **AMC** :

$A_{\Delta AMC} = \dfrac{b \cdot h}{2}$

$A_{\Delta AMC} \approx \dfrac{9{,}87 \cdot 13{,}5}{2}$

$A_{\Delta AMC} \approx 66{,}62$

L'aire du triangle **AMC** est d'environ 66,62 cm^2, ce qui représente environ la moitié de l'aire du triangle **ABC**. La médiane **AM** partage donc le triangle **ABC** en deux triangles qui ont la même aire.

24. Langage de construction

Recherche de mesures d'angle dans un triangle rectangle

Niveau de difficulté : moyen

a) On détermine à l'aide des rapports trigonométriques la mesure de l'angle d'inclinaison.

Ferme de toit ①

$\tan^{-1}\left(\dfrac{2{,}3}{4{,}6}\right) \approx 26{,}6°$

Ferme de toit ②

$\cos^{-1}\left(\dfrac{6{,}74}{7{,}3}\right) \approx 22{,}6°$

Ferme de toit ③

$\sin^{-1}\left(\dfrac{2{,}1}{6{,}64}\right) \approx 18{,}4°$

Ferme de toit ④

$\sin^{-1}\left(\dfrac{2}{5{,}2}\right) \approx 22{,}6°$

Il faut porter un harnais de sécurité sur les fermes de toit ①, ② et ④.

b) Ces appellations représentent la pente du toit. L'inclinaison standard 4 : 12 représente une pente de 1 : 3 ou $\frac{1}{3}$. La troisième ferme de toit représente cette inclinaison.

$x = \sqrt{6{,}64^2 - 2{,}1^2} \approx 6{,}3$

$\dfrac{2{,}1}{6{,}3} = \dfrac{1}{3}$

L'inclinaison standard 5 : 12 représente une pente de $\frac{5}{12}$. C'est la quatrième ferme de toit qui a cette caractéristique. Pour l'inclinaison standard 6 : 12, c'est la première ferme de toit qui a cette caractéristique avec une pente de $\frac{1}{2}$.

c) La pente est de 1 puisque la hauteur a la même mesure que la moitié de la base. Donc, selon le principe de cette terminologie, on appellerait cette ferme de toit « 12 : 12 ».

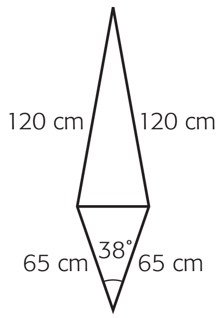
Manuel • p. 169

25. Jeux olympiques d'hiver

Recherche de mesures de côtés et d'angles dans un triangle rectangle ou quelconque

Niveau de difficulté : moyen

On peut représenter cette situation à l'aide de deux triangles isocèles.



On détermine la mesure du troisième côté du petit triangle isocèle, sachant que les deux angles isométriques mesurent 71° chacun.

$$\frac{65}{\sin 71°} = \frac{x}{\sin 38°}$$
$$x \approx 42,32 \text{ cm}$$

On peut déterminer la hauteur du grand triangle isocèle en utilisant la relation de Pythagore :

$$\sqrt{120^2 - 21,16^2} \approx 118,12$$

On détermine un des deux angles isométriques du triangle isocèle en utilisant le rapport trigonométrique tangente :

$$\tan^{-1}\left(\frac{118,12}{21,16}\right) \approx 79,8°$$

On détermine la mesure de l'angle formé par les jambes du skieur :

$$180° - (79,8° + 79,8°) \approx 20,3°$$

L'angle formé par les jambes du skieur est d'environ 20,3°.

26. Jeux olympiques d'été

Formule de Héron

Niveau de difficulté : moyen

On détermine l'aire d'un premier triangle à l'aide de la formule de Héron :

$$p = \frac{133 + 75 + 170}{2} = 189$$
$$A = \sqrt{189(56)(114)(19)}$$
$$A = 4\ 788$$

L'aire du premier triangle est de 4 788 cm^2.

On détermine l'aire du second triangle à l'aide de la formule de Héron :

$$p = \frac{124 + 84 + 170}{2} = 189$$
$$A = \sqrt{189(65)(105)(19)}$$
$$A \approx 4\ 950,61$$

L'aire du second triangle est d'environ 4 950,61 cm^2.

On détermine l'aire de la région formée entre deux nageuses :

$$4\ 950,61 + 4\ 788 \approx 9\ 738,61 \text{ cm}^2$$

L'aire de la région comprise entre deux nageuses est d'environ 9 738,61 cm^2.

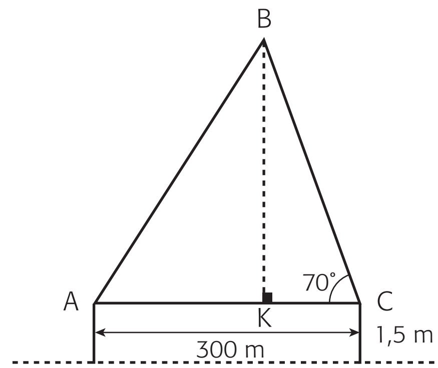
Manuel • p. 170

27. L'altitude des nuages la nuit

Recherche de mesures de côtés et d'angles dans un triangle rectangle ou quelconque

Niveau de difficulté : élevé

On peut représenter la situation par un triangle quelconque **ABC** dans lequel on a tracé une hauteur issue de **B**.



Il y a deux façons d'aborder le problème. La première est de calculer la hauteur des nuages lorsqu'on connait la mesure de l'angle indiquée sur le clinomètre. La seconde est de calculer la mesure de l'angle qui sera indiquée sur le clinomètre lorsqu'on connaît la hauteur des nuages.

On observe les étapes à suivre pour trouver la hauteur des nuages lorsqu'on connaît la mesure de l'angle indiquée sur le clinomètre.

On suppose que la mesure de l'angle **A** est 60°. L'angle **B** mesurerait 50° car la somme des mesures des angles intérieurs d'un triangle est de 180°.

En utilisant la loi des sinus dans le triangle **ABC**, on détermine la mesure du segment **AB** :

$$\frac{300}{\sin 50°} = \frac{\text{m } \overline{\text{AB}}}{\sin 70°}$$
$$\text{m } \overline{\text{AB}} = \frac{300 \cdot \sin 70°}{\sin 50°} \approx 368 \text{ m}$$

En travaillant avec le rapport trigonométrique sinus dans le triangle rectangle **ABK**, on trouve la mesure du segment **BK** :

$$\sin 60° = \frac{\text{m } \overline{\text{BK}}}{368}$$
$$\text{m } \overline{\text{BK}} = 368 \cdot \sin 60° \approx 318,7 \text{ m}$$

Comme le segment **AC** est situé à une distance de 1,5 m du sol, les nuages sont donc à une hauteur d'environ 320,2 m.

En procédant plusieurs fois comme on vient de le faire, on peut trouver la hauteur des nuages en fonction de la mesure de l'angle **A** et ainsi remplir le tableau pour des mesures d'angles qui sont des multiples de 5°.

On procède maintenant à l'inverse. On fixe la hauteur du nuage et on veut déterminer la mesure de l'angle qui sera indiquée sur le clinomètre.

On suppose, par exemple, que la hauteur des nuages est de 300 m. On veut trouver la mesure de l'angle qui sera indiquée sur le clinomètre. Pour y arriver, on commence par trouver la mesure de la hauteur **BK**.

Le segment **AC** est situé à 1,5 m du sol.

$300 - 1{,}5 = 285{,}5$

La mesure de la hauteur du triangle issue du sommet **B** est de 298,5 m.

On trouve ensuite la mesure de la cathète **CK** du triangle rectangle de droite :

$$\tan 70° = \frac{298{,}5}{\text{m }\overline{CK}}$$

$$\text{m }\overline{CK} \approx 108{,}65 \text{ m}$$

On trouve la mesure de la cathète **AK** du triangle rectangle de gauche :

$300 - 108{,}65 = 191{,}35$ m

On trouve maintenant la mesure de l'angle **A** :

$$\tan^{-1}\left(\frac{298{,}5}{191{,}35}\right) \approx 57{,}3°$$

Ainsi, si les nuages sont à une hauteur de 300 m, l'angle indiqué sur le clinomètre sera d'environ 57,3°.

En procédant plusieurs fois comme on vient de le faire, on peut trouver la mesure de l'angle **A** en fonction de la hauteur des nuages et ainsi remplir le tableau ci-dessous pour diverses valeurs de hauteur de nuages qui sont des multiples de 50 m.

(*voir le tableau au bas de la page*)

Ce tableau associe l'angle mesuré à l'aide du clinomètre et la hauteur des nuages. On a calculé le résultat pour divers angles d'élévation variant entre 0° et 90°. La hauteur des nuages est arrondie au mètre près. De plus, on a indiqué en gras les mesures d'angles pour lesquelles les nuages sont à une altitude supérieure à 300 m.

Réponse à la question 27, page 170

L'angle mesuré à l'aide du clinomètre et la hauteur des nuages

Mesure d'angle (°)	Hauteur des nuages (m)	Mesure d'angle (°)	Hauteur des nuages (m)
10	51	**65**	**363**
15	75	**68,8**	**400**
20	98	**70**	**414**
25	121	**73**	**450**
30	145	**75**	**476**
31,1	150	**76,6**	**500**
35	169	**79,6**	**550**
40	194	**80**	**557**
41,1	200	**82,2**	**600**
45	221	**84,4**	**650**
49,9	250	**85**	**666**
50	251	**86,3**	**700**
55	283	**87,9**	**750**
57,3	**300**	**89,3**	**800**
60	**320**	**90**	**826**
63,6	**350**		