L'étude des fonctions

Chapitre 5

Entrée en matière

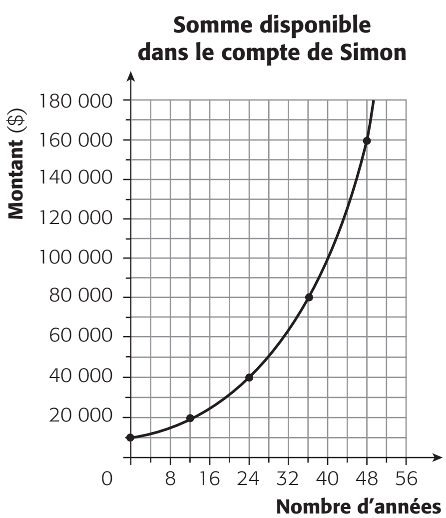
En contexte

Manuel • p. 4

1. a) Simon est celui qui retire la plus grande somme, puisqu'il a choisi un compte avec intérêts (contrairement à Camille) et qu'il a laissé les intérêts à la banque (contrairement à Joëlle).
   b) Camille et Joëlle retirent 10 000 $.
   c) Joëlle a bénéficié de 28 800 $.
   d) Simon retire 160 000 $.

Manuel • p. 5

2. a) **1)** Camille **2)** Joëlle
   b) **1)** $f(x) = 10\ 000$ **2)** $f(x) = 600x + 10\ 000$
3. a) (*voir au bas de la page*)
   b)



   c) Après environ 31 ans, la somme disponible dans le compte de Simon était de 60 000 $.

4. a) $10\ 000 \cdot 75\ \% = 7\ 500$
   $7\ 500 \cdot 30\ \% = 2\ 250$
   Marianne recevra 2 250 $ de sa marraine Camille.
   b) $7\ 500 - 2\ 250 = 5\ 250$
   Il reste 5 250 $ à partager entre les quatre petits-enfants.
   $\frac{5\ 250}{4} = 1\ 312{,}5$
   Chacun des quatre petits-enfants recevra 1 312,50 $.

En bref

Manuel • p. 6

1. a) 6 c) 3
   b) 0 d) 4
2. a) Les expressions algébriques ① et ③ sont des polynômes.
   b) Le polynôme ① est de degré 2.
   Le polynôme ③ est de degré 3.
3. a) Vrai
   b) Faux
   c) Faux
   d) Faux
4. a) $0{,}5x(4x^2 - 1)$
   b) $x(200y - 1)$
   c) $x(x - 3)$
5. a) $a = 4$ ou $a = {}^{-}4$
   b) $a = 4$
   c) $a = \frac{-4}{3}$
   d) $a = 5$

Réponse à la question 3 a), page 5

Somme disponible dans le compte de Simon

Nombre d'années	0	12	24	36	48
Montant ($)	10 000	20 000	40 000	80 000	160 000

6. a) Il s'agit d'une fonction affine, puisque les taux de variation sont constants.

(3, 17), (4, 19), (5, 21) et (6, 23)

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{19 - 17}{4 - 3} = 2$$

$$\frac{21 - 19}{5 - 4} = 2$$

$$\frac{23 - 21}{6 - 5} = 2$$

b) $g(x) = ax + b$

$g(x) = 2x + b$

$17 = 2(3) + b$

$11 = b$

$g(x) = 2x + 11$

7. a) L'ordonnée à l'origine est 2 et l'abscisse à l'origine est $^-5$.

(0, 2) et ($^-5$, 0)

$f(x) = ax + b$

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - 2}{^-5 - 0} = \frac{2}{5}$$

$f(x) = \frac{2}{5}x + 2$

b) La droite *c* représente la réciproque de *f*.

Section 1 La modélisation de situations à l'aide de fonctions

Épargne à la carte

Situation de communication

Manuel • p. 7

Plusieurs réponses sont possibles. *Exemple :*
(voir page suivante)

ACTIVITÉ D'EXPLORATION 1 Des modèles fonctionnels

Manuel • p. 8

A Le nombre de jours écoulés depuis le 20 avril

B **1)** 8 %

2) 2,5 °C

3) 9 m^2

C La situation ②, car l'augmentation quotidienne de la température est constante.

D **1)** *(voir au bas de la page)*

2) *(voir au bas de la page)*

3) *(voir au bas de la page)*

Réponses à la question D, page 8

1)

Nombre de jours écoulés depuis le 20 avril	0	1	2	3	4	5
Surface du lac recouverte de nénuphars (%)	1	2	4	8	16	32

2)

Nombre de jours écoulés depuis le 20 avril	0	1	2	3	4	5
Température (°C)	1	1,5	2	2,5	3	3,5

3)

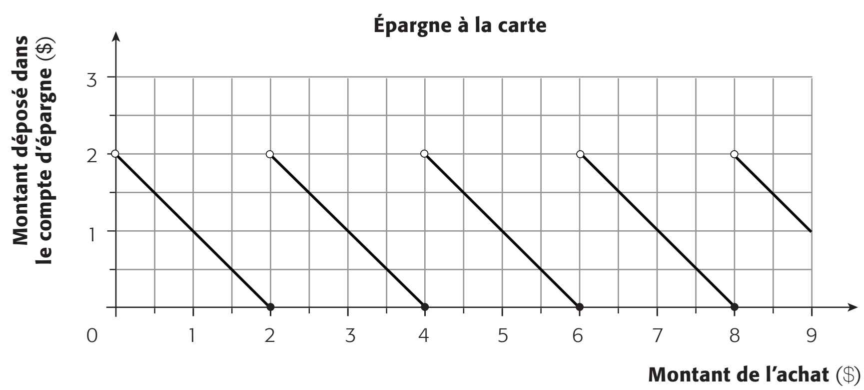
Nombre de jours écoulés depuis le 20 avril	0	1	2	3	4	5
Surface de pelouse visible dans le parc (m^2)	0	1	4	9	16	25

Réponse à la question de la page 7

Exemple d'affiche :

Votre institution financière vous fait épargner

Votre institution financière vous propose un nouveau moyen d'épargner chaque fois que vous effectuez un achat en payant avec votre carte de débit. En effet, elle retire de votre compte le montant de l'achat arrondi au multiple de 2 $ qui lui est supérieur. Le montant excédent qui est retiré de votre compte lors de cette transaction est ensuite déposé dans un compte d'épargne à votre nom. Voici un graphique illustrant le montant d'argent déposé dans votre compte d'épargne selon le montant de votre achat :



Voici deux exemples de transactions et les montants déposés correspondants :

Vous effectuez un achat de 33,15 $, que vous payez avec votre carte de débit. L'institution débite votre compte de 34 $ et dépose 0,85 $ dans un compte d'épargne à votre nom. → **Épargne 0,85 $**

Quelques heures plus tard, vous payez un autre achat avec votre carte de débit, cette fois au montant de 56,41 $. L'institution débite votre compte de 58 $ et dépose 1,59 $ dans votre compte d'épargne. → **Épargne 1,59 $**

Total de votre épargne : 2,44 $

Imaginez ! Vous épargnez 2,44 $ en effectuant deux transactions par jour. À ce rythme, le solde de votre compte d'épargne augmente d'environ 15 $ par semaine.

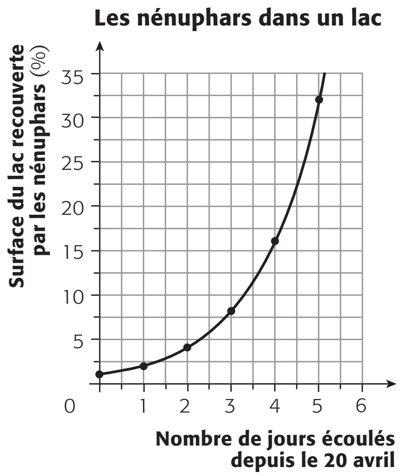
Manuel • p. 9

E **1)** Le pourcentage de la surface du lac recouverte par les nénuphars est toujours le double de celui du jour précédent.

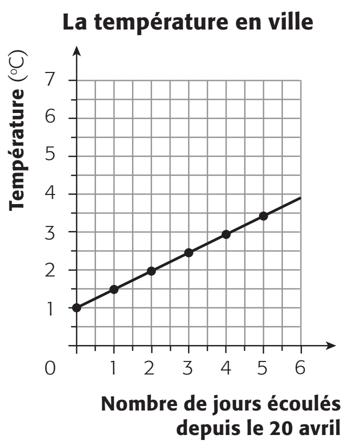
2) Chaque jour, les augmentations de la température sont de 0,5 °C.

3) La valeur de la variable dépendante est toujours le carré de la valeur de la variable indépendante.

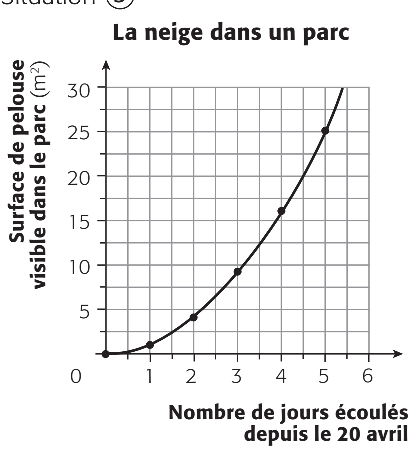
F Situation ①



Situation ②



Situation ③



G Situation ① : C'est une ligne courbe passant par (0, 1).
Situation ② : C'est une droite.
Situation ③ : C'est une ligne courbe passant par (0, 0).

H **1)** Situation ① : Le 20 avril, les nénuphars recouvraient 1 % de la surface du lac.
Situation ② : Chaque jour, la température augmente de la moitié d'un degré Celsius.
Situation ③ : Le 20 avril, on ne pouvait pas voir de pelouse du tout.

2) Situation ① : Le couple (0, 1)
Situation ② : Les accroissements de la variable dépendante sont constants chaque jour.
Situation ③ : Le couple (0, 0)

I **1)** La surface de la pelouse qui redevient visible.

2) La prolifération des nénuphars.

J Parce que ce sont des situations cycliques.

Manuel • p. 10

K **1)** La situation ③.

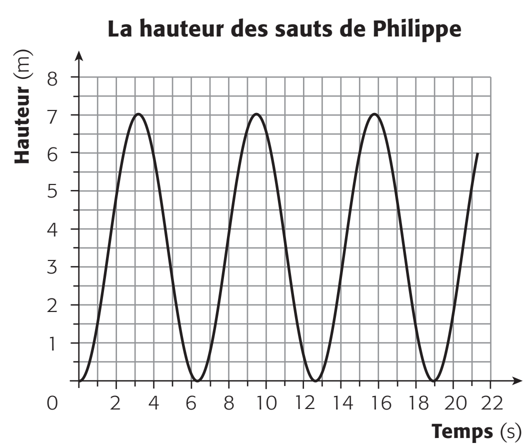
2) La situation ①.

3) La situation ②.

L Les graphiques présentés en **K** sont composés d'un cycle qui se répète plusieurs fois, alors que ce n'est pas le cas pour les représentations graphiques des fonctions tracées en **F**.

M Plusieurs réponses sont possibles. *Exemple :*

Philippe s'entraîne au trampoline. En compétition, il devra réussir à la perfection différentes figures. Au début de son entraînement, il effectue toujours une série de quelques sauts de 7 m, avant d'exécuter ses figures. On observe la hauteur de Philippe, en mètres, en fonction du temps écoulé, en secondes, depuis le début de sa série de sauts de 7 m.



Ai-je bien compris?

1. Plusieurs réponses sont possibles. *Exemples :*

   a) On s'intéresse au salaire annuel d'Hélène, qui travaille comme représentante. Elle reçoit un salaire annuel de base de 25 000 $, auquel s'ajoute une commission qui correspond à 10 % du total de ses ventes.

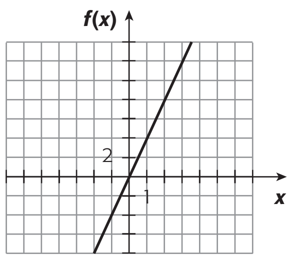
   b) On s'intéresse à la masse d'une substance radioactive selon le nombre d'années écoulées. Sa masse initiale est de 500 g et elle perd la moitié de sa masse chaque année.

   c) On s'intéresse à l'aire d'un disque selon la mesure de son rayon.

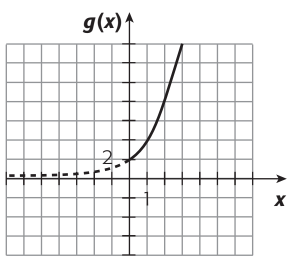
   d) Léa participe à une course de motocyclette sur une piste circulaire. Elle doit faire vingt tours de piste pour compléter la course. On s'intéresse à la distance qui sépare Léa de son entraîneur qui l'observe de la ligne d'arrivée.

2. a) et b)

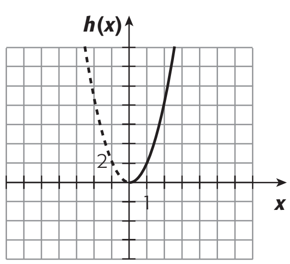
   La première table de valeurs représente une fonction affine, dont voici le graphique :



   La deuxième table de valeurs représente une fonction exponentielle, dont voici le graphique :



   La troisième table de valeurs représente une fonction quadratique, dont voici le graphique :



ACTIVITÉ D'EXPLORATION 2 Du graphique aux propriétés

Manuel • p. 11

A a) Les courbes 1 et 3.

b) Les courbes 2 et 4.

B a) La fonction f_3.

b) La fonction f_4.

c) La fonction f_1.

d) La fonction f_2.

C Le domaine. Pour ces deux fonctions, le domaine est $\mathbb{R}$.

Manuel • p. 12

D L'axe des abcisses.

E **1)** La fonction f_1 est strictement négative sur tout son domaine.

La fonction f_2 est négative sur tout son domaine.

2) La fonction f_3 est strictement positive sur tout son domaine.

La fonction f_4 est positive sur tout son domaine.

F **1)** La fonction f_2.

2) La fonction f_4.

G L'axe des ordonnées.

H Les coordonnées du sommet sont (0, 0).

Ai-je bien compris?

1. a) Domaine : $\mathbb{R}$
   Image : $]0, +\infty[$
   Ordonnée à l'origine : 2
   Abscisse à l'origine : La fonction f n'a aucune abscisse à l'origine.
   Extremums : La fonction f n'a aucun extremum.
   Signe : La fonction f est strictement positive sur tout son domaine.
   Variation : La fonction f est strictement décroissante sur tout son domaine.

   b) Domaine : $\mathbb{R}$
   Image : $]-\infty, 0]$
   Ordonnée à l'origine : 0
   Abscisse à l'origine : 0
   Extremums : Le maximum de la fonction f est 0.
   Signe : La fonction f est négative sur tout son domaine.
   Variation : La fonction f est croissante pour $x \in]-\infty, 0]$ et décroissante pour $x \in [0, +\infty[$.
   Axe de symétrie : L'axe de symétrie est l'axe des ordonnées.

ACTIVITÉ D'EXPLORATION ③ Quelques tours de grande roue

Manuel • p. 13

A Dans ce contexte, l'ordonnée à l'origine correspond à la hauteur de la 42e nacelle au début de la balade. L'ordonnée à l'origine de cette fonction est 2.

B La fonction ne possède pas de zéros parce que la 42e nacelle n'est jamais à la hauteur du sol.

C Le domaine est [0, 10]. Il correspond à la durée de la balade en minutes.

D a) Au début de la balade, à 2 minutes, à 4 minutes, à 6 minutes, à 8 minutes et à 10 minutes après le début de la balade.

b) À 1 minute, à 3 minutes, à 5 minutes, à 7 minutes et à 9 minutes après le début de la balade.

E a) 2 minutes

b) 2 minutes

c) 2 minutes

F La période de 2 minutes correspond au temps nécessaire pour effectuer un tour complet.

G Les intervalles de croissance correspondent aux moments où la hauteur de la 42e nacelle augmente.

Ce sont les intervalles suivants : $[0, 1] \cup [2, 3] \cup [4, 5] \cup [6, 7] \cup [8, 9]$.

Manuel • p. 14

H On s'intéresse au temps écoulé depuis le début de la balade selon la hauteur de la 42e nacelle.

Les couples (55, 1), (55, 3) et (55, 5) signifient que la hauteur de la 42e nacelle est de 55 m aux moments suivants après le début de la balade : 1 minute, 3 minutes et 5 minutes.

I Non, cette relation n'est pas une fonction, car à une hauteur donnée correspondent plusieurs temps différents.

Ai-je bien compris ?

1. a) La période est 4.
   Domaine : $]^{-}2, 10]$
   Image : $]^{-}2, 2]$
   Ordonnée à l'origine : 0
   Abscisses à l'origine : {0, 4, 8}
   Extremums : Le maximum de la fonction f est 2.
   Signe : La fonction f est positive pour $x \in [0, 2] \cup [4, 6] \cup [8, 10]$ et négative pour $x \in]^{-}2, 0] \cup]2, 4] \cup]6, 8]$.
   Variation : La fonction f est croissante sur tout son domaine.

   b) La période est 3.
   Domaine : $[^{-}2, 7]$
   Image : $[2, 4]$
   Ordonnée à l'origine : 3
   Abscisse à l'origine : La fonction g n'a aucune abscisse à l'origine.
   Extremums : Le maximum de la fonction g est 4 et son minimum est 2.
   Signe : La fonction g est positive pour tout son domaine.
   Variation : La fonction g est croissante pour $x \in [^{-}2, {}^{-}1] \cup [1, 2] \cup [4, 5]$ et décroissante pour $x \in [^{-}1, 1] \cup [2, 4] \cup [5, 7]$.

2. Le graphique ② peut représenter la réciproque d'une fonction périodique.

Mise en pratique

Manuel • p. 18

1. **Niveau de difficulté : moyen**

   a) Plusieurs réponses sont possibles. *Exemple* :

①

x	0	1	2	3	4
$f(x)$	10	6	3,6	2,16	1,296

②

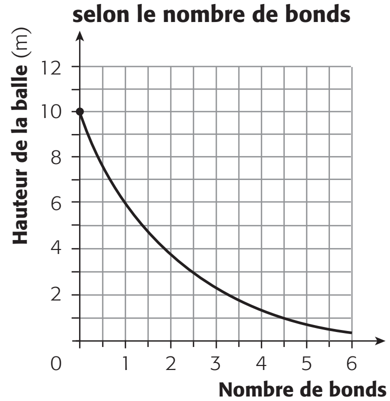
x	0	1	2	3	4
$f(x)$	0	$0{,}25\pi$	π	$2{,}25\pi$	4π

③

x	0	3	6	9	12
$f(x)$	0	90	180	270	0

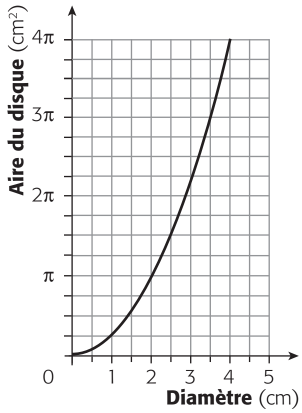
   b) Situation ①

La hauteur d'une balle selon le nombre de bonds



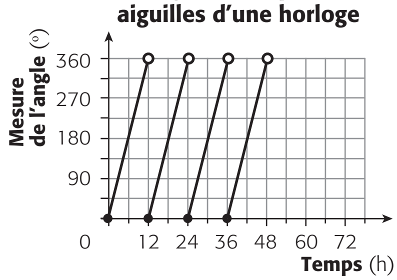
Situation ②

L'aire d'un disque selon son diamètre



Situation ③

L'angle formé par les aiguilles d'une horloge



c) La situation ① peut être modélisée par une fonction exponentielle.

La situation ② peut être modélisée par une fonction quadratique.

La situation ③ peut être modélisée par une fonction périodique.

d) La description de la situation ③ a été la plus utile pour représenter la fonction graphiquement, car une table de valeurs est moins utile pour représenter une fonction périodique, à moins qu'elle ne contienne un très grand nombre de valeurs.

2. **Niveau de difficulté : faible**

a) La situation 1 est associée à la table de valeurs Ⓒ, car la variation du solde est constante. Le solde du compte augmente de 3,25 $ chaque année.

La situation 2 est associée à la table de valeurs Ⓑ. Le solde du compte augmente de 3,25 % chaque année par rapport au solde de l'année précédente.

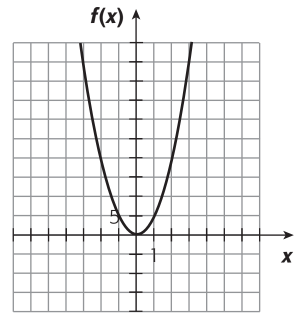
b) Une fonction affine permet de modéliser la situation 1.

Une fonction exponentielle permet de modéliser la situation 2.

Manuel • p. 19

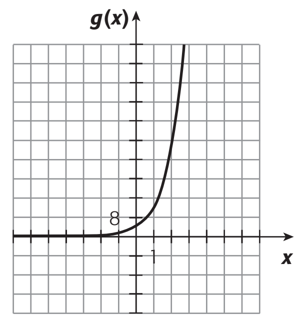
3. **Niveau de difficulté : faible**

a)



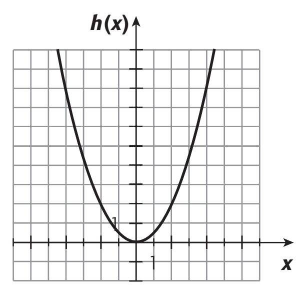
Il s'agit d'une fonction quadratique.

b)



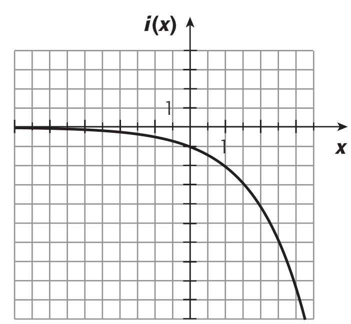
Il s'agit d'une fonction exponentielle.

c)



Il s'agit d'une fonction quadratique.

d)



Il s'agit d'une fonction exponentielle.

4. **Niveau de difficulté : faible**

a) Le graphique 1 est associé à la situation Ⓒ.

Le graphique 2 est associé à la situation Ⓐ.

b) La situation Ⓐ peut être associée au modèle exponentiel, puisque la valeur d'une voiture diminue chaque année par rapport à la valeur qu'elle avait l'année précédente, sans jamais atteindre la valeur 0 $.

La situation Ⓑ peut être associée au modèle linéaire, puisque le périmètre d'un carré est égal à quatre fois la mesure de son côté. La variation du périmètre en fonction de la mesure du côté est constante.

La situation Ⓒ peut être associée au modèle périodique, puisque la hauteur d'une personne qui fait des redressements assis bouge régulièrement dans un certain intervalle.

5. **Niveau de difficulté : moyen**

a) Le modèle quadratique peut être associé à cette table de valeurs.

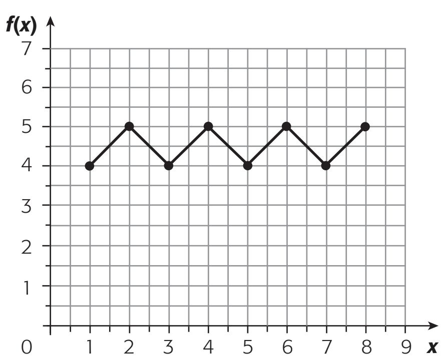
b) Le modèle exponentiel peut être associé à cette table de valeurs.

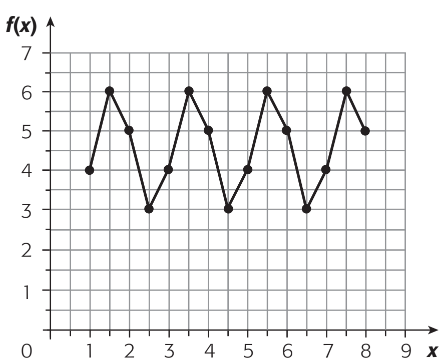
c) Le modèle quadratique peut être associé à cette table de valeurs.

Manuel • p. 20

6. **Niveau de difficulté : faible**

a) Plusieurs réponses sont possibles. *Exemple :*





b) Il est possible de tracer une infinité de fonctions périodiques à partir de cette table de valeurs, car les seuls points qui sont fixés sont les huits couples de la table de valeurs.

7. **Niveau de difficulté : faible**

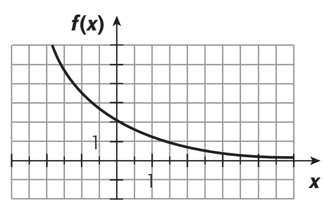
a) Domaine : ℝ
Image :]0, +∞[
Ordonnée à l'origine : 1
Abscisse à l'origine : La fonction f n'a aucune abscisse à l'origine.
Extremums : La fonction f n'a aucun extremum.
Signe : La fonction f est strictement positive sur tout son domaine.
Variation : La fonction f est strictement croissante sur tout son domaine.

b) Domaine : ℝ
Image :]–∞, 0]
Ordonnée à l'origine : 0
Abscisse à l'origine : 0
Extremums : Le maximum de la fonction g est 0.
Signe : La fonction g est négative sur tout son domaine.
Variation : La fonction g est croissante pour $x \in$]–∞, 0] et décroissante pour $x \in$ [0, +∞[.
Axe de symétrie : L'axe de symétrie est l'axe des ordonnées.

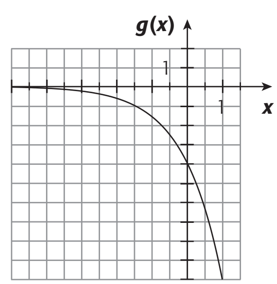
8. **Niveau de difficulté : moyen**

Plusieurs réponses sont possibles. *Exemples :*

a)



b)



9. **Niveau de difficulté : faible**

a) Ces fonctions possèdent toutes les mêmes propriétés.

b) Cette famille de fonctions est strictement positive, son domaine est ℝ, son image est]0, +∞[et elle ne possède aucune abscisse à l'origine.

Manuel • p. 21

10. **Niveau de difficulté : faible**

a) Le graphique représente une fonction périodique, de période 4.

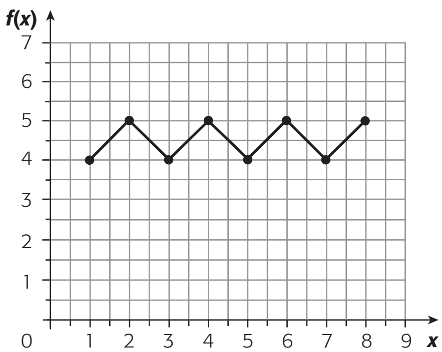
b) Le graphique ne représente pas une fonction périodique.

c) Le graphique représente une fonction périodique, de période 4.

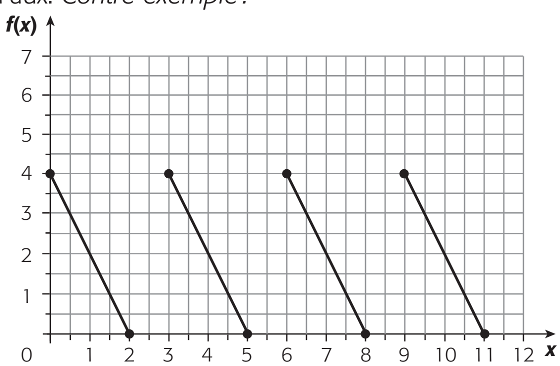
d) Le graphique ne représente pas une fonction périodique.

11. **Niveau de difficulté : moyen**

a) Faux. *Contre-exemple :*



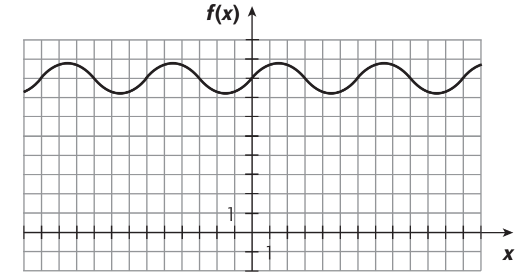
b) Faux. *Contre-exemple :*



c) Vrai.

12. **Niveau de difficulté : moyen**

Plusieurs réponses sont possibles. *Exemple :*

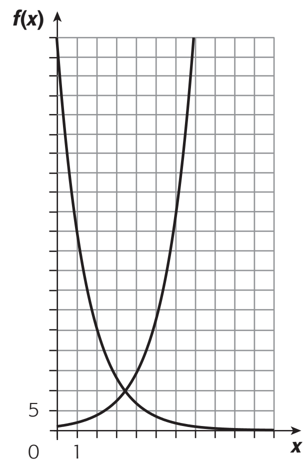


Manuel • p. 22

13. **Niveau de difficulté : élevé**

a) (*voir au bas de la page*)

b)



Il s'agit de deux fonctions exponentielles.

14. **Niveau de difficulté : moyen**

a) Une fonction exponentielle.

b) Elle correspond à la première dose d'antibiotique administrée, soit 15 mg.

Réponses à la question 13 a), page 22

Fonction ①

L'aire de la surface visible selon le nombre de plis

Nombre de plis	0	1	2	3	4
Aire de la surface visible (cm^2)	100	50	25	12,5	6,25

Fonction ②

Le nombre de couches selon le nombre de plis

Nombre de plis	0	1	2	3	4
Nombre de couches	1	2	4	8	16

c) En regardant le graphique, on peut constater qu'environ 15 heures après l'ingestion de la première dose, la quantité présente dans le sang est de 1,5 mg. Alors, il faudrait administrer une nouvelle dose toutes les 12 heures.

15. **Niveau de difficulté : moyen**

a) La hauteur maximale de l'eau est de 1,4 m.

b) La période correspond à l'intervalle de temps entre deux marées hautes ou deux marées basses.

c) Les périodes de croissance correspondent aux périodes de temps où le niveau de l'eau monte (marée montante).

Les périodes de décroissance correspondent aux périodes de temps où le niveau de l'eau descend (marée descendante).

Section 2 La fonction exponentielle et la fonction quadratique

Achetez maintenant, payez plus tard

Situation d'application

Manuel • p. 23

On forme un système d'équations à deux variables en substituant la valeur de x et de $f(x)$ de deux couples dans la règle sous la forme $f(x) = ab^x$. En prenant les couples (0, 7900) et (3, 9952), voici le système obtenu :

$$\begin{cases} 7\,900 = ab^0 \\ 9\,952 = ab^3 \end{cases}$$

De la première équation, on obtient $a = 7\,900$.
En substituant la valeur de a dans la deuxième équation, on obtient :

$$\begin{aligned} 9\,952 &= 7\,900b^3 \\ 1{,}26 &\approx b^3 \\ 1{,}08 &\approx b \end{aligned}$$

La règle est donc $f(x) \approx 7\,900(1{,}08)^x$.

On calcule la dette moyenne liée au crédit à la consommation par adulte 12 ans après le début de l'observation. On remplace x par 12.

$$\begin{aligned} f(x) &\approx 7\,900(1{,}08)^x \\ f(12) &\approx 7\,900(1{,}08)^{12} \\ f(12) &\approx 7\,900(2{,}52) \\ f(12) &\approx 19\,895{,}74 \end{aligned}$$

En 2012, la dette moyenne liée au crédit à la consommation par adulte sera d'environ 19 895,74 $.

ACTIVITÉ D'EXPLORATION 1 Plus ça va, moins ça vaut

Manuel • p. 24

A La valeur de l'ordinateur diminue du même montant chaque année.

B Le type de fonction qui permet de modéliser la valeur de l'ordinateur selon le temps est une fonction affine, dont la règle est $f(x) = {}^{-}200x + 1\,000$.

C Non, car la valeur du réfrigérateur ou celle de la voiture ne diminue pas du même montant chaque année.

D Il a vérifié si le rapport $\frac{f(x+1)}{f(x)}$ était constant.

E **1)** $\frac{f(4)}{729} = 0{,}9$ donc, $f(4) = 0{,}9 \cdot 729 = 656{,}10$

Le réfrigérateur vaut 656,10 $, 4 ans après son achat.

2)

$$\begin{aligned} f(5) &= 0{,}9 \cdot 656{,}10 = 590{,}49 \\ f(6) &= 0{,}9 \cdot 590{,}49 \approx 531{,}44 \\ f(7) &\approx 0{,}9 \cdot 531{,}44 \approx 478{,}30 \\ f(8) &\approx 0{,}9 \cdot 478{,}30 \approx 430{,}47 \\ f(9) &\approx 0{,}9 \cdot 430{,}47 \approx 387{,}42 \\ f(10) &\approx 0{,}9 \cdot 387{,}42 \approx 348{,}68 \end{aligned}$$

Le réfrigérateur vaut environ 348,68 $, 10 ans après son achat.

Manuel • p. 25

F Dans le contexte, 0,9 représente le rapport par lequel il faut multiplier la valeur du réfrigérateur dans une année donnée afin de calculer sa valeur pour l'année suivante. Dans la règle, ce rapport correspond au paramètre b.

G On détermine la valeur du paramètre a en substituant dans la règle la valeur du paramètre b ainsi que les coordonnées d'un couple de la table de valeurs à x et $f(x)$. Dans le contexte, ce paramètre correspond à la valeur du réfrigérateur au moment de l'achat.

H **1)** On connaît la valeur du paramètre b qui vaut 0,9.

$f(x) = a(0{,}9)^x$

En substituant, par exemple, le couple (1, 900), on obtient :

$$\begin{aligned} f(x) &= a(0{,}9)^x \\ 900 &= a(0{,}9)^1 \\ 900 &= 0{,}9a \\ 1\,000 &= a \end{aligned}$$

La règle est $f(x) = 1\,000(0{,}9)^x$.

2) On vérifie si le rapport $\frac{f(x+1)}{f(x)}$ est constant.

$$\frac{8\ 192}{10\ 240} = \frac{10\ 240}{12\ 800} = \frac{12\ 800}{16\ 000} = 0{,}8$$

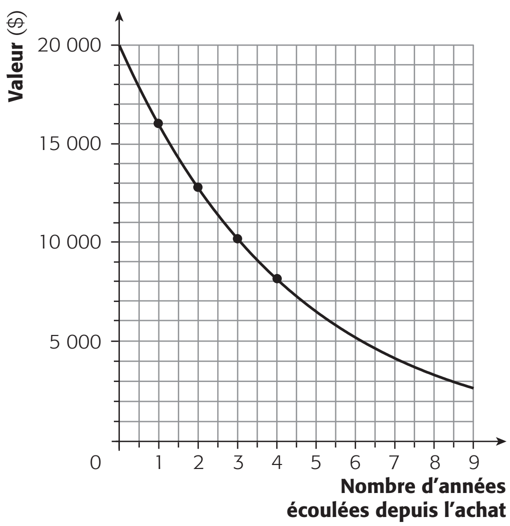
Ce rapport est constant.
On a donc $f(x) = a(0{,}8)^x$.

En substituant, par exemple, le couple (2, 12800), on obtient :

$$f(x) = a(0{,}8)^x$$
$$12\ 800 = a(0{,}8)^2$$
$$12\ 800 = 0{,}64a$$
$$20\ 000 = a$$

La règle est $f(x) = 20\ 000(0{,}8)^x$.

I **La valeur de la voiture**

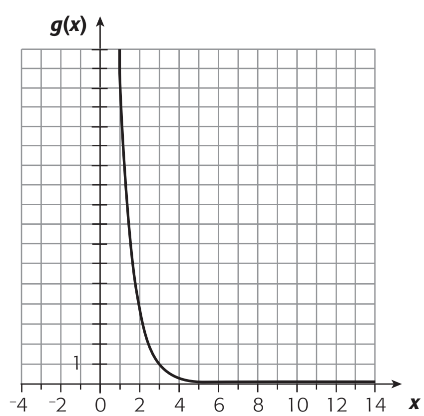


J La voiture vaudra moins de 3 000 $ après un peu moins que 9 ans.

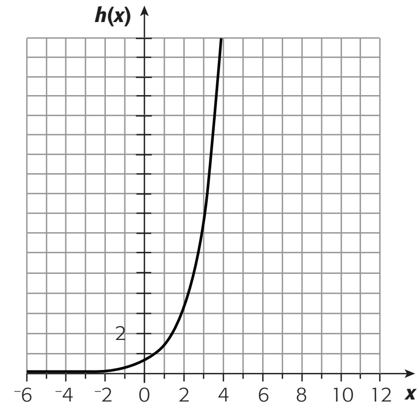
K En théorie, non. Année après année, la valeur de la voiture et celle du réfrigérateur perdront toujours respectivement 20 % et 10 % de leur valeur. Elles auront toujours une valeur résiduelle, de plus en plus petite mais non nulle.

Ai-je bien compris ?

a) ①



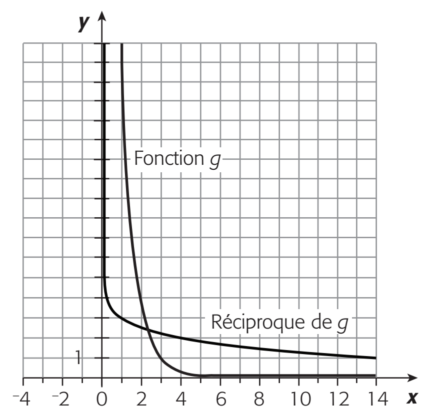
②



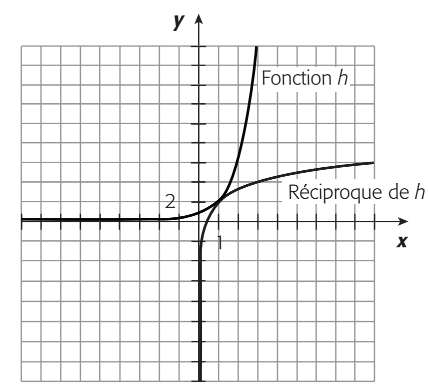
b) ① $g(x) = 64\left(\frac{1}{4}\right)^x$ ② $h(x) = \frac{1}{3}(3)^x$

c) La réciproque de chacune de ces fonctions est une fonction.

①



②



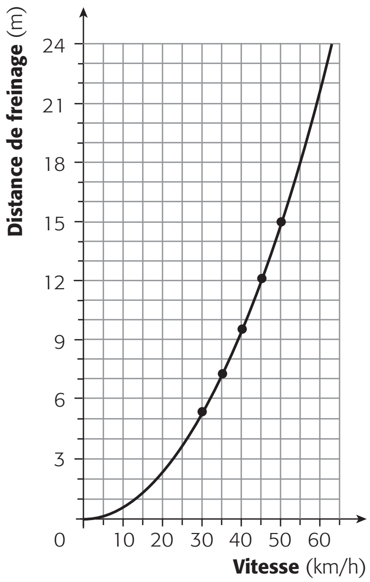
ACTIVITÉ D'EXPLORATION 2 Freiner à temps

Manuel • p. 26

A **1)** Non. Chaque fois que la vitesse augmente de 5 km/h, la distance de freinage n'augmente pas de la même valeur.

2) Non, car le rapport $\frac{f(x+1)}{f(x)}$ n'est pas constant.

B



C La courbe doit passer par l'origine, car la distance de freinage est nécessairement nulle lorsque la vitesse de la voiture est nulle.

D À une vitesse de 60 km/h, la distance de freinage est d'un peu plus de 21 m.

E On peut trouver la valeur du paramètre *a* en substituant les coordonnées, par exemple (50, 15), respectivement à x et $f(x)$ dans la règle sous la forme $f(x) = ax^2$.

$$f(x) = ax^2$$
$$15 = a(50)^2$$
$$0{,}006 = a$$

Dans la règle qui modélise la distance de freinage, la valeur du paramètre *a* est 0,006.

F $f(1) = 0{,}006(1)^2 = 0{,}006 \cdot 1 = 0{,}006$

$f(1) = 0{,}006$, ce qui est la valeur du paramètre *a*. Ce résultat s'explique par le fait que puisque $(1)^2 = 1$, lorsque l'équation est sous la forme $f(x) = ax^2$, $f(1) = a(1)^2 = a(1) = a$.

Manuel • p. 27

G

$$f(x) = 0{,}006x^2$$
$$f(100) = 0{,}006(100)^2$$
$$f(100) = 0{,}006 \cdot 10\ 000$$
$$f(100) = 60$$

Selon ce modèle, lorsqu'un véhicule roule à 100 km/h, sa distance de freinage est de 60 m.

H

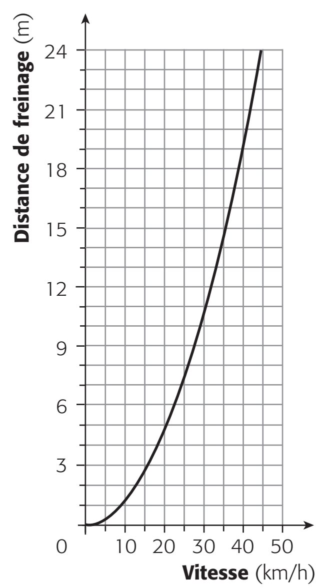
$$f(x) = 0{,}012x^2$$
$$f(40) = 0{,}012(40)^2$$
$$f(40) = 0{,}012 \cdot 1\ 600$$
$$f(40) = 19{,}2$$

Lorsqu'un véhicule roule à 40 km/h sur une chaussée mouillée, sa distance de freinage est de 19,2 m.

I Lorsqu'un véhicule se déplace à une vitesse de 40 km/h, les résultats sont les suivants :
– Sur la chaussée sèche, sa distance de freinage est de 9,6 m.
– Sur la chaussée mouillée, sa distance de freinage est de 19,2 m.

On remarque que la distance de freinage est deux fois plus grande lorsque la chaussée est mouillée. Puisque la valeur du paramètre *a* a doublé, les valeurs de $f(x)$ ont aussi doublé.

J



K **1)** La vitesse du véhicule est d'environ 41 km/h.

2)

$$f(x) = 0{,}012x^2$$
$$20 = 0{,}012x^2$$
$$1\ 666{,}67 \approx x^2$$
$$40{,}82 \approx x$$

La distance de freinage est de 20 m lorsqu'un véhicule roule à une vitesse d'environ 40,82 km/h.

Ai-je bien compris ?

1. a) $f(x) = 3x^2$ b) $g(x) = {}^-2x^2$
2. a) ① $f(x) = 8x^2$ ② $g(x) = 10x^2$ ③ $h(x) = {}^-0{,}5x^2$

   b) $f(6) = 288$ $g(6) = 360$
   $x = 12$ ou $x = {}^-12$ lorsque $h(x)$ vaut ${}^-72$.

Mise en pratique

Manuel • p. 31

1. **Niveau de difficulté : faible**

   a) $g_1(x) = 180(3)^x$

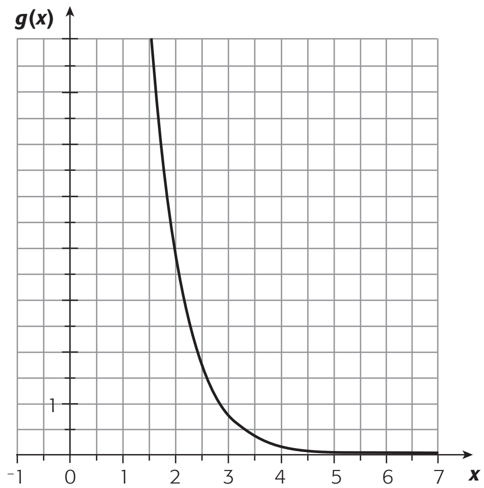
   b) $g_2(x) = 5x$

   c) $g_3(x) = \frac{1}{64}\left(\frac{1}{4}\right)^x$

2. **Niveau de difficulté : faible**

a) La règle de la fonction est $g(x) = 100(0{,}2)^x$.
$g(4) = 0{,}16$

b) $x = {}^-4$

c) 

3. **Niveau de difficulté : moyen**

La base d'une fonction exponentielle ne peut être égale à 1, car la puissance vaudra toujours 1.

$1^0 = 1$
$1^1 = 1$
$1^2 = 1$
$1^3 = 1$

Cette relation représente alors une fonction constante.

4. **Niveau de difficulté : faible**

a) $f_1(x) = 6x^2$

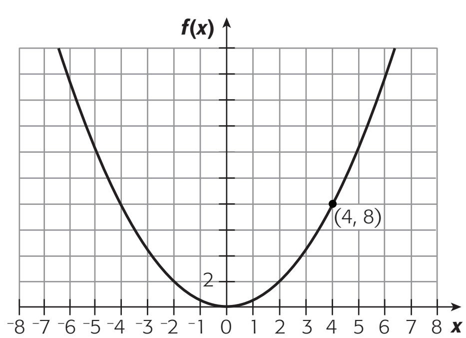
b) $f_2(x) = {}^-2{,}5x^2$

c) $f_3(x) = 3x^2$

5. **Niveau de difficulté : moyen**

a) La règle de la fonction est $f(x) = 0{,}5x^2$.
$f(5) = 12{,}5$

b) $x = 16$ ou $x = {}^-16$

c) 

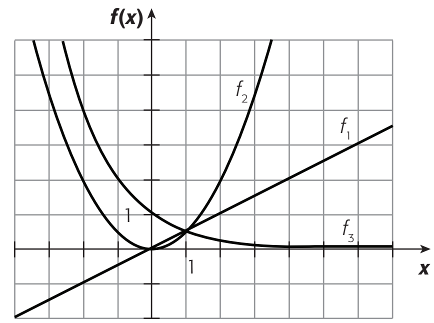
Manuel • p. 32

6. **Niveau de difficulté : faible**

a) À chaque image de la fonction correspondent exactement **deux** valeurs du domaine, sauf à l'origine.

b) **L'axe des ordonnées** est l'axe de symétrie de la représentation graphique de cette fonction.

7. **Niveau de difficulté : faible**

a) 

b) La fonction f_1 est représentée dans un plan cartésien par une droite qui passe par l'origine.

La fonction f_2 est représentée dans un plan cartésien par une parabole dont le sommet est à l'origine.

La fonction f_3 est représentée dans un plan cartésien par une courbe dont l'ordonnée à l'origine est 1 et dont l'asymptote est l'axe des abscisses.

8. **Niveau de difficulté : faible**

a) $f_1(6) = 11\ 390{,}625$

b) $f_2(6) = {}^-0{,}2048$

c) $f_3(6) = {}^-144$

d) $f_4(6) = 9$

9. **Niveau de difficulté : faible**

a) $f(x) = 1{,}25x^2$

b) $g(x) = {}^-1(4)^x$

c) $h(x) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^x$

d) $i(x) = {}^-4x^2$

10. **Niveau de difficulté : moyen**

a) ① Le couple (2, ⁻16) appartient à la fonction, puisque :
$f(2) = {}^-4(2)^2$
$f(2) = {}^-16$

② Le couple (2, ⁻16) appartient à la fonction, puisque :
$g(2) = {}^-1(4)^2$
$g(2) = {}^-16$

③ Le couple (2, ⁻16) n'appartient pas à la fonction, puisque :
$h(2) = 16(0{,}5)^2$
$h(2) = 4$

b) ① $^-16 = {}^-4x^2$
$x = 2$ ou $x = {}^-2$

② $^-16 = {}^-1(4)^x$
$16 = 4^x$
$x = 2$

③ $^-16 = 16(0{,}5)^x$
$^-1 = 0{,}5^x$

Il n'existe aucune valeur possible de x dont l'image est $^-16$.

Manuel • p. 33

11. **Niveau de difficulté : élevé**

a) Deux jours après la date du début de l'observation, le champignon recouvre la moitié de la surface d'une souche d'arbre. Alors, nous pouvons considérer le couple (2, 0,5) comme un couple appartenant à la fonction. La base de la fonction est 2 puisque la surface double chaque jour. Pour déterminer le paramètre a, il suffit de remplacer x et $f(x)$ dans la règle et de résoudre l'équation :
$f(x) = a(2)^x$
$0{,}5 = a(2)^2$
$a = \frac{1}{8}$

La règle de la fonction qui modélise cette situation est $f(x) = \frac{1}{8}(2)^x$.

b) Cinq jours après la date du début de l'observation, le champignon recouvre la moitié de la surface d'une souche d'arbre. Alors, nous pouvons considérer le couple (5, 0,5) comme un couple appartenant à la fonction. La base de la fonction est 2 puisque la surface double à chaque jour. Pour déterminer le paramètre a, nous pouvons remplacer x et $f(x)$ dans la règle et résoudre l'équation :
$f(x) = a(2)^x$
$0{,}5 = a(2)^5$
$a = \frac{1}{64}$

La règle de la fonction qui modélise cette situation est $f(x) = \frac{1}{64}(2)^x$.

12. **Niveau de difficulté : moyen**

a) La règle de la fonction qui modélise la situation est $f(x) = 1000(8)^x$, où x représente le nombre de minutes écoulées depuis minuit et $f(x)$ représente le nombre d'ordinateurs infectés.
$f(3) = 1\,000(8)^3$
$f(3) = 512\,000$

Après 3 minutes, 512 000 ordinateurs seront infectés par le virus.

b) En complétant une table de valeurs, on constate qu'après 3,5 minutes, il y aura plus d'un million d'ordinateurs infectés. Il sera alors 0 h 03.

x	$f(x)$
0,5	≈ 2 828
1	8 000
1,5	≈ 22 627
2	512 000
2,5	≈ 181 019
3	512 000
3,5	≈ 1 448 155

13. **Niveau de difficulté : moyen**

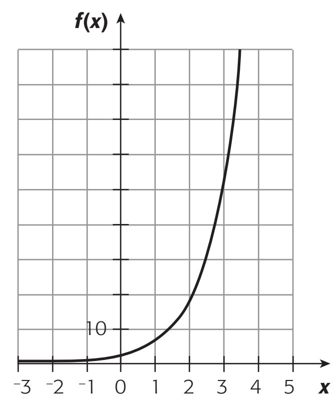
La règle de la fonction qui modélise cette situation est $f(x) = 3\,000(1{,}04)^x$, où x représente le nombre d'années écoulées et $f(x)$, la somme d'argent dans le compte de Younes.
$f(10) = 3\,000(1{,}04)^{10}$
$f(10) \approx 4\,440{,}73$

Younes a environ 4 440,73 $ dans son compte 10 ans plus tard.

14. **Niveau de difficulté : moyen**

a) Il a multiplié le paramètre a et la base. Il aurait dû respecter la priorité des opérations, c'est-à-dire effectuer l'exponentiation avant la multiplication.

b)



15. **Niveau de difficulté : moyen**

a) La variable indépendante est le nombre de bonds et la variable dépendante est la hauteur du rebond.

b) Après un rebond, le ballon rebondit à 10 m de hauteur. Au 2e rebond, il rebondit à 6,25 m de hauteur. Au 3e rebond, il rebondit à environ 3,9 m de hauteur.

c) Une fonction exponentielle modélise cette situation.

d) La règle de la fonction qui modélise cette situation est $f(x) = 16\left(\frac{5}{8}\right)^x$.

Manuel • p. 34

16. **Niveau de difficulté : faible**

a) La règle de la fonction est $f(x) = \frac{^-2}{3}x^2$. La règle de la fonction quadratique dont la représentation est symétrique par rapport à l'axe des abscisses est $f(x) = \frac{2}{3}x^2$, car le signe du paramètre influe sur la parabole.

b) La règle de la fonction quadratique dont la représentation est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées est $f(x) = \frac{^-2}{3}x^2$ puisque l'axe des ordonnées est l'axe de symétrie d'une fonction quadratique de la forme $y = ax^2$.

17. **Niveau de difficulté : moyen**

a) Pour compléter la table de valeurs, il s'agit d'abord de trouver la règle de la fonction affine. Ensuite, on peut déterminer les valeurs manquantes algébriquement. La règle d'une fonction affine est donnée par $f(x) = ax + b$.

$$a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$
$$a = \frac{54 - 6}{6 - 2}$$
$$a = 12$$

$f(x) = 12x + b$
$6 = 12(2) + b$
$6 = 24 + b$
$b = {}^-18$
La règle de la fonction affine est $f(x) = 12x - 18$.

x	$^-5$	**1,5**	2	6	10
$f(x)$	**$^-78$**	0	6	54	**102**

b) Pour compléter la table de valeurs, il s'agit d'abord de trouver la règle de la fonction quadratique de la forme $f(x) = ax^2$. Ensuite, on peut déterminer la valeur manquante algébriquement.
$f(x) = ax^2$
$6 = a(2)^2$
$a = 1,5$
La règle de la fonction quadratique est $f(x) = 1,5x^2$.

x	$^-5$	**0**	2	6	10
$f(x)$	**37,5**	0	6	54	**150**

18. **Niveau de difficulté : moyen**

a) L'aire du drapeau est de 200 dm^2. Si la largeur est de 10 dm, alors la longueur est de 20 dm. Le rapport largeur : longueur est donc de 10 : 20, soit 1 : 2.

b) La règle de la fonction quadratique qui permet de modéliser l'aire du drapeau $f(x)$ selon la mesure de sa largeur x est donnée par $f(x) = ax^2$.
$200 = a(10)^2$
$a = 2$
$f(x) = 2x^2$

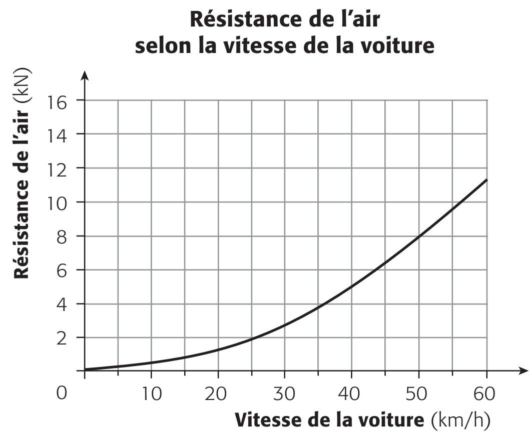
c) Il suffit de remplacer $f(x)$ par 2 000 dans la règle de la fonction et d'isoler x.
$2\ 000 = 2x^2$
$1\ 000 = x^2$
$31,62 \approx x$ ou $x \approx {}^-31,62$

La largeur du drapeau est d'environ 31,62 dm et sa longueur est d'environ 63,25 dm.

Manuel • p. 35

19. **Niveau de difficulté : moyen**

a)



b) La règle d'une fonction quadratique est donnée par $f(x) = ax^2$.
$1,28 = a(20)^2$
$a = 0,0032$
La règle de la fonction quadratique est $f(x) = 0,0032x^2$.

c) Il suffit de remplacer x par 100 dans la règle et de calculer la valeur de $f(x)$.
$f(x) = 0,0032x^2$
$f(100) = 0,0032(100)^2$
$f(100) = 32$

La résistance de l'air est de 32 kN lorsque la vitesse de la voiture est de 100 km/h.

d) Il suffit de remplacer $f(x)$ par 20,48 et d'isoler x.
$f(x) = 0,0032x^2$
$20,48 = 0,0032x^2$
$6\ 400 = x^2$
$x = 80$ ou $x = {}^-80$

La vitesse de la voiture est de 80 km/h lorsque la résistance de l'air est de 20,48 kN.

Consolidation

Manuel • p. 36

1. **Comparaison de représentations graphiques**

   Niveau de difficulté : faible

   a) ③ Fonction exponentielle

   b) ④ Fonction périodique

   c) ② Fonction quadratique

   d) ① Fonction affine

2. **Représentation d'une situation : table de valeurs et graphique**

   Niveau de difficulté : faible

   a) ③ Fonction exponentielle

   b) ② Fonction quadratique

   c) ④ Fonction périodique

   d) ① Fonction affine

Manuel • p. 37

3. **Modélisation d'une situation**

   Niveau de difficulté : faible

   a) ③ Fonction exponentielle

   b) ① Fonction affine

   c) ② Fonction quadratique

   d) ④ Fonction périodique

4. **Propriétés des fonctions quadratique, exponentielle et périodique**

   Niveau de difficulté : faible

   a) Faux. Par définition, une fonction ne peut pas avoir plusieurs ordonnées à l'origine.

   b) Faux. L'axe de symétrie d'une fonction quadratique est toujours vertical.

   c) Vrai. La fonction exponentielle dont la règle est de la forme $f(x) = ab^x$ a toujours l'axe des abscisses pour asymptote horizontale.

5. **Réciproque et relation réciproque**

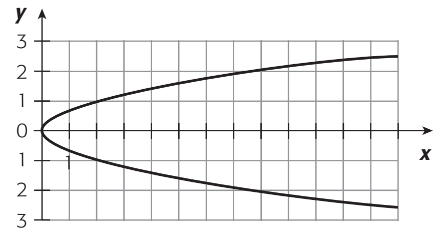
   Niveau de difficulté : faible

   a) ① Dom $f = \mathbb{R}$
   Ima $f = [0, +\infty[$

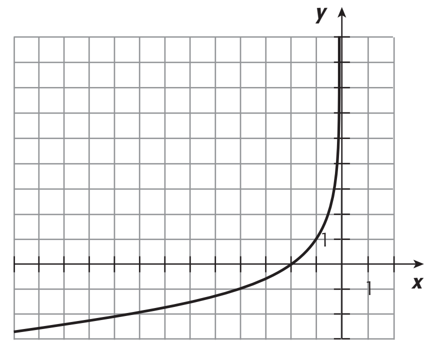
   ② Dom $f = \mathbb{R}$
   Ima $f =]-\infty, 0[$

   ③ Dom $f = \mathbb{R}$
   Ima $f = [0, 3]$

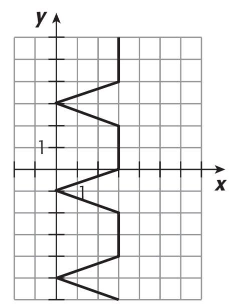
   b) ①



   ②



   ③



   c) Le graphique ① ne représente pas une fonction.
   Le graphique ② représente une fonction.
   Le graphique ③ ne représente pas une fonction.

   d) La relation réciproque de la fonction $g(x)$ est une fonction :

   ② Dom $g =]-\infty, 0[$
   Ima $g = \mathbb{R}$

   On constate que le domaine de la fonction réciproque de $g(x)$ correspond à l'image de la fonction $g(x)$, et vice versa.

6. **Propriétés des fonctions quadratique, exponentielle et périodique**

   Niveau de difficulté : faible

   a) Domaine : $\mathbb{R}$
   Image : $[0, +\infty[$
   Ordonnée à l'origine : 0
   Abscisse à l'origine : 0
   Extremums : Le minimum de la fonction f est 0.
   Signe : La fonction f est positive sur tout son domaine.
   Variation : La fonction f est croissante pour $x \in [0, +\infty[$ et décroissante pour $x \in]-\infty, 0]$.

b) Domaine : $[^-9, 9]$
Image : $[3, 7]$
Ordonnée à l'origine : 7
Abscisse à l'origine : La fonction g n'a aucune abscisse à l'origine.
Extremums : Le minimum de la fonction g est 3. Le maximum de la fonction g est 7.
Signe : La fonction g est strictement positive sur tout son domaine.
Variation : La fonction g est croissante pour $x \in [^-9, ^-6] \cup [^-3, 0] \cup [3, 6]$ et décroissante pour $x \in [^-6, ^-3] \cup [0, 3] \cup [6, 9]$.

c) Domaine : $\mathbb{R}$
Image : $]0, +\infty[$
Ordonnée à l'origine : 4
Abscisse à l'origine : La fonction h n'a aucune abscisse à l'origine.
Extremums : La fonction h n'a aucun extremum.
Signe : La fonction h est strictement positive sur tout son domaine.
Variation : La fonction h est strictement croissante sur tout son domaine.

Manuel • p. 38

7. $\boxed{\textbf{Recherche de la règle d'une fonction quadratique}}$

Niveau de difficulté : faible

Il s'agit de déterminer la règle d'une fonction quadratique de la forme $f(x) = ax^2$.

a) $^-18 = a(^-3)^2$
$a = ^-2$
$f(x) = ^-2x^2$

b) $98 = a(2)^2$
$a = 24{,}5$
$f(x) = 24{,}5x^2$

c) $^-80 = a(^-5)^2$
$a = ^-3{,}2$
$f(x) = ^-3{,}2x^2$

8. $\boxed{\textbf{Fonction exponentielle}}$

Niveau de difficulté : moyen

a) Il s'agit de déterminer la règle d'une fonction exponentielle de la forme $f(x) = ab^x$.

①

$$\frac{f_1(x + 1)}{f_1(x)} = 3$$

$f_1(x) = a(3)^x$
$180 = a(3)^2$
$a = 20$
$f_1(x) = 20(3)^x$

②

$$\frac{f_2(x + 1)}{f_2(x)} = \frac{1}{2}$$

$f_2(x) = a\left(\frac{1}{2}\right)^x$
$40 = a\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$
$40 = a(8)$
$a = 5$
$f_2(x) = 5\left(\frac{1}{2}\right)^x$

③

$$\frac{f_3(x + 1)}{f_3(x)} = 2$$

La valeur initiale est $\frac{1}{4}$.

$f_3(x) = \frac{1}{4}(2)^x$

b) Il suffit de remplacer x par 10 dans les règles déterminées en **a)**.

① $f_1(10) = 1\ 180\ 980$

② $f_2(10) = \frac{5}{1\ 024}$

③ $f_3(10) = 256$

c) Il suffit de remplacer $f(x)$ par les valeurs données et de déterminer la valeur de x algébriquement.

①
$f_1(x) = 20(3)^x$
$\frac{20}{9} = 20(3)^x$
$\frac{1}{9} = 3^x$
$x = ^-2$

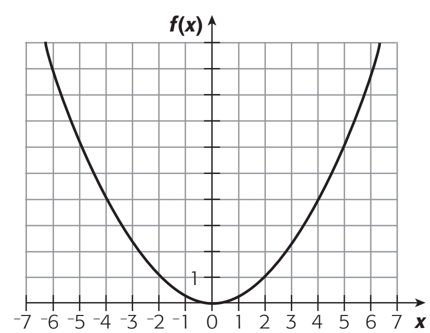
②
$f_2(x) = 5\left(\frac{1}{2}\right)^x$
$1{,}25 = 5\left(\frac{1}{2}\right)^x$
$0{,}25 = \left(\frac{1}{2}\right)^x$
$x = 2$

③
$f_3(x) = \frac{1}{4}(2)^x$
$\frac{1}{64} = \frac{1}{4}(2)^x$
$\frac{1}{16} = 2^x$
$x = ^-4$

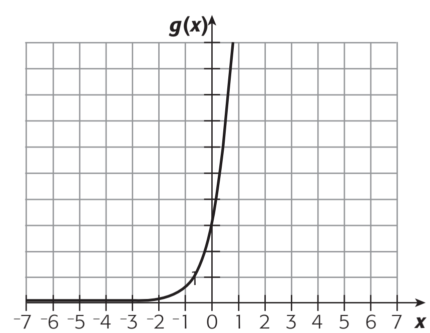
9. $\boxed{\textbf{Représentations graphiques des fonctions exponentielle et quadratique}}$

Niveau de difficulté : faible

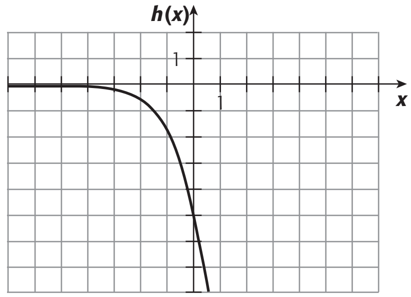
a)



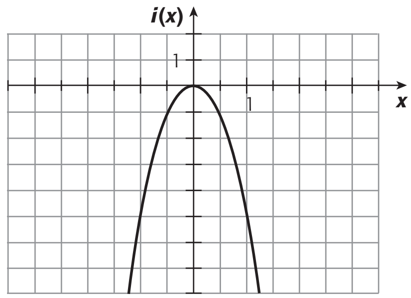
b)



c)



d)



10. **Règles des fonctions quadratique et exponentielle**

Niveau de difficulté : faible

Les règles des fonctions ①, ③, ⑤, ⑥, ⑦ et ⑧ ne peuvent être celles d'une fonction quadratique ni celles d'une fonction exponentielle.

La fonction ① est une fonction affine. La fonction ③ n'est pas exponentielle à cause du signe négatif de la base. Les règles de la fonction ⑤ et de la fonction ⑧ ne sont pas des polynômes, donc elles ne peuvent être des fonctions polynomiales de degré 2. La règle de la fonction ⑥ est un polynôme de degré 4 et celle de la fonction ⑦ est un polynôme de degré 3.

11. **Fonction périodique**

Niveau de difficulté : faible

Joël pourrait avoir raison si la table de valeurs ne représente qu'un seul cycle de la fonction. Il est cependant impossible d'affirmer avec certitude qu'il s'agit d'une fonction périodique puisqu'il n'y a aucune valeur de $f(x)$ qui se répète.

Manuel • p. 39

12. **Hexaèdre régulier**

Fonction quadratique

Niveau de difficulté : moyen

a) L'aire d'une face d'un cube se calcule en multipliant la mesure d'une arête par elle-même (x^2). Étant donné que le cube a 6 faces, la règle de la fonction quadratique qui met en relation l'aire totale du cube avec la mesure de son arête est $f(x) = 6x^2$.

b) Il suffit de remplacer $f(x)$ par les valeurs demandées et d'isoler x.

1) 3,5 cm ou 35 mm

2) 7,5 cm ou 75 mm

3) environ 5 dm ou 500 mm

13. **Caféine**

Fonction exponentielle

Niveau de difficulté : moyen

a) Il s'agit de déterminer la règle d'une fonction exponentielle de la forme $f(x) = ab^x$.
Pour déterminer la valeur du paramètre b, on peut effectuer le calcul suivant.

$b = \frac{97{,}2}{108} = 0{,}9$

Pour déterminer la valeur du paramètre a, on remplace x et $f(x)$ par les valeurs d'un des couples du graphique.

$f(x) = a(0{,}9)^x$

$108 = a(0{,}9)^4$

$a = \frac{40\,000}{243}$

La règle de la fonction est $f(x) = \frac{40\,000}{243}(0{,}9)^x$, ou $f(x) \approx 164{,}6(0{,}9)^x$.

b) Dans la règle, on remplace x par la valeur demandée.

1) Il restera environ 57,4 mg de caféine après 10 heures.

2) Il restera environ 20 mg de caféine après 20 heures.

c) **1)** Le paramètre a représente la quantité de caféine dans l'organisme de la personne, au moment où elle boit une tasse de café.

2) Le paramètre b représente le pourcentage de caféine (90 %) encore présent dans l'organisme, à chaque heure écoulée après l'ingestion.

14. **L'intérêt de l'intérêt**

Fonction exponentielle

Niveau de difficulté : moyen

Supposons, par exemple, qu'on place 2 000 $ à un taux d'intérêt de 0,5 % par mois. La règle de la fonction exponentielle qui modélise la situation est $f(x) = 2\,000(1{,}005)^x$, où x représente le nombre de mois et $f(x)$, le montant d'argent dans le compte de banque.

$f(12) = 2\,000(1{,}005)^{12}$

$f(12) \approx 2\,123{,}36$

Après 12 mois, il y aura environ 2 123,36 $ dans le compte bancaire.

Si on place le même montant de 2 000 $ à un taux d'intérêt annuel de 6,1 %, la règle de la fonction exponentielle qui modélise la situation devient $f(x) = 2\ 000(1{,}061)^x$, où x représente le nombre d'années et $f(x)$, le montant d'argent dans le compte bancaire.

$f(1) = 2\ 000(1{,}061)^1$
$f(1) = 2\ 122$

Après un an, il y aura 2 122 $ dans le compte bancaire.

Par conséquent, il vaut mieux placer de l'argent dans un compte qui rapporte 0,5 % d'intérêt chaque mois.

Même si ce taux de 0,5 % par mois correspond à un taux annuel de 6 % (inférieur à 6,1 %), l'intérêt composé chaque mois représente le placement le plus avantageux.

15. Pizzeria

Fonction quadratique

Niveau de difficulté : moyen

Il est possible de modéliser cette situation à l'aide d'une fonction quadratique de la forme $f(x) = ax^2$. On peut déterminer la règle de la fonction où x représente la mesure du rayon et $f(x)$, le prix de la pizza.

On peut ensuite remplacer les données dans la règle afin de vérifier si le paramètre a est constant.

Petite pizza : $11{,}25 = a(15)^2$
$a = 0{,}05$

Pizza moyenne : $16{,}20 = a(18)^2$
$a = 0{,}05$

Grande pizza : $20{,}75 = a(21)^2$
$a \approx 0{,}047$

Pizza jumbo : $28{,}80 = a(24)^2$
$a = 0{,}05$

Pour la grande pizza, le paramètre a n'est pas constant. Si nous voulons que toutes les pizzas, si elles étaient de même format, se vendent au même prix, il faut ajuster le prix de la grande pizza, avec la valeur de a égale à 0,05.

$f(21) = 0{,}05(21)^2$
$f(21) = 22{,}05$

Le prix de la grande pizza devrait être de 22,05 $ au lieu de 20,75 $.

Manuel • p. 40

16. La loi de la jungle

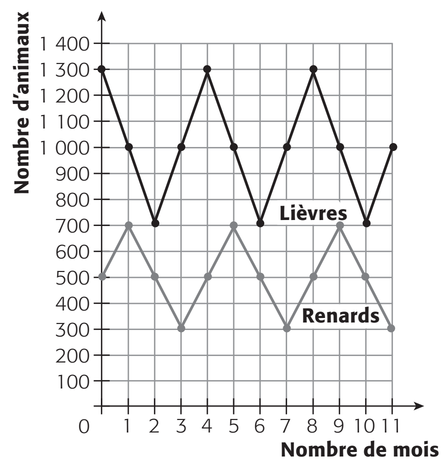
Fonction périodique

Niveau de difficulté : faible

a) Il est possible de modéliser l'évolution de chaque population à l'aide d'une fonction périodique, car la taille des populations varie selon des cycles de 4 mois qui se répètent.

b) Plusieur réponses sont possibles. *Exemple :*

Nombre de renards et nombre de lièvres selon le nombre de mois écoulés depuis le 1er janvier



c) Au cours des quatre premiers mois, la population de lièvres diminue pendant deux mois, puis augmente les deux mois suivants. Pendant ce temps, la population de renards augmente le premier mois, pour ensuite diminuer durant les trois mois suivants.

17. L'accroissement des accroissements

Fonction quadratique

Niveau de difficulté : moyen

a) La table de valeurs ① est associée à une fonction quadratique, car l'accroissement de deuxième niveau est constant et vaut 14.

La table de valeurs ② n'est pas associée à une fonction quadratique, car l'accroissement de deuxième niveau n'est pas constant.

La table de valeurs ③ est associée à une fonction quadratique, car l'accroissement de deuxième niveau est constant et vaut 6.

La table de valeurs ④ est associée à une fonction quadratique, car l'accroissement de deuxième niveau est constant et vaut 8.

b) La règle de la fonction quadratique est de la forme $f(x) = ax^2$.

① Pour déterminer la règle, il faut déterminer la valeur du paramètre a. Ce paramètre correspond à la moitié de l'accroissement de deuxième niveau. La règle de la fonction quadratique est $f(x) = 7x^2$.

③ Pour déterminer la règle, il faut déterminer la valeur du paramètre a. Ce paramètre correspond à la moitié de l'accroissement de deuxième niveau. La règle de la fonction quadratique est $f(x) = 3x^2$.

④ Pour déterminer la règle, il faut déterminer la valeur du paramètre a. Ce paramètre correspond à la moitié de l'accroissement de deuxième niveau. La règle de la fonction quadratique est $f(x) = 4x^2$.

Manuel • p. 41

18. **Albert**

Fonction quadratique

Niveau de difficulté : moyen

La relation $E = mc^2$ n'est pas une foncion quadratique de la forme $f(x) = ax^2$.

Dans la règle d'une fonction quadratique de la forme $f(x) = ax^2$, le paramètre a est constant, tandis que x représente la variable indépendante. Dans la formule d'Albert Einstein, c'est la masse (m) qui est variable et la vitesse de la lumière (c) qui est constante. C'est donc une fonction linéaire de la forme $y = ax$ où on présente le paramètre a comme le carré de la vitesse de la lumière.

19. **Opération inverse**

Fonction exponentielle

Niveau de difficulté : moyen

C'est Amélie qui a raison. Chaque fois qu'on augmente de 1 la valeur de la variable indépendante, il faut que la valeur de $f(x)$ soit multipliée par un même facteur.

Amélie a extrait la racine carrée du nombre 16 afin de déterminer le facteur par lequel le nombre de bactéries est multiplié.

Manuel • p. 42

20. **Quelle horloge !**

Fonction exponentielle

Niveau de difficulté : moyen

a) Afin de s'assurer que les deux fonctions sont exponentielles, on vérifie que le rapport $\frac{f(x + 1)}{f(x)}$ est constant.

Le rapport pour les données recueillies par Michel est constant. Il en va de même pour les données recueillies par Claude. L'augmentation de la population pour ces deux périodes est donc modélisée par une fonction exponentielle.

Pour déterminer la population humaine en 1975, il suffit de prendre les données de Michel afin de trouver la règle de la fonction exponentielle qui modélise la situation.

1- On détermine la population de départ en 1970 : 3 795 972 649. Cette valeur correspond au paramètre a.

2- On détermine la base : $\frac{3\,795\,972\,649}{3\,723\,453\,008} \approx 1{,}02$.

3- La règle de la fonction est $f(x) \approx 3\,795\,972\,649(1{,}02)^x$.

4- On calcule la population en 1975, soit 5 années plus tard.
$f(5) \approx 3\,795\,972\,649(1{,}02)^5$
$f(5) \approx 4\,191\,060\,531$

La population humaine en 1975 était d'environ 4 191 060 531.

b) Pour déterminer la population humaine en 2010, il suffit de prendre les données de Claude afin de trouver la règle de la fonction exponentielle qui modélise la situation.

1- On détermine la population de départ en 2006 : 6 520 707 865. Cette valeur correspond au paramètre a.

2- On détermine la base : $\frac{6\,520\,707\,865}{6\,445\,890\,784} \approx 1{,}01$.

3- La règle de la fonction est $f(x) \approx 6\,520\,707\,865(1{,}01)^x$.

4- On calcule la population en 2010, soit 4 années plus tard.
$f(4) \approx 6\,520\,707\,865(1{,}01)^4$
$f(4) \approx 6\,785\,474\,752$

La population humaine en 2010 sera d'environ 6 785 474 752.

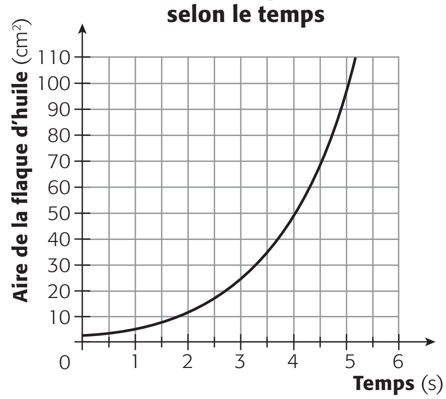
Manuel • p. 43

21. **L'huile flotte sur l'eau**

Fonction exponentielle

Niveau de difficulté : moyen

a) **L'aire de la flaque d'huile selon le temps**



b) Le type de fonction qui modélise cette situation est une fonction exponentielle de la forme $f(x) = ab^x$. La règle de la fonction qui modélise la situation est $f(x) = \pi(2)^x$.

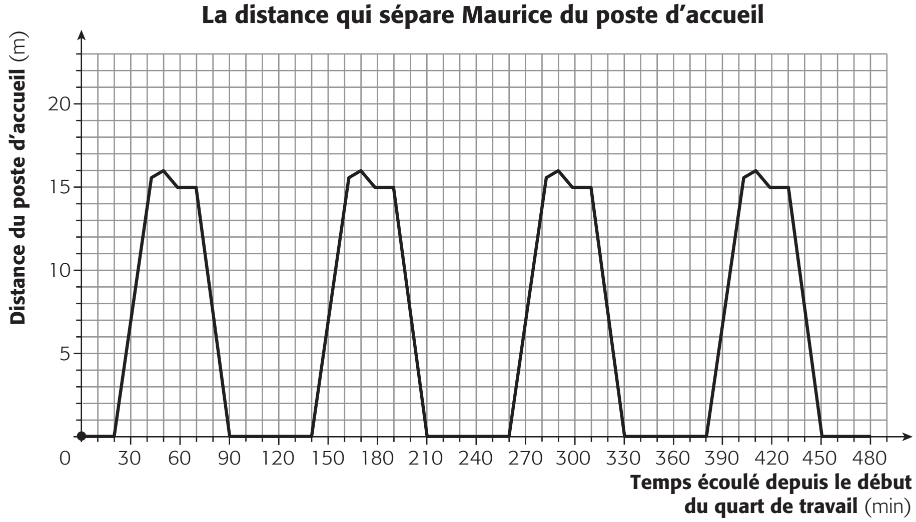
Le paramètre a correspond à l'aire initiale de la flaque d'huile de 1 cm de rayon. La base est 2 puisque l'aire double à chaque seconde. La variable x représente le temps en secondes et $f(x)$, l'aire de la flaque d'huile en cm^2.

22. **Maurice**

Fonction périodique

Niveau de difficulté : moyen

a) **La distance qui sépare Maurice du poste d'accueil**



b) La période correspond au temps que prend Maurice pour faire une ronde au cours de son travail.

c) L'autre endroit où Maurice s'assoit est représenté dans le graphique par un segment horizontal. Cela se produit lorsque l'ordonnée est égale à 0 (poste d'accueil), puis à 15.
$15 - 0 = 15$
L'endroit est situé à 15 m du poste d'accueil.

Manuel • p. 44

23. **Pain moisi**

Fonction exponentielle

Niveau de difficulté : faible

a) Le paramètre a vaut 5, puisque c'est la surface occupée par la moisissure initialement. En observant la table de valeurs, on constate que la surface double chaque jour. Le paramètre b vaut donc 2. La règle de la fonction exponentielle qui modélise cette situation est $f(x) = 5(2)^x$, où x représente le nombre de jours écoulés depuis le début de l'observation et $f(x)$, la surface occupée par la moisissure.

b) Le paramètre a sera différent dans la règle de Béatrice, puisque la surface occupée par la moisissure au début de son expérience est différente. Le paramètre b demeure inchangé, puisque la surface occupée par la moisissure double chaque jour.

24. **Chute libre**

Fonction quadratique

Niveau de difficulté : moyen

Il s'agit d'abord de la règle de la fonction quadratique de la forme $f(x) = ax^2$.

On remplace x et $f(x)$ par les coordonnées d'un couple de la table de valeurs et on résout l'équation afin de déterminer la valeur du paramètre a.

$20 = a(2)^2$
$a = 5$

La règle de la fonction qui modélise cette situation est $f(x) = 5x^2$.

On remplace ensuite $f(x)$ par 108 dans la règle et on résout l'équation.

$108 = 5x^2$
$21{,}6 = x^2$
$x \approx 4{,}6$ ou $x \approx {}^-4{,}6$

On rejette la valeur négative.

La pièce touchera le fond du puits après 4,6 secondes environ.

Manuel • p. 45

25. **Sans calculatrice**

Fonction exponentielle

Niveau de difficulté : élevé

a) Le montant du placement n'influe pas sur le temps que celui-ci met à doubler. En effet, que l'on place 1 \$ ou 1000 \$ à un taux d'intérêt annuel de 4 %, dans les deux cas cela prendra 18 années pour que le montant double.

Montant de 1 \$	Montant 1000 \$
$f(x) = 1(1{,}04)^x$	$f(x) = 1000(1{,}04)^x$
$2 = 1(1{,}04)^x$	$2000 = 1000(1{,}04)^x$
$2 = (1{,}04)^x$	$2 = (1{,}04)^x$
$x \approx 18$	$x \approx 18$

Selon les calculs effectués ci-dessus, le nombre d'années nécessaires pour doubler le montant est le même.

b) **1)** En observant la table de valeurs, on constate que la valeur du placement aura doublé en 18 années.

2) En observant la table de valeurs, on constate que la valeur du placement aura doublé en 12 années.

3) En observant la table de valeurs, on constate que la valeur du placement aura doublé en 9 années.

c) On peut se rendre compte que le produit du nombre d'années que met le placement à doubler et du taux d'intérêt est très près de 72. Il s'agit donc de diviser 72 par le taux d'intérêt afin d'obtenir une bonne estimation du temps requis pour qu'un placement double. *Exemples :*

À 4 % : $\frac{72}{4} = 18$; dans environ 18 années, le montant aura doublé.

À 9 % : $\frac{72}{9} = 8$; dans environ 8 années, le montant aura doublé.

26. **Demi-vie**

Fonction exponentielle

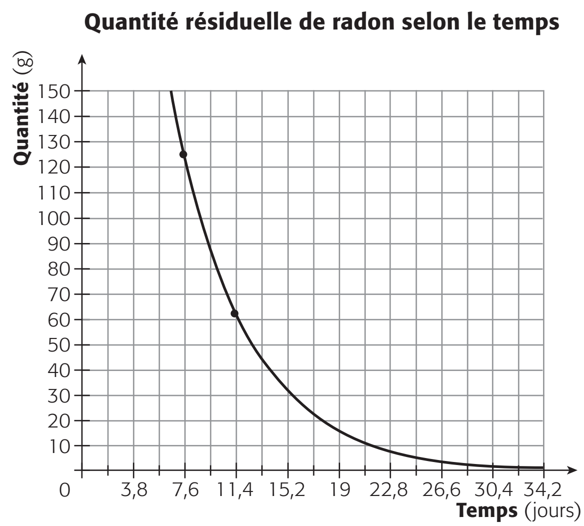
Niveau de difficulté : moyen

Plusieurs réponses sont possibles. *Exemple :*

a)

Temps (jours)	0	3,8	7,6	11,4
Quantité (g)	500	250	125	62,5

b)



À partir du graphique, on estime que la quantité résiduelle de radon après 30 jours sera d'environ 2,5 g.

c) Il faut déterminer la règle de la fonction exponentielle de la forme $f(x) = ab^x$.

Le paramètre a vaut 500 puisque c'est la quantité initiale. Pour déterminer la base, il faut effectuer les calculs suivants :

$f(x) = 500(b)^x$
$250 = 500(b)^{3,8}$
$0{,}83326 \approx b$
$f(x) \approx 500(0{,}83326)^x$

En remplaçant x par 30 dans la règle de la fonction, on peut calculer la quantité résiduelle de radon après 30 jours.

$f(30) \approx 500(0{,}83326)^{30}$

$f(30) \approx 2{,}1$

La quantité estimée à partir du graphique (2,5 g) est assez proche de la valeur calculée avec la règle, soit environ 2,1 g.

Manuel • p. 46

27. **Une dépense payante**

Fonction périodique

Niveau de difficulté : élevé

Plusieurs réponses sont possibles. *Exemple :*

On suppose qu'on utilise le système de chauffage 150 jours par année, soit environ du 1er novembre au 1er avril. Si le système de chauffage fonctionnait 100 % du temps durant cette période, il fonctionnerait donc environ 3 600 heures par année.

Sur le graphique, on peut déduire que les intervalles où le chauffage fonctionne correspondent aux intervalles de croissance de la courbe.

Ainsi, sur une période de 80 minutes, le thermostat mécanique fait fonctionner le système de chauffage durant 45 minutes, c'est-à-dire 56,25 % du temps.

On peut calculer qu'avec le thermostat mécanique, le système de chauffage fonctionne 2 025 heures (56,25 % de 3 600) par année, ce qui équivaut à un coût de 911,25 $ par année.

Dans le cas du thermostat électronique, le système de chauffage fonctionnerait durant 40 minutes par tranche de 80 minutes, c'est-à-dire 50 % du temps.

On peut calculer qu'avec le thermostat électronique, le système de chauffage devrait fonctionner 1 800 heures (50 % de 3 600) par année, ce qui équivaut à un coût de 810,00 $ par année.

Chaque année, l'utilisation du thermostat électronique au lieu du thermostat mécanique permettra d'économiser 101,25 $.

Sur une période de deux ans, l'économie s'élèvera à 202,50 $.

Pour fixer un prix de vente qui serait avantageux pour lui et sa clientèle, Pierre devra fixer le prix de vente de ses thermostats à environ 200 $.