Les systèmes d'équations

Chapitre 4

Entrée en matière

En contexte

Manuel • p. 176

1. a) x = hauteur d'un étage, en mètres

$$50x + (x + 1) = 205$$
$$51x + 1 = 205$$
$$\frac{51x}{51} = \frac{204}{51}$$
$$x = 4$$

La hauteur d'un étage est 4 m.

b) Non, puisque la variation de la distance en fonction du temps est constante. Si elle a pris une pause, elle en a pris une à chaque demi-heure, et de même durée.

c) (*voir au bas de la page*)

2. a) $3x$

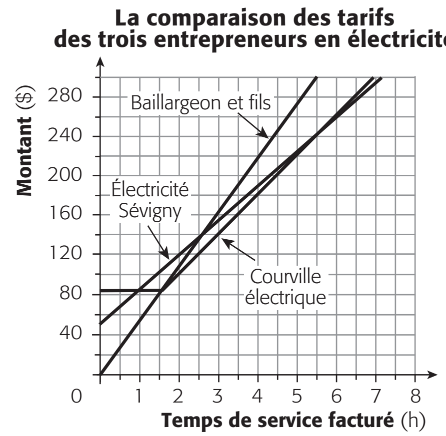
b) $x + 3x = 42$
$$4x = 42$$
$$x = 10{,}5$$

Jasmine a été en service à l'extérieur de la caserne pendant 10,5 heures.

Manuel • p. 177

3. a) Le graphique correspond au tarif de l'entrepreneur Courville électrique.

b)



c) Baillargeon et fils propose le meilleur tarif entre 0 et 1,5 heure de travail environ.
Courville électrique propose le meilleur tarif entre 1,5 et 6 heures de travail.
Électricité Sévigny propose le meilleur tarif pour plus de 6 heures de travail.

En bref

Manuel • p. 178

1. a) $y = 3x - 2$ b) $y = \frac{3}{4}x + 2$ c) $y = {}^{-}x + 7$

2. a) $a = {}^{-}13$ b) $b = 7$ c) $c = 0$ d) $d = 1$

3. a) Ordonnée à l'origine : 16 Abscisse à l'origine : ⁻8
b) Ordonnée à l'origine : 4,2 Abscisse à l'origine : 7
c) Ordonnée à l'origine : ⁻6 Abscisse à l'origine : 2

4. a) (9, 8) c) (6, 110)
b) (3, 12) d) (12,5, 225)

5. **Remarque :** À la question 5 de la page 178 du manuel A, la distance séparant Samuel et Val-d'Or, à 12 h 50, devrait être 255 km au lieu de 265 km.

a) **1)** 96 km/h **2)** 90 km/h

Réponse à la question 1 c), page 176

On prolonge la table de valeurs.

Heure	12 h 30	13 h 00	13 h 30	14 h 00	14 h 30	15 h 00
Distance (m)	114	111	108	105	102	99

À 15 h 00, Amélie sera à moins de 100 m du sol.

b) (*voir au bas de la page*)

c) Au moment de leur rencontre, ils seront plus près de Mont-Laurier.

Section 1 Les modes de représentation d'un système d'équations

Nez au travail

Situation d'application

Manuel • p. 179

On peut établir un système d'équations en modélisant cette situation par quatre équations.
x : le nombre de personnes à qui le parfum va bien
y : le nombre de personnes à qui le parfum ne convient pas

Le système est composé des quatre équations suivantes :

$$\begin{cases} ① & y = x - 12 \\ ② & 1{,}5y = x \\ ③ & x + 40 = 3y \\ ④ & x + y = 60 \end{cases}$$

On trouve une solution aux équations ① et ② en utilisant la méthode de comparaison :

On isole la variable y dans l'équation ② et on obtient le système suivant :

$$\begin{cases} ① & y = x - 12 \\ ② & y = \frac{2x}{3} \end{cases}$$

On pose une égalité en comparant les y :

$$x - 12 = \frac{2x}{3}$$
$$3x - 36 = 2x$$
$$x = 36$$

On détermine la valeur de y (on remplace ici la valeur du x dans ①) :

$$y = 36 - 12 = 24$$

Pour les équations ① et ②, la solution est 36 personnes à qui le parfum va bien et 24 à qui il ne convient pas. Ces résultats respectent l'équation ④.

Analysons ce qui se passe dans la troisième affirmation émise par les évaluateurs. Si on ajoute 40 personnes au nombre de personnes à qui le parfum va bien, on arrive à 76, ce qui n'est pas égal à trois fois 24. Cette troisième affirmation semble être celle qui est fausse.

Afin de s'assurer que c'est bien cette affirmation qui est fausse, on trouve l'ensemble solution des équations ② et ③ par la méthode de comparaison :

On isole la variable y dans l'équation ③ et on obtient le système suivant :

$$\begin{cases} ② & y = \frac{2x}{3} \\ ③ & y = \frac{x + 40}{3} \end{cases}$$

On pose une égalité en comparant les y :

$$\frac{2x}{3} = \frac{x + 40}{3}$$
$$2x = x + 40$$
$$x = 40$$

On détermine la valeur de y (on remplace ici la valeur de x dans ②) :

$$y = \frac{2 \cdot 40}{3} = \frac{80}{3}$$

Étant donné que y représente un nombre de personnes à qui le parfum ne convient pas, la valeur de y devrait être entière.

On peut donc conclure que c'est la troisième affirmation qui est fausse. Voici la vraie affirmation :
S'il y avait 36 personnes de plus dans le groupe des personnes à qui le parfum va bien, il y aurait 3 fois plus de personnes à qui le parfum va bien que de personnes à qui il ne convient pas.

ACTIVITÉ D'EXPLORATION 1 Joyeux anniversaires

Manuel • p. 180

A x : le nombre de billets de 20 $
y : le nombre de billets de 50 $

B La somme correspond à 19. Le nombre de billets de 20 $ additionné au nombre de billets de 50 $ fait un total de 19 billets. Pour que cette somme corresponde à 500, il aurait fallu qu'elle ait reçu 500 billets de banque.

C $$\begin{cases} x + y = 19 \\ 20x + 50y = 500 \end{cases}$$

Réponse à la question 5 b), page 178

Heure	13 h 00	13 h 10	13 h 20	13 h 30	13 h 40	13 h 46	13 h 47	13 h 50
Distance séparant Carl de Val-d'Or (km)	96	112	128	144	160	169,6	171,2	169,6
Distance séparant Samuel de Val-d'Or (km)	240	225	210	195	180	171	169,5	165

En observant la table de valeurs, nous pouvons conclure que Carl et Samuel se croiseront entre 13 h 46 et 13 h 47.

D $m + l = 20$

E La deuxième équation est celle qui représente correctement la deuxième phrase. On suppose une situation où il y aurait 12 marguerites et 3 lys. Il y aurait alors quatre fois plus de marguerites que de lys. En remplaçant ces valeurs dans les deux équations suggérées, on arrive à :

Équation 1	Équation 2
$4m = l$	$m = 4l$
$4(12) = 3$	$12 = 4(3)$
$48 = 3$	$12 = 12$

C'est bien dans la deuxième équation que l'égalité est vérifiée.

F x : le nombre de points marqués par François
y : le nombre de points marqués par Raphaëlle

Manuel • p. 181

G Le symbole d'opération approprié est +.

H On suppose que François a cumulé 1 960 points ($x = 1\ 960$) et que Raphaëlle en a cumulé 2 940 ($y = 2\ 940$).

Le triple du nombre de points amassés par François ($3 \cdot 1\ 960 = 5\ 880$) égale le double du nombre de points de Raphaëlle ($2 \cdot 2\ 940 = 5\ 880$).

Si on ajoute 980 points à ceux de François, on obtient le nombre de points cumulés par Raphaëlle ($1\ 960 + 980 = 2\ 940$).

On vérifie ces valeurs dans les équations :

Équation 1	Équation 2
$2y = 3x$	$y = x + 980$
$2(2\ 940) = 3(1\ 960)$	$2\ 940 = 1\ 960 + 980$
$5\ 880 = 5\ 880$	$2\ 940 = 2\ 940$

L'égalité est vérifiée dans les deux équations.

I **1)** $r - 2$

2) $f - 2$

J Les systèmes ① et ③

K Plusieurs réponses sont possibles. *Exemple :*

$$\begin{cases} f = 60 - r \\ r - 2 = \dfrac{f - 2}{3} \end{cases}$$

Ai-je bien compris?

1. a) x : l'avoir de Joëlle (\$)
y : l'avoir de Pierre-Antoine (\$)

$$\begin{cases} x + y = 120 \\ y = x + 12 \end{cases}$$

b) x : la longueur du rectangle (cm)
y : la largeur du rectangle (cm)

$$\begin{cases} 2x + 2y = 48 \\ x = 3y - 2 \end{cases}$$

2. Plusieurs réponses sont possibles. *Exemple :*
x : le nombre d'heures travaillées en tant que camelot
y : le nombre d'heures travaillées en tant que gardienne d'enfant
Au cours du dernier mois, Maélie a occupé deux emplois : gardienne d'enfants et camelot. Elle a travaillé 100 heures en tout. Elle a travaillé quatre fois plus d'heures en tant que camelot.

3. a) La différence entre la hauteur du mont D'Iberville et la hauteur du mont Jacques-Cartier est de 384 m.

b) La hauteur du mont D'Iberville est de 384 m de plus que la hauteur du mont Jacques-Cartier.

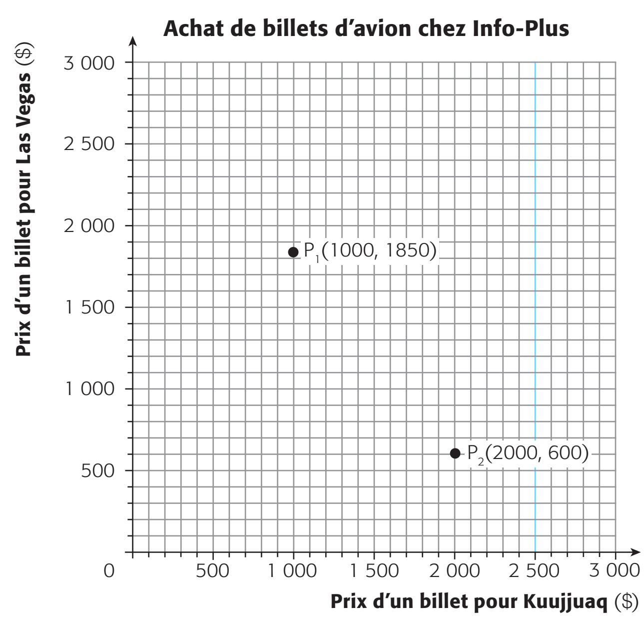
c) La hauteur du mont Jacques-Cartier est de 384 m de moins que celle du mont D'Iberville.

ACTIVITÉ D'EXPLORATION 2 Votre billet, s'il vous plaît !

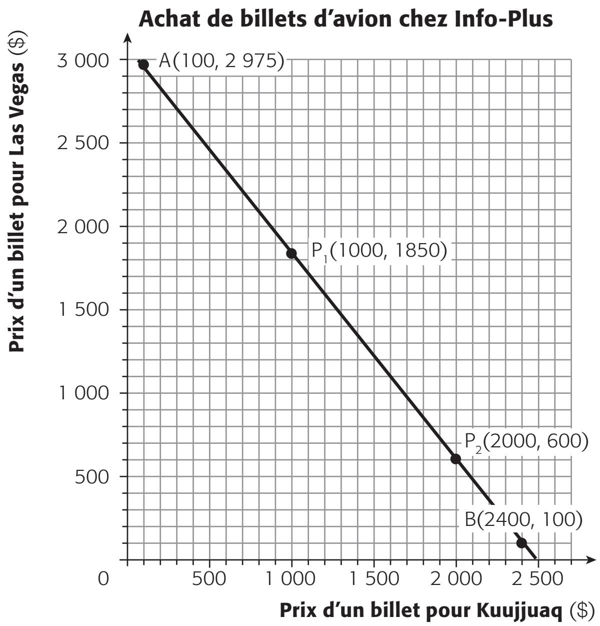
Manuel • p. 182

A 1 000 \$ pour le prix d'un billet pour Kuujjuaq et 1 850 \$ pour le prix d'un billet pour Las Vegas.
2 000 \$ pour le prix d'un billet pour Kuujjuaq et 600 \$ pour le prix d'un billet pour Las Vegas.

B



C Oui, il existe une multitude de couples. Tous les couples situés sur la droite dans le premier quadrant illustré plus bas satisfont le montant du chèque émis.

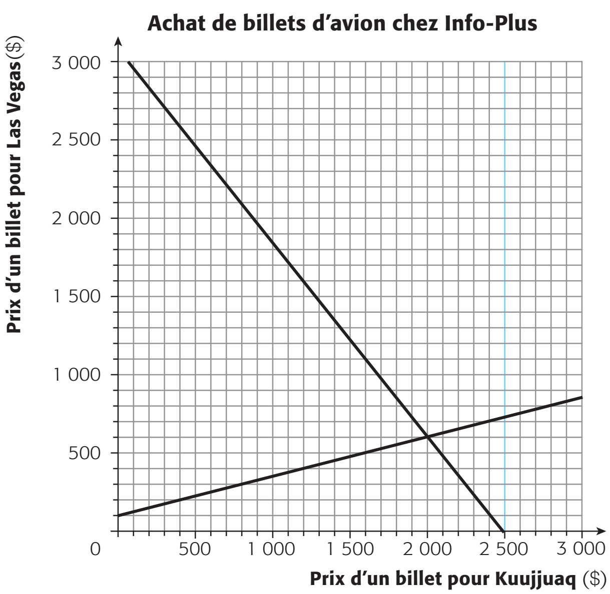


D L'équation est $5k + 4v = 12\ 400$.

E Achat de billets d'avion chez Info-Plus :

$$\begin{cases} 5k + 4v = 12\ 400 \\ 4v = k + 400 \end{cases}$$

F



G (2000, 600)

On a trouvé que $k = 2\ 000$ et $v = 600$. On vérifie si ces coordonnées sont la solution du système d'équations :

Équation 1

$$5k + 4v = 12\ 400$$
$$5(2\ 000) + 4(600) = 12\ 400$$
$$10\ 000 + 2\ 400 = 12\ 400$$
$$12\ 400 = 12\ 400$$

Équation 2

$$4v = k + 400$$
$$4(600) = 2\ 000 + 400$$
$$2\ 400 = 2\ 400$$

Les coordonnées du point de rencontre de ces deux droites sont : (2000, 600).

H L'abscisse de ce point de rencontre correspond au prix d'un billet pour Kuujjuaq et l'ordonnée correspond au prix d'un billet pour Las Vegas.

I **1)** Les coordonnées du point de rencontre seraient (600, 2000).

2) L'abscisse de ce point de rencontre correspondrait au prix d'un billet pour Las Vegas et l'ordonnée correspondrait au prix d'un billet pour Kuujjuaq.

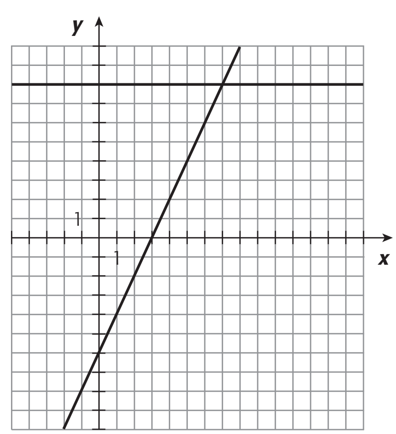
Manuel • p. 183

J Plusieurs réponses sont possibles.
Exemple : Sur chaque axe, un pas de graduation de 25 permettrait d'accroître la précision pour trouver les coordonnées du point de rencontre en coupant l'axe des abscisses à 500 et celui des ordonnées à 1500.

K Sur un graphique, la solution se trouve à l'endroit où les deux droites se croisent. Si le point de rencontre n'est pas situé à un endroit où il est possible de déterminer avec exactitude ses coordonnées, alors il est impossible de connaître la solution exacte du système d'équations à l'aide de la représentation graphique.

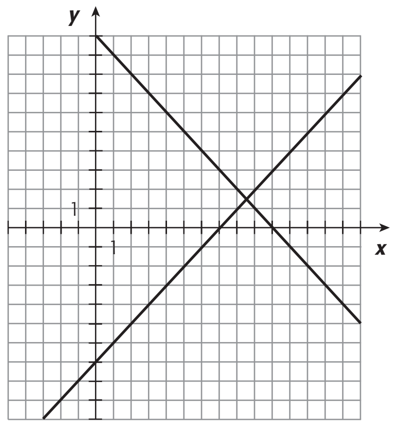
Ai-je bien compris ?

1. a) (6, 4)
   b) (0, 40)
2. a)



Solution : (7, 8)

b)



Solution : (8,5, 1,5)

ACTIVITÉ D'EXPLORATION ③ Printemps à vendre

Manuel • p. 184

A Situation ① : $\begin{cases} 2b + 6t = 15 \\ 4b + 12t = 30 \end{cases}$

Situation ② : $\begin{cases} 2b + 6t = 15 \\ 1b + 3t = 6{,}50 \end{cases}$

Situation ③ : $\begin{cases} 2b + 6t = 15 \\ 2b + 1t = 4 \end{cases}$

B (*voir au bas de la page*)

C C'est le système d'équations de la situation ③ qui a une solution unique.

D La situation ① a une infinité de solutions et la situation ② n'a aucune solution.

Manuel • p. 185

E La situation ②. Louise a acheté exactement la moitié des articles qu'a achetés Jocelyn, elle aurait donc dû payer la moitié du prix, soit 7,50 $.

F Si la représentation graphique d'un système d'équations du premier degré à deux variables donne :

– des droites confondues, il y a une infinité de solutions. Tous les points de la première droite appartiennent aussi à la deuxième droite. Tous ces points sont donc des solutions de ce système.

– des droites parallèles distinctes, il n'y a aucune solution. On ne peut trouver aucun point appartenant à la fois aux deux droites.

– des droites sécantes, il y a une seule solution. Les coordonnées du point de rencontre sont la solution.

G Si deux droites ont des pentes égales et des ordonnées à l'origine égales, ce système a une infinité de solutions.

Si deux droites ont des pentes égales et des ordonnées à l'origine différentes, ce système n'a aucune solution.

Si deux droites ont des pentes différentes, le système a une solution unique. La valeur des ordonnées à l'origine n'a pas d'incidence sur le nombre de solutions. Les coordonnées du point de rencontre sont la solution.

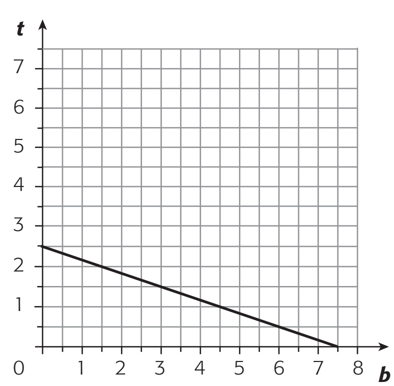
H **1)** Plusieurs réponses sont possibles. *Exemple* : $y = 3x + 5$

2) Plusieurs réponses sont possibles. *Exemple* : $y = x + 3$

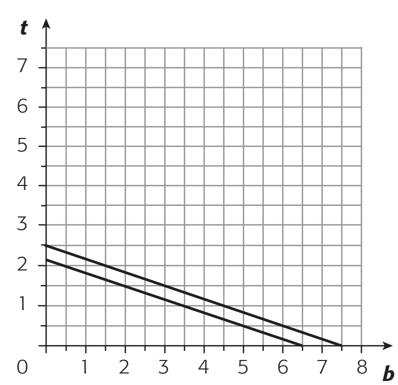
3) Plusieurs réponses sont possibles. *Exemple* : $3y = 9x$

Réponse à la question B, page 184

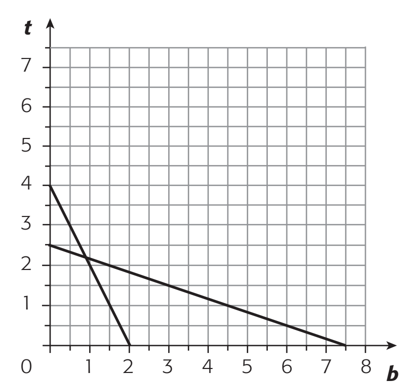
Situation ①



Situation ②



Situation ③



Ai-je bien compris?

1. a) Aucune solution
   b) Une seule solution
   c) Une seule solution
   d) Une seule solution
2. Plusieurs réponses sont possibles. *Exemple :*
   a) $y = ^{-}2x - 1$
   b) $y = ^{-}2x + 3$
   c) $y = 4x + 2$

Mise en pratique

Manuel • p. 188

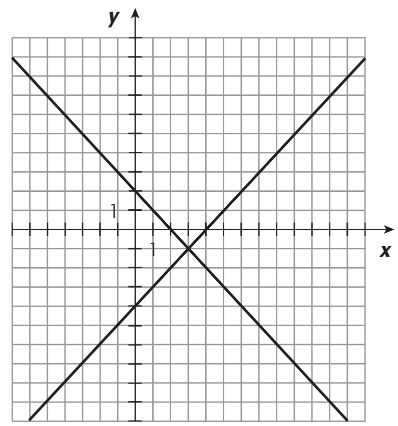
1. **Niveau de difficulté : faible**
   a) $10x + 25y$
   b) $0{,}10x + 0{,}25y$
2. **Niveau de difficulté : faible**

Situation	a) Variables	b) Système d'équations
①	x : nombre de billets pour adultes y : nombre de billets pour enfants	$\begin{cases} x + y = 256 \\ 5x + 2y = 767 \end{cases}$
②	x : prix d'une chemise y : prix d'un chandail	$\begin{cases} 2x + 4y = 98 \\ x + 3y = 69 \end{cases}$
③	x : nombre de pièces de 25 ¢ y : nombre de pièces de 1 $	$\begin{cases} x + y = 68 \\ 0{,}25x + y = 28{,}25 \end{cases}$

3. **Niveau de difficulté : faible**
   a) Le couple $(^{-}1, 1)$ n'est pas une solution, car
   $\begin{cases} 5(^{-}1) + 6(1) = 1 \\ 6(^{-}1) + 2(1) \neq {}^{-}3 \end{cases}$
   b) Le couple $(^{-}1, 1)$ est une solution, car
   $\begin{cases} 3(^{-}1) + 4(1) = 1 \\ 5(^{-}1) - 3(1) = {}^{-}8 \end{cases}$
   c) Le couple $(^{-}1, 1)$ n'est pas une solution, car
   $\begin{cases} 7(^{-}1) - 3(1) \neq 10 \\ 6(^{-}1) - 5(1) \neq {}^{-}1 \end{cases}$
4. **Niveau de difficulté : faible**
   a) (0, 5)
   b) (40, 20)
   c) (6, 4)
   d) $(^{-}2, 3{,}5)$

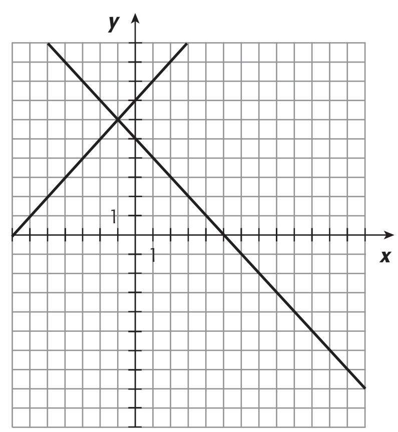
Manuel • p. 189

5. **Niveau de difficulté : moyen**
   a) Solution : $(3, ^{-}1)$



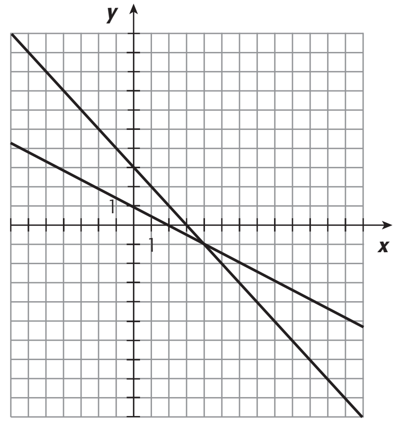
$\begin{cases} ^{-}1 = 3 - 4 \\ ^{-}1 = 2 - 3 \end{cases}$

   b) Solution : $(^{-}1, 6)$



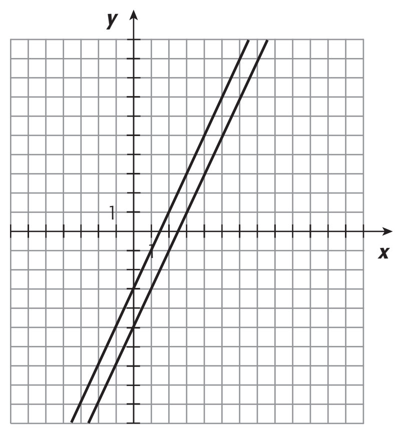
$\begin{cases} ^{-}1 + 6 = 5 \\ ^{-}1 - 6 = {}^{-}7 \end{cases}$

c) Solution : $(4, {}^{-}1)$

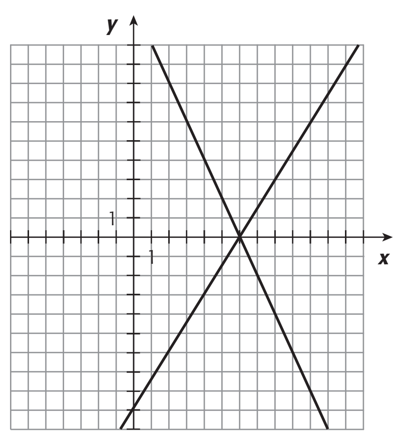


$$\begin{cases} 4 + 2\,({}^{-}1) = 2 \\ 4 - 1 = 3 \end{cases}$$

d) Aucune solution

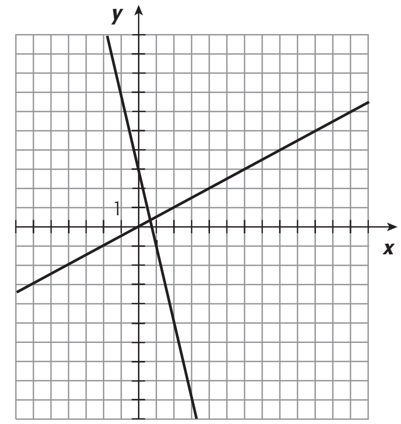


e) Solution : $(6, 0)$



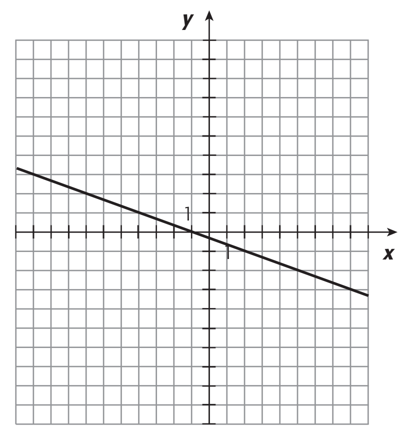
$$\begin{cases} 2(6) + 0 = 12 \\ 3(6) - 2(0) = 18 \end{cases}$$

f) Solution : $\left(\frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right)$

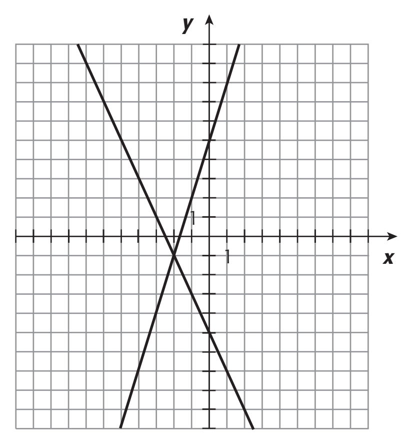


$$\begin{cases} 3\left(\frac{2}{3}\right) - 6\left(\frac{1}{3}\right) = 0 \\ 4\left(\frac{2}{3}\right) + \frac{1}{3} = 3 \end{cases}$$

g) Une infinité de solutions



h) Solution : $({}^{-}2, {}^{-}1)$



$$\begin{cases} 2({}^{-}2) + {}^{-}1 = {}^{-}5 \\ 3({}^{-}2) - {}^{-}1 = {}^{-}5 \end{cases}$$

6. **Niveau de difficulté : faible**

Plusieurs réponses sont possibles. *Exemple :*

a) Axes des abscisses et des ordonnées : pas de graduation de 0,5. Graduer l'axe des abscisses sur l'intervalle [$^-10$, $^-6$].

b) Axes des abscisses et des ordonnées : pas de graduation de 25. Graduer l'axe des ordonnées sur l'intervalle [1700, 2000].

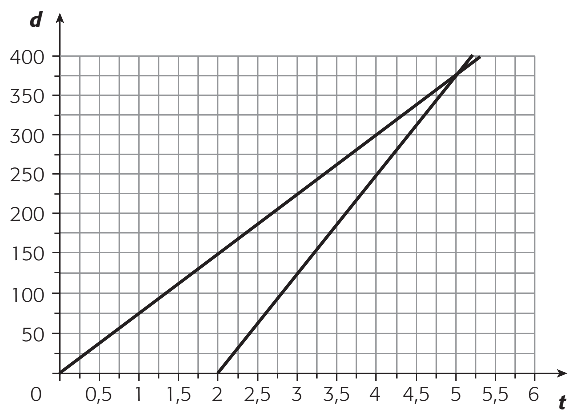
7. **Niveau de difficulté : moyen**

On définit les variables et on modélise la situation à l'aide d'un système d'équations.
t : temps, en heures
d : distance parcourue, en km

$$\begin{cases} d = 75t \\ d = 125t - 250 \end{cases}$$

On représente graphiquement le système d'équations.

La distance parcourue selon le temps



Les deux trains seront côte à côte cinq heures après le départ du premier train.

Manuel • p. 190

8. **Niveau de difficulté : faible**

a) Les droites a et c
Les droites b et c

b) Les droites a et b

9. **Niveau de difficulté : moyen**

Ce système d'équations a d'autres solutions, car un système peut avoir une solution unique, une infinité de solutions ou aucune solution. Donc, si le système a plus d'une solution, il a nécessairement une infinité de solutions.

10. **Niveau de difficulté : moyen**

a) x : temps d'utilisation, en heures (h)
y : coût total d'une ampoule, en dollars ($)

Le taux de variation de cette situation est représenté par le coût ($) d'une ampoule par heure d'utilisation.

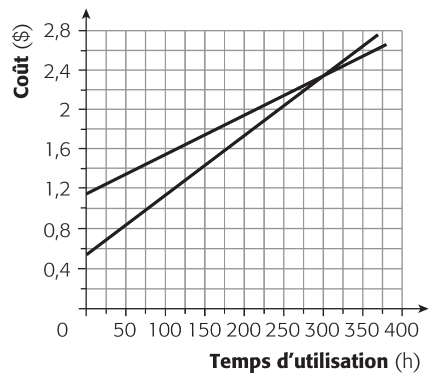
Ampoule incandescente :
$\frac{6}{1000}$ = 0,006 $ par heure d'utilisation.

Lampe fluorescente compacte :
$\frac{4}{1000}$ = 0,004 $ par heure d'utilisation.

$$\begin{cases} y = 0{,}006x + 0{,}55 \\ y = 0{,}004x + 1{,}15 \end{cases}$$

b) Représentation graphique

Le coût d'une ampoule selon le temps d'utilisation



Pour 300 heures d'utilisation, le coût est le même, soit 2,35 $.

c) Il est plus économique d'utiliser une LFC après 300 heures d'utilisation.

d) Pour calculer l'économie réalisée, il faut utiliser les équations et remplacer la variable x par 1 000 :

$y = 0{,}006(1000) + 0{,}55$
$y = 6{,}55$ $

$y = 0{,}004(1000) + 1{,}15$
$y = 5{,}15$ $

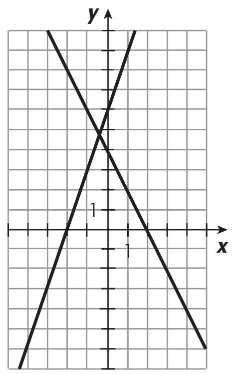
6,55 $ – 5,15 $ = 1,40 $

On économise 1,40 $ lorsqu'on utilise une LFC plutôt qu'une ampoule incandescente pendant 1000 heures.

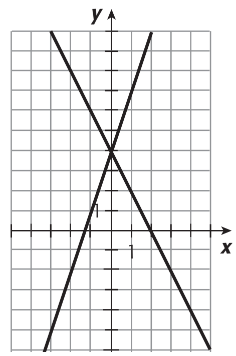
11. **Niveau de difficulté : moyen**

Plusieurs réponses sont possibles. *Exemple :*

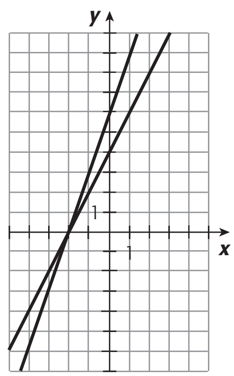
a)



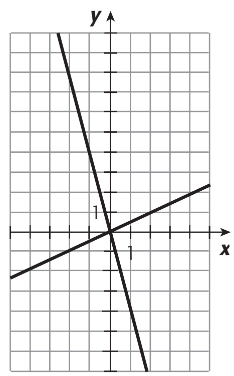
c)



b)



d)



12. **Niveau de difficulté : élevé**

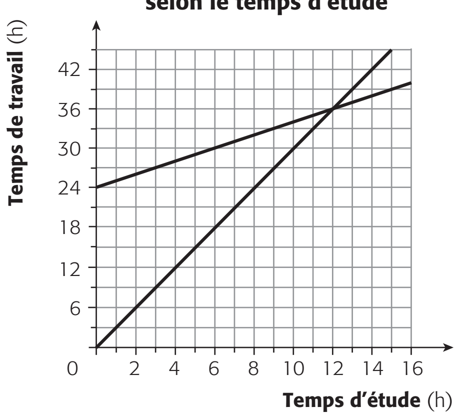
On définit les variables et on modélise la situation à l'aide d'un système d'équations.

x : temps d'étude, en heures
y : temps de travail, en heures
$y = 3x$
$y - 12 = x + 12 \rightarrow y = x + 24$

$$\begin{cases} y = 3x \\ y = x + 24 \end{cases}$$

On représente graphiquement le système d'équations et on détermine les coordonnées du point de rencontre.

Le temps de travail selon le temps d'étude



Le point de rencontre est (12, 36).

On valide le couple-solution dans les deux équations.

$$\begin{cases} y = 3x \\ y = x + 24 \end{cases} \longrightarrow \begin{matrix} 36 = 3(12) \\ 36 = 12 + 24 \end{matrix}$$

Sébastien a consacré 36 heures à son travail et 12 heures à ses études cette semaine.

Section 2 La résolution algébrique d'un système d'équations

C'est l'expérience qui compte

Situation d'application

Manuel • p. 191

x : le salaire horaire de Tanja pour rendre des services aux personnes âgées
y : le salaire horaire de Tanja pour animer des ateliers

On modélise la situation par un système d'équations :

$$\begin{cases} 10x + 5y = 87{,}50 \\ 8x + 3y = 58{,}50 \end{cases}$$

On isole une même variable dans les deux équations :

$$\begin{cases} y = \dfrac{87{,}50 - 10x}{5} \\ y = \dfrac{58{,}50 - 8x}{3} \end{cases}$$

On compare les deux y et on trouve la valeur de x :

$$\frac{87{,}50 - 10x}{5} = \frac{58{,}50 - 8x}{3}$$
$$262{,}50 - 30x = 292{,}50 - 40x$$
$$10x = 30$$
$$x = 3$$

On substitue la valeur de x dans l'équation ① afin de trouver la valeur de y :

$$y = \frac{87{,}50 - 10x}{5} = \frac{87{,}50 - 10(3)}{5} = \frac{57{,}50}{5} = 11{,}50$$

Tanja est payée 3 $ pour chaque heure où elle rend service aux personnes âgées et 11,50 $ pour chaque heure où elle anime des ateliers.

Cette semaine, Tanja a rendu des services pendant 5 heures et elle a animé des ateliers pendant 5 heures. On calcule son salaire pour cette semaine :

$$\text{Salaire} = 5(3) + 5(11{,}50) = 15 + 57{,}50 = 72{,}50$$

Elle recevra 72,50 $ cette semaine, ce qui est supérieur à ce qu'elle a reçu la semaine dernière.

ACTIVITÉ D'EXPLORATION 1 Isoler pour mieux comparer

Manuel • p. 192

A Système 1 :

$4x + 10 = 5x + 2$
$8 = x$

Si $x = 8$, alors $y = 4(8) + 10 = 42$
Solution : (8, 42)

Système 2 :

$10 - y = 2y + 13$
$^{-}3 = 3y$
$^{-}1 = y$

Si $y = {}^{-}1$, alors $x = 10 - ({}^{-}1) = 11$
Solution : $(11, {}^{-}1)$

Système 3 :
On isole y dans la deuxième équation : $y = 3x$

$^{-}x + 50 = 3x$
$50 = 4x$
$12,5 = x$

Si $x = 12,5$, alors $y = 3(12,5) = 37,5$
Solution : (12,5, 37,5)

B Le système 2, car on compare en premier les x au lieu de comparer les y. Le système 3, car il a fallu isoler la variable y avant de résoudre.

C **1)** Le système 4

2) Le système 6

3) Le système 5

D Système 4 :
On isole y dans les deux équations :
$y = 2x + 3$ et $y = {}^{-}x + 6$

$2x + 3 = {}^{-}x + 6$
$3x = 3$
$x = 1$

Il y a une solution unique, car seule la valeur 1 rend l'égalité vraie.

Système 5 :
On isole y dans les deux équations :
$y = {}^{-}2x + 5$ et $y = {}^{-}2x + 2$

$^{-}2x + 5 = {}^{-}2x + 2$
$0x = {}^{-}3$

Il n'y a aucune solution à ce système, car aucun nombre réel ne peut rendre l'égalité vraie. En effet, il est impossible que le produit d'un nombre et de 0 donne $^{-}3$.

Système 6 :
On isole y dans les deux équations :
$y = {}^{-}2x + 6$ et $y = {}^{-}2x + 6$

$^{-}2x + 6 = {}^{-}2x + 6$
$0x = 0$

Il y a une infinité de solutions à ce système, car tous les nombres réels peuvent rendre l'égalité vraie. En effet, le produit de n'importe quel nombre et de 0 donne 0.

Ai-je bien compris ?

1. **a)** (90, 14) **b)** (9, 72)

c) Ce système a une infinité de solutions. Tous les couples satisfaisant $x = \frac{y}{2} + 4$ sont des solutions à ce système d'équations.

2. **a)** x : temps (minutes)
y : quantité (litres)

$$\begin{cases} y = 65x + 3\ 190 \\ y = {}^{-}60x + 5\ 240 \end{cases}$$

b) $65x + 3\ 190 = {}^{-}60x + 5\ 240$
$125x = 2\ 050$
$x = 16,4$

Après 16,4 minutes, les deux réservoirs contiendront la même quantité de jus.

c) $y = 65(16,4) + 3\ 190$
$y = 4\ 256$

Après 16,4 minutes, les deux réservoirs contiendront 4 256 litres de jus.

ACTIVITÉ D'EXPLORATION 2 Espace réservé aux sportifs

Manuel • p. 193

A Dans la première modélisation, il y a une seule équation :
$2x + 2(2x) = 48$

Dans la deuxième modélisation, si on substitue la valeur du y de la seconde équation dans la première équation, on obtient une seule équation :
$2x + 2(2x) = 48$.

B $2x + 2(2x) = 48$
$2x + 4x = 48$
$6x = 48$
$x = 8$

Si $x = 8$, $y = 2(8) = 16$.

Vérification dans le contexte :

Texte dans l'énoncé du problème	La largeur est de **8** m. La longueur est de **16** m.
Le périmètre d'un terrain réglementaire de volley-ball de plage est de 48 m.	Oui, car **8** + **16** + **8** + **16** = 48
Le terrain est deux fois plus long que large.	Oui, car **16** = 2**(8)**

Les dimensions du terrain sont 8 m sur 16 m.

C On substitue la valeur du x de la seconde équation dans la première équation et on obtient une seule équation :

$$\begin{aligned} 2\left(\frac{y}{2}\right) + 2y &= 48 \\ y + 2y &= 48 \\ 3y &= 48 \\ y &= 16 \end{aligned}$$

Si $y = 16$, on a $x = \frac{16}{2} = 8$.

Les dimensions du terrain sont 8 m sur 16 m.

D Oui, dans les deux cas, on trouve que les dimensions du terrain sont 8 m sur 16 m.

Manuel • p. 194

E x : le nombre de points marqués par l'équipe qui a obtenu le plus de points
y : le nombre de points marqués par l'équipe qui a obtenu le moins de points

$$\begin{cases} x + y = 48 \\ x = y + 2 \end{cases}$$

F On substitue la valeur du x de la seconde équation dans la première équation et on obtient une seule équation :

$$\begin{aligned} x + y &= 48 \\ y + 2 + y &= 48 \\ 2y &= 46 \\ y &= 23 \end{aligned}$$

Si $y = 23$, on a $x = 23 + 2 = 25$.

Lors de la finale féminine, le pointage final de la première manche est le suivant : 25 à 23.

G x : le nombre de points de la première manche
y : le nombre de points de la deuxième manche
z : le nombre de points de la troisième manche

Le système est le suivant :

$$\begin{cases} x + y + z = 70 \\ x + y = 45 \\ x + z = 43 \end{cases}$$

H On isole z dans l'équation ③ : $z = {}^{-}y + 43$.

On substitue dans l'équation ① l'expression algébrique qui correspond à z :

$$\begin{aligned} x + y + z &= 70 \\ x + y + {}^{-}y + 43 &= 70 \\ x &= 27 \end{aligned}$$

On remplace la valeur de x dans l'équation ② :

$$\begin{aligned} x + y &= 45 \\ 27 + y &= 45 \\ y &= 18 \end{aligned}$$

On remplace la valeur de y dans l'équation ③ dont on a isolé z :

$$\begin{aligned} z &= {}^{-}y + 43 \\ z &= {}^{-}18 + 43 \\ z &= 25 \end{aligned}$$

Lors de la finale masculine, le pointage final pour chacune des trois manches est le suivant : 27 points, 18 points et 25 points.

Ai-je bien compris ?

1. **a)** x : largeur du filet de volley-ball
y : longueur du filet de volley-ball

$$\begin{cases} y = 9{,}5x \\ y - x = 8{,}5 \end{cases}$$

b)
$$\begin{aligned} 9{,}5x - x &= 8{,}5 \\ 8{,}5x &= 8{,}5 \\ x &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= 9{,}5x \\ y &= 9{,}5(1) \\ y &= 9{,}5 \end{aligned}$$

Le filet mesure 9,5 m sur 1 m.

2. **a)** $({}^{-}4, {}^{-}12)$ **c)** $(13, {}^{-}8)$

b) $(0, 2)$ **d)** $\left(20, \frac{20}{3}\right)$

ACTIVITÉ D'EXPLORATION 3 À contre-courant

Manuel • p. 195

A **1)** $\frac{2 \text{ km}}{40 \text{ min}} = \frac{3 \text{ km}}{60 \text{ min}} = 3$ km/h

2) $\frac{2 \text{ km}}{6 \text{ min}} = \frac{20 \text{ km}}{60 \text{ min}} = 20$ km/h

B Le système ①. En effet, dans la première équation, le bateau-dragon se déplaçant dans le sens du courant, on doit additionner les vitesses. Dans la seconde équation, le bateau-dragon se déplaçant à contre-courant, on doit soustraire la vitesse du courant de celle du bateau-dragon.

C
$$\begin{array}{r} b + c = 20 \\ + \quad \underline{b - c = 3} \\ 2b = 23 \end{array}$$

D $2b = 23$
$b = 11{,}5$

Si $b = 11{,}5$, alors on peut trouver la valeur de c en substituant la valeur de b dans l'équation $b + c = 20$.
$11{,}5 + c = 20$
$c = 8{,}5$

La valeur de b est 11,5 et c vaut 8,5.

E
$$\begin{array}{r} b + c = 20 \\ - \ \underline{(b - c = 3)} \\ 2c = 17 \\ c = 8{,}5 \end{array}$$

Si $c = 8{,}5$, alors on peut trouver la valeur de b en substituant la valeur de c dans l'équation $b + c = 20$.
$b + 8{,}5 = 20$
$b = 11{,}5$

La valeur de b est 11,5 et c vaut 8,5.

F La vitesse à laquelle l'équipage propulse le bateau-dragon est de 11,5 km/h et la vitesse du courant est de 8,5 km/h.

Manuel • p. 196

G Non. Si on additionne ou si on soustrait les deux équations de ce système membre à membre, on formera une équation à **deux** variables, car aucun coefficient des deux variables ne devient nul lors de l'une ou l'autre des opérations.

Manuel • p. 197

H **1)** Le système ①: La première équation a été multipliée par $^-2$.

Le système ②: La première équation a été multipliée par 3.

Le système ③: La deuxième équation a été multipliée par $^-2$.

Le système ④: La deuxième équation a été multipliée par $\frac{1}{2}$.

2) Il est possible d'obtenir une équation à une variable dans le cas des systèmes ①, ② et ④.

I Plusieurs réponses sont possibles. *Exemple :*
$$\begin{cases} 2x + 2y = 44 \\ ^-2x - 3y = {}^-50 \end{cases}$$

Ainsi $y = 6$, et on trouve la valeur de x en substituant la valeur de y dans l'équation :
$x + y = 22$
$x + 6 = 22$
$x = 16$

La solution de ce système est $x = 16$ et $y = 6$.

J Oui, ce sont les manipulations algébriques qui diffèrent.

K **1)** Lorsqu'une même variable est isolée ou facile à isoler dans les deux équations.

2) Lorsqu'une des variables est isolée ou facile à isoler dans l'une des deux équations.

3) Lorsque les deux équations constituant le système sont exprimées sous la forme $ax + by = c$.

Ai-je bien compris ?

1. a) $(9, {}^-3)$ c) $(13, {}^-8)$
 b) $(1{,}75,\ 1)$ d) $\left(11, \frac{20}{3}\right)$

2. a) x : le prix d'un billet pour adulte
 y : le prix d'un billet pour enfant

$$\begin{cases} x + y = 14{,}50 \\ 2x + 3y = 34 \end{cases}$$

b) $^-2 \cdot (x + y = 14{,}50)$
$2x + 3y = 34$
$\longrightarrow$
$$\begin{array}{r} ^-2x - 2y = {}^-29 \\ \underline{2x + 3y = 34} \\ y = 5 \end{array}$$

$x + 5 = 14{,}50$
$x = 9{,}50$

c) Le prix d'un billet pour adulte est de 9,50 $ et le prix d'un billet pour enfant est de 5 $.

Mise en pratique

Manuel • p. 201

1. **Niveau de difficulté : faible**

 a) $(0,\ 15)$ e) $(2,\ 7)$
 b) $(^-9, {}^-7)$ f) $(7,\ 6)$
 c) $\left(\frac{^-1}{3}, 3\right)$ g) $\left(\frac{^-50}{11}, \frac{10}{11}\right)$
 d) $(17,\ 20)$ h) $(6, {}^-1)$

2. **Niveau de difficulté : faible**

 x : le premier nombre
 y : le deuxième nombre

$$\begin{cases} x + y = 752 \\ y - x = 174 \end{cases}$$

(289, 463)

Les deux nombres sont 289 et 463.

3. **Niveau de difficulté : moyen**

a) Pour que le système n'ait aucune solution, les deux équations doivent avoir la même pente mais une ordonnée à l'origine différente. Plusieurs réponses sont possibles. *Exemple :*

$\begin{cases} 4x + 2y = 20 \\ 6x + 3y = 5 \end{cases}$ et $\begin{cases} x - 3y = 12 \\ 5x - 15y = {}^-60 \end{cases}$

b) Pour que le système ait une infinité de solutions, les deux équations doivent avoir la même pente et la même ordonnée à l'origine.

$\begin{cases} 2x + y = 10 \\ 4x + 2y = 20 \end{cases}$ et $\begin{cases} 5x - 15y = {}^-60 \\ 2x - 6y = {}^-24 \end{cases}$

4. **Niveau de difficulté : faible**

a) (42, 57)
b) (2, 8)
c) (1,5, 3,5)
d) (1, 3)
e) $(0, {}^-8)$
f) (14,5, 8)
g) (31, 21)
h) $\left(0, \frac{5}{3}\right)$

5. **Niveau de difficulté : élevé**

a) On détermine la valeur de la variable z en l'isolant dans la troisième équation.

$2z + 1 = 7$
$2z = 6$
$z = 3$

On remplace la variable z par sa valeur dans la première équation et on forme un système d'équations à 2 variables.

$x - y + z = 5$
$x - y + 3 = 5$
$x - y = 2$

$\begin{cases} x - y = 2 \\ x - 2y = 2 \end{cases}$

On résout le système d'équations du premier degré à deux variables.

$x = 2$
$y = 0$
$z = 3$

b) On isole la variable p dans la première équation.

$p = {}^-q - 2r + 1$

On remplace la variable par l'équation trouvée en **1)** dans la deuxième et la troisième équation.

$\begin{cases} 2p - q + r = {}^-1 \\ 3p + q + r = 4 \end{cases}$

$\begin{cases} 2({}^-q - 2r + 1) - q + r = {}^-1 \\ 3({}^-q - 2r + 1) + q + r = 4 \end{cases}$

$\begin{cases} {}^-3q - 3r = {}^-3 \\ {}^-2q - 5r = 1 \end{cases}$

On forme un système d'équations à deux variables à l'aide des deux nouvelles équations.

$\begin{cases} {}^-3q - 3r = {}^-3 \\ {}^-2q - 5r = 1 \end{cases}$

On résout le système d'équations du premier degré à deux variables.

$q = 2$
$r = {}^-1$

On remplace les variables r et q dans la première équation afin de déterminer la valeur de p.

$p = {}^-q - 2r + 1$
$p = {}^-2 - 2({}^-1) + 1$
$p = 1$

$p = 1$
$q = 2$
$r = {}^-1$

6. **Niveau de difficulté : faible**

a) x : le nombre de bicyclettes
y : le nombre de tricycles

$\begin{cases} x + y = 29 \\ 2x + 3y = 61 \end{cases}$

b) Il y a 26 bicyclettes et 3 tricycles à l'entrée du parc.

Manuel • p. 202

7. **Niveau de difficulté : faible**

a) $(4, {}^-3)$
b) $({}^-10, 6)$
c) $\left(\frac{{}^-5}{3}, \frac{22}{3}\right)$
d) (10, 2)
e) $(7, {}^-1)$
f) $\left(\frac{{}^-4}{3}, \frac{1}{2}\right)$
g) (34, 3)
h) $({}^-0{,}25, 2{,}75)$

8. **Niveau de difficulté : moyen**

a) On détermine la première équation :

$(3x + 2y) + (2x - y) = 180$
$5x + y = 180$

On détermine la deuxième équation :
L'angle de $(2x - y)^\circ$ vaut 58°, car ce sont deux angles alternes-externes.

$2x - y = 58$

On modélise la situation à l'aide d'un système d'équations :

$\begin{cases} 5x + y = 180 \\ 2x - y = 58 \end{cases}$

On résout le système d'équations :
$x = 34$
$y = 10$

b) On détermine la première équation :
$4x + y = 75$, puisqu'il s'agit d'un triangle isocèle.

On détermine la deuxième équation :
La somme de la mesure des angles intérieurs d'un triangle est 180°. Puisqu'il y a deux angles mesurant 75°, le troisième angle mesure 30°.
$x - y = 30$

On modélise la situation à l'aide d'un système d'équations :

$$\begin{cases} 4x + y = 75 \\ x - y = 30 \end{cases}$$

On résout le système d'équations :
$x = 21$
$y = {}^-9$

9. Niveau de difficulté : moyen

a) $\begin{cases} {}^-2 \cdot (3x + y = 4) \\ 6x + 2y = 8 \end{cases} \longrightarrow \begin{array}{r} {}^-6x - 2y = {}^-8 \\ \underline{6x + 2y = 8} \\ 0x + 0y = 0 \end{array}$

Le système possède une infinité de solutions. Tous les nombres réels rendent l'égalité vraie, car le produit de n'importe quel nombre et de 0 donne 0.

b) $\begin{cases} 4x - 2y = 0 \\ {}^-2 \cdot (2x - y = 3) \end{cases} \longrightarrow \begin{array}{r} 4x - 2y = 0 \\ \underline{{}^-4x + 2y = {}^-6} \\ 0x + 0y = {}^-6 \end{array}$

Le système n'a aucune solution. Aucun nombre réel ne rend l'égalité vraie, car il est impossible que le produit d'un nombre et de 0 donne ⁻6.

c) $\begin{cases} x + 5y = 9 \\ {}^-1 \cdot (x - y = 3) \end{cases} \longrightarrow \begin{array}{r} x + 5y = 9 \\ \underline{{}^-x + y = {}^-3} \\ 6y - 6 = 1 \\ y = 1 \end{array}$

Le système a une solution unique. Seule la valeur 1 rend l'égalité vraie.

d) $\begin{cases} {}^-3 \cdot (x + 2y = 7) \\ 3x + 6y = 14 \end{cases} \longrightarrow \begin{array}{r} {}^-3x - 6y = {}^-21 \\ \underline{3x + 6y = 14} \\ 0x + 0y = {}^-7 \end{array}$

Le système n'a aucune solution. Aucun nombre réel ne rend l'égalité vraie, car il est impossible que le produit d'un nombre et de 0 donne ⁻7.

e) $\begin{cases} x + 2y = 6 \\ {}^-1 \cdot (x + 2y = 2) \end{cases} \longrightarrow \begin{array}{r} x + 2y = 6 \\ \underline{{}^-x - 2y = {}^-2} \\ 0x + 0y = 4 \end{array}$

Le système n'a aucune solution. Aucun nombre réel ne rend l'égalité vraie, car il est impossible que le produit d'un nombre et de 0 donne 4.

f) $\begin{cases} {}^-2 \cdot (3x + 5y = 9) \\ 6x + 10y = 18 \end{cases} \longrightarrow \begin{array}{r} {}^-6x - 10y = {}^-18 \\ \underline{6x + 10y = 18} \\ 0x + 0y = 0 \end{array}$

Le système possède une infinité de solutions. Tous les nombres réels rendent l'égalité vraie, car le produit de n'importe quel nombre et de 0 donne 0.

10. Niveau de difficulté : moyen

a) Les données indiquées ne sont pas suffisantes. Une équation est le double de l'autre.

b) Les données indiquées sont suffisantes. Elles permettent de former un système d'équations qui a une solution unique.

11. Niveau de difficulté : faible

a) $(2, {}^-3)$

b) Le système a une infinité de solutions.

c) $\left(\frac{1}{2}, {}^-3\right)$

d) $\left(\frac{{}^-4}{7}, \frac{{}^-2}{7}\right)$

e) $\left(\frac{40}{17}, \frac{25}{17}\right)$

f) $({}^-6, 4)$

Manuel • p. 203

12. Niveau de difficulté : élevé

a) v : la vitesse de l'avion
d : la distance entre Québec et Gaspé

$v =\lambda\alpha\ \frac{d}{t}$

Équation représentant le voyage en avion de Québec à Gaspé :

$v + 20 = \frac{d}{2{,}5}$

Équation représentant le voyage en avion de Gaspé à Québec :

$v - 20 = \frac{d}{3}$

$2{,}5(v + 20) = d$
$3(v - 20) = d$

b) Il faut calculer la distance entre Gaspé et Québec ainsi que la vitesse de l'avion sans le vent.

$$\begin{aligned} 2{,}5(v + 20) &= 3(v - 20) \\ 2{,}5v + 50 &= 3v - 60 \\ 110 &= 0{,}5v \\ 220 &= v \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2{,}5(v + 20) &= d \\ 2{,}5(220 + 20) &= d \\ 600 &= d \end{aligned}$$

Puisque

$$v = \frac{d}{t}$$

$$220 = \frac{600}{t}$$

$$t = \frac{30}{11}$$

Il faut environ 2 heures et 44 minutes pour effectuer le voyage entre Québec et Gaspé lorsqu'il ne vente pas.

13. **Niveau de difficulté : moyen**

a) **1)** 8kg **2)** 2 kg

b) Plusieurs réponses sont possibles.
Exemple :
Détermine la masse d'un bac contenant 3 balles.

c) $\begin{cases} c + 24b = 4 \\ c + 17b = 3 \end{cases}$

d) $c = \frac{4}{7}$

$b = \frac{1}{7}$

La masse du bac est d'environ 0,57 kilogramme et la masse d'une balle est d'environ 0,14 kilogramme.

14. **Niveau de difficulté : élevé**

x : le coût d'un kilogramme de farine en juillet dernier
y : le coût d'un kilogramme de beurre en juillet dernier

$$\begin{cases} 5x + 3y = 33 \\ 6x + 3{,}3y = 37 \end{cases}$$

$x = 1{,}4$
$y = \frac{26}{3}$

Un kilogramme de farine coûtait 1,40 $ et un kilogramme de beurre coûtait environ 8,67 $.

15. **Niveau de difficulté : élevé**

x : la distance entre Lévis et Trois-Pistoles
y : la distance entre Lévis et Ste-Marie

$$\begin{cases} 8x + 20y = 2\,920 \\ 10x + 10y = 2\,825 \end{cases}$$

$x = 227{,}5$
$y = 55$

La distance entre Lévis et Trois-Pistoles est de 227,5 km et la distance entre Lévis et Ste-Marie est de 55 km.

Consolidation

Manuel • p. 204

1. **Résolution d'un système d'équations par une méthode algébrique**

Niveau de difficulté : faible

Le point (2, ⁻3) est une solution du système d'équations ①.

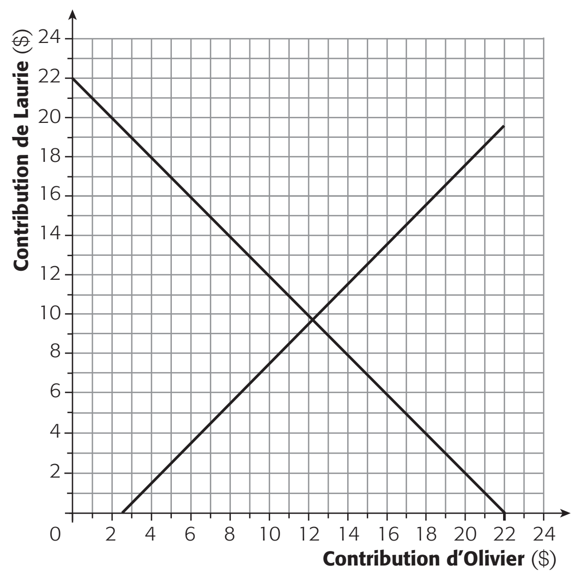
2. **Résolution d'un système d'équations à l'aide de la représentation graphique et de la méthode algébrique**

Niveau de difficulté : faible

a) Laurie et Olivier disposent de 22 $.

b) **1)** L'équation formée par la nouvelle contrainte est $y + 2{,}50 = x$

La contribution de Laurie et Olivier



2) Le point de rencontre des deux droites correspond à la solution du système d'équations. Le montant de la contribution d'Olivier est de 12,25 $ et le montant de la contribution de Laurie est de 9,75 $. Puisque le point ne correspond pas à une coordonnée exacte, il est possible de résoudre le système d'équations algébriquement.

$$\begin{cases} x + y = 22 \\ y + 2{,}50 = x \end{cases}$$

$x = 12{,}25$
$y = 9{,}75$

3. **Résolution d'un système d'équations par une méthode algébrique**

Niveau de difficulté : faible

a) $(^-2, ^-3)$ b) $(15, 9)$ c) $(7, 17)$ d) $(17, 16)$ e) $(3, 4{,}5)$ f) $\left(\frac{338}{35}, \frac{8}{35}\right)$

4. **Résolution d'un système d'équations par une méthode algébrique**

Niveau de difficulté : moyen

a) Les systèmes d'équations ② et ③ modélisent la situation.

b) Plusieurs réponses sont possibles.

Exemple : $\begin{cases} b = \dfrac{B+3}{2} \\ b = 30 - B \end{cases}$

c) La mesure de la petite base est de 11 cm.

Manuel • p. 205

5. **Nombre de solutions d'un système d'équations et résolution d'un système d'équations à l'aide de la représentation graphique**

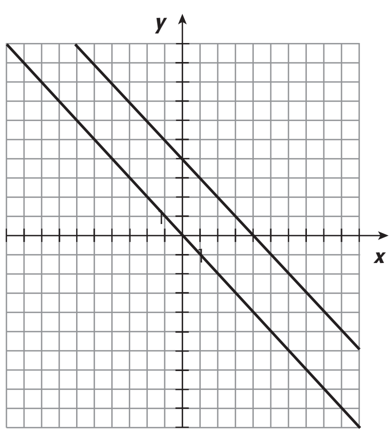
Niveau de difficulté : faible

a) **1)** Plusieurs réponses sont possibles. *Exemple :*
Carton orange : $2x$ Carton vert : 0

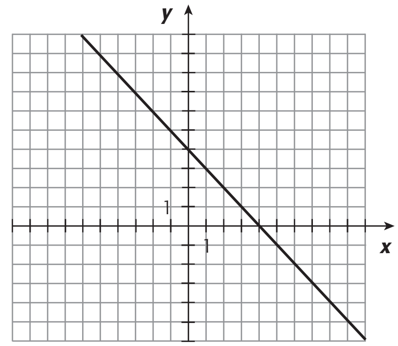
2) Carton orange : $2x$ Carton vert : 8

3) Plusieurs réponses sont possibles. *Exemple :*
Carton orange : x Carton vert : 6

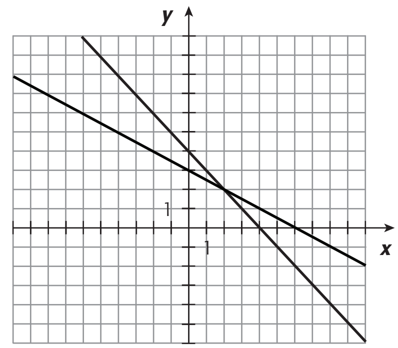
b) **1)**



2)



3)



6. **Résolution d'un système d'équations par une méthode algébrique**

Niveau de difficulté : moyen

Chaque sommet du triangle correspond au point d'intersection de deux droites. On forme et on résout trois systèmes d'équations.

$\begin{cases} y = \frac{1}{3}x - 2 \\ x - y = 4 \end{cases}$ $\begin{cases} x + 3y = 4 \\ x - y = 4 \end{cases}$ $\begin{cases} y = \frac{1}{3}x - 2 \\ x + 3y = 4 \end{cases}$

$(3, ^-1)$ $(4, 0)$ $\left(5, \frac{^-1}{3}\right)$

Les coordonnées des sommets du triangle sont $(3, ^-1)$, $(4, 0)$ et $\left(5, \frac{^-1}{3}\right)$.

7. **Modélisation algébrique et résolution d'un système d'équations par une méthode algébrique**

Niveau de difficulté : moyen

a) La somme de la moitié des os chez l'adulte et du cinquième des os chez le nouveau-né est 173. La somme du tiers des os chez l'adulte et du sixième des os chez le nouveau-né est 127.

b) On résout le système d'équations par une méthode algébrique.

$$\begin{cases} \dfrac{a}{2} + \dfrac{b}{5} = 173 \\ \dfrac{a}{3} + \dfrac{b}{6} = 127 \end{cases}$$

$a = 206$
$b = 350$
Les adultes ont 206 os et les nouveau-nés ont 350 os.

8. **Comparer le double**

Résolution d'un système d'équations par la méthode de comparaison

Niveau de difficulté : faible

Louis a raison. Si on utilise la méthode de comparaison, on peut former le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} y = \dfrac{5x + 4}{2} \\ y = \dfrac{7x - 3}{2} \end{cases}$$

En comparant les deux expressions, on constate que l'expression est simplifiée et équivalente à la démarche de Louis :

$\dfrac{5x + 4}{2} = \dfrac{7x - 3}{2}$

$5x + 4 = 7x - 3$

9. **L'addition S.V.P. !**

Modélisation algébrique et résolution d'un système d'équations par une méthode algébrique

Niveau de difficulté : moyen

a) x : le nombre de personnes
y : le montant total de l'addition

$$\begin{cases} y = 15x + 33 \\ y = 20x - 27 \end{cases}$$

b) On résout le système d'équations par la méthode de comparaison.
$x = 12$
$y = 213$
Douze personnes ont partagé le repas.

c) Le montant total de l'addition est de 213 $.

Manuel • p. 206

10. **Monnaie mouillée**

Modélisation algébrique et résolution d'un système d'équations par une méthode algébrique

Niveau de difficulté : élevé

x : le volume d'une pièce de 5 ¢
y : le volume d'une pièce de 10 ¢

Il faut calculer le volume total des 50 pièces de 5 ¢ et des 100 pièces de 10 ¢.
Volume d'un cylindre = $\pi r^2 h$
Le niveau de l'eau a augmenté de 4 cm, ce qui équivaut à la hauteur du cylindre.
Volume du cylindre = $\pi 2^2(4)$
= 16π cm^3

Il faut calculer le volume total des 100 pièces de 5 ¢ et des 50 pièces de 10 ¢.
Volume d'un cylindre = $\pi r^2 h$
Le niveau de l'eau a augmenté de 5 cm, ce qui équivaut à la hauteur du cylindre.
Volume du cylindre = $\pi 2^2(5)$
= 20π cm^3

$$\begin{cases} 50x + 100y = 16\pi \\ 100x + 50y = 20\pi \end{cases}$$

On résout le système d'équations par une méthode algébrique :

$x = \dfrac{4\pi}{25}$

$y = \dfrac{2\pi}{25}$

Le volume d'une pièce de 10 ¢ est environ 0,25 cm^3.

11. **De retour après la pause**

Modélisation algébrique et résolution d'un système d'équations par une méthode algébrique

Niveau de difficulté : moyen

x : le nombre de pauses de 30 secondes
y : le nombre de pauses de 60 secondes

$$\begin{cases} x + y = 12 \\ 0{,}5x + y = 10 \end{cases}$$

On résout le système d'équations par une méthode algébrique :

$x = 4$
$y = 8$

Il y a eu 4 pauses de 30 secondes et 8 pauses de 60 secondes durant cette émission.

12. **À l'abri du vent**

Modélisation algébrique et résolution d'un système d'équations par une méthode algébrique

Niveau de difficulté : élevé

x : la vitesse de l'avion en km/h
y : la vitesse du vent en km/h

Il faut considérer l'expression qui permet de calculer une vitesse :

$v = \dfrac{\text{distance}}{\text{temps}}$

La vitesse réelle de l'avion est influencée par le vent, on remplace donc la distance et le temps par les données du problème et on obtient le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} x + y = \frac{5\,432}{7} \\ x - y = \frac{5\,432}{8} \end{cases}$$

On résout le système d'équations par une méthode algébrique :

$x = 727{,}5$
$y = 48{,}5$

La vitesse du vent est de 48,5 km/h.

13. **Chaud noyau**

Résolution d'un système d'équations par une méthode algébrique

Niveau de difficulté : moyen

a) $\begin{cases} 23 = a(240) + b \\ 31 = a(620) + b \end{cases}$

b) $a = \frac{2}{95}$

$b = \frac{341}{19}$

La règle de la fonction qui modélise la situation est $T = \frac{2}{95}p + \frac{341}{19}$.

c) $p = 3\,581$ m

$T = \frac{2}{95}(3\,581) + \frac{341}{19}$

$T \approx 93{,}34$

Dans cette mine, à une profondeur de 3 581 m, la température est environ de 93,34 °C.

14. **Lorsque les paramètres jouent les inconnues…**

Résolution d'un système d'équations par une méthode algébrique

Niveau de difficulté : moyen

On forme un système d'équations à l'aide des coordonnées des points.

$$\begin{matrix} A(5) + B(^-3) - 9 = 0 \\ A(^-3) + B(9) - 9 = 0 \end{matrix} \longrightarrow \begin{cases} 5A - 3B = 9 \\ ^-3A + 9B = 9 \end{cases}$$

On résout le système d'équations afin de trouver les valeurs de A et B.

A = 3 et B = 2.

Manuel • p. 207

15. **Secret de torréfacteur**

Modélisation algébrique et résolution d'un système d'équations par une méthode algébrique

Niveau de difficulté : élevé

x : la masse de grains Java (kg)
y : la masse de grains Sumatra (kg)

Étant donné que le mélange se vend 13,99 $ le kilogramme, nous pouvons calculer que le coût total pour les 50 kg est de 699,50 $.

$$\begin{cases} x + y = 50 \\ 14{,}89x + 12{,}25y = 699{,}50 \end{cases}$$

On résout le système d'équations par une méthode algébrique :

$x \approx 32{,}95$
$y \approx 17{,}05$

Le mélange contient environ 32,95 kg de grains Java et 17,05 kg de grains Sumatra.

Grains Java : $\frac{32{,}95}{50} \times 100 \approx 66\ \%$

Grains Sumatra : $\frac{17{,}05}{50} \times 100 \approx 34\ \%$

16. **En ville et sur la route**

Modélisation algébrique et résolution d'un système d'équations par une méthode algébrique

Niveau de difficulté : moyen

a) x : la distance parcourue en ville (km)
y : la distance parcourue sur voies rapides (km)

$$\begin{cases} \frac{11}{100}x + \frac{8}{100}y = 62 \\ x + y = 600 \end{cases}$$

b) $x = \frac{1400}{3}$

$y = \frac{400}{3}$

Geneviève a parcouru environ 466,67 km en ville cette semaine.

c) $\frac{11}{100}\left(\frac{400}{3}\right) + \frac{8}{100}\left(\frac{1400}{3}\right) = 52$

La voiture de Geneviève aurait consommé moins de 62 L.

17. **Décision de placement**

Modélisation algébrique et résolution d'un système d'équations par une méthode algébrique

Niveau de difficulté : élevé

x : le montant placé dans les obligations d'épargne
y : le montant placé dans un fonds de placement à rendement indéterminé

Étant donné que les obligations d'épargne lui rapportent 3 % par année, la somme placée vaut 1,03 fois le montant initial après un an.

Étant donné que le fonds de placement lui rapporte 5 % par année, la somme placée vaut 1,05 fois le montant initial après un an.

$$\begin{cases} x + y = 1\,500 \\ 1{,}03x + 1{,}05y = 1\,562 \end{cases}$$

On résout le système d'équations par une méthode algébrique :

$x = 650$
$y = 850$

Rosalie a placé 650 $ dans les obligations d'épargne et 850 $ dans un fonds de placement à rendement indéterminé.

On remplace le x par 850 et le y par 650 pour calculer la valeur du placement :

$1{,}03(850) + 1{,}05(650) = 1\,558$

Rosalie n'aurait pas plus d'argent aujourd'hui. Elle aurait 1 558 $ au lieu de 1 562 $.

18. **C'est le bouquet !**

Modélisation algébrique et résolution d'un système d'équations par une méthode algébrique

Niveau de difficulté : élevé

x : le coût d'un gerbera
y : le coût d'un arum
z : le coût d'une tige d'orchidée

$$\begin{cases} 2x + y + z = 12{,}60 \\ 2x + 2z = 16{,}40 \\ x + 2y + z = 14{,}20 \end{cases}$$

On résout le système d'équations par la méthode algébrique de substitution.

On isole la variable z dans la deuxième équation.

$z = {}^{-}x + 8{,}20$

On remplace dans la première et la troisième équation la variable z par l'équation trouvée ci-dessus. On forme un système d'équations à partir de ces deux nouvelles équations.

$$\begin{cases} 2x + y + z = 12{,}60 \\ x + 2y + z = 14{,}20 \end{cases} \rightarrow \begin{array}{l} 2x + y + ({}^{-}x + 8{,}20) = 12{,}60 \\ x + 2y + ({}^{-}x + 8{,}20) = 14{,}20 \end{array}$$

$$\begin{cases} x + y = 4{,}40 \\ 2y = 6 \end{cases}$$

On résout le système afin de déterminer les valeurs des variables x et y :

$x = 1{,}4$
$y = 3$

On remplace les variables x et y par leur valeur respective dans la première équation afin de déterminer la valeur de la variable z :

$$\begin{aligned} 2x + y + z &= 12{,}60 \\ 2(3{,}3) + 4{,}9 + z &= 12{,}60 \\ z &= 6{,}8 \end{aligned}$$

Un gerbera coûte 1,40 $, un arum coûte 3,00 $ et une tige d'orchidée coûte 6,80 $.

Le prix d'un bouquet composé de 2 gerberas, d'une tige d'orchidée et de 3 arums est de 18,60 $.

$2 \cdot 1{,}40 + 1 \cdot 6{,}80 + 3 \cdot 3{,}00 = 18{,}60$

Manuel • p. 208

19. **Passe-moi le disque !**

Modélisation algébrique et résolution d'un système d'équations par une méthode algébrique

Niveau de difficulté : élevé

x : la largeur du terrain (m)
y : la longueur du terrain (m)

$$\begin{cases} 2x + 2y = 294 \\ y + 1 = 3x \end{cases}$$

On résout le système d'équations par une méthode algébrique :

$x = 37$
$y = 110$

La longueur du terrain est de 110 m et la largeur est de 37 m.

Il faut définir les variables et modéliser la situation par une équation à une variable :
z : la longueur de la zone de but

La longueur de la zone de jeu est représentée par l'expression algébrique suivante : $(110 - 2z)$ mètres.

L'équation qui représente le périmètre de la zone de jeu est : $2(37) + 2(110 - 2z) = 202$

On peut résoudre l'équation :
$$\begin{aligned} 74 + 220 - 4z &= 202 \\ 294 - 4z &= 202 \\ {}^{-}4z &= {}^{-}92 \\ z &= 23 \end{aligned}$$

Les dimensions du terrain sont 37 m sur 110 m.
Les dimensions de la zone de but sont 23 m sur 37 m.
Les dimensions de la zone de jeu sont 37 m sur 64 m.

20. Deux ou trois méthodes algébriques ?

Résolution d'un système d'équations par une méthode algébrique

Niveau de difficulté : moyen

La méthode de comparaison consiste à isoler une même variable dans les deux équations et à comparer les deux expressions algébriques pour former une équation à une variable. La méthode de substitution consiste à isoler une variable dans l'une des équations et à remplacer cette variable dans la seconde équation par l'expression algébrique qui correspond à la variable isolée.

Ainsi, en observant l'exemple ci-dessous, on peut constater que la comparaison est aussi une substitution.

Exemple : $y = 2x + 4$
$$\begin{aligned} y &= {}^{-}3x + 8 \\ 2x + 4 &= {}^{-}3x + 8 \end{aligned}$$

21. Toujours ou jamais ?

Résolution d'un système d'équations par une méthode algébrique et nombre de solutions

Niveau de difficulté : moyen

a) L'égalité n'est pas respectée : $5 \neq 8$

Abbie ajoute $2x$ à chaque membre de l'équation et obtient une égalité fausse.

b) $\begin{cases} y = 3x - 6 \\ y = 3x - 6 \end{cases}$

$$\begin{aligned} 3x - 6 &= 3x - 6 \\ {}^{-}6 &= {}^{-}6 \end{aligned}$$

L'égalité obtenue est toujours vraie et ce, quelles que soient les valeurs de x. Il y a donc une infinité de solutions.

Manuel • p. 209

22. Finances conjugales

Modélisation algébrique et résolution d'un système d'équations par une méthode algébrique

Niveau de difficulté : moyen

On définit les variables et on détermine la règle qui modélise la fonction affine.
x : le montant payé par Claudia
y : le montant payé par Frédéric

$$\begin{aligned} y &= ax + b \\ a &= \frac{70{,}65 - 38}{48{,}52 - 22{,}40} = 1{,}25 \\ y &= 1{,}25x + b \\ 38 &= 1{,}25(22{,}40) + b \\ 10 &= b \end{aligned}$$

La règle de la fonction affine qui modélise la répartition des paiements des factures de Frédéric et Claudia est $y = 1{,}25x + 10$.

On modélise la situation par un système d'équations.
$$\begin{cases} x + y = 523 \\ y = 1{,}25x + 10 \end{cases}$$

On résout le système d'équations :
$x = 228$
$y = 295$

Claudia paie 228 $ et Frédéric paie 295 $ de la facture de la taxe scolaire.

23. Ancien système

Modélisation algébrique et résolution d'un système d'équations par une méthode algébrique

Niveau de difficulté : moyen

Pour résoudre ce problème, il faudrait connaître le nombre de jours qu'il y avait dans le mois de travail (28, 29, 30 ou 31 jours).

En supposant que le mois comptait 30 jours, on peut définir et modéliser la situation par un système d'équations.
x : le nombre de jours de travail
y : le nombre de jours d'arrêt
$$\begin{cases} x + y = 30 \\ 6x - 4y = 0 \end{cases}$$

En résolvant ce système, on peut déterminer qu'il a travaillé 12 jours et qu'il a été 18 jours en arrêt. En utilisant des mois de 28, de 29 ou de 31 jours, il est impossible d'obtenir des valeurs exactes.

Puisque le mois comptait trente jours, il pourrait s'agir du mois d'avril, du mois de juin, du mois de septembre ou du mois de novembre.

24. **Une solution en or**

Modélisation algébrique et résolution d'un système d'équations par une méthode algébrique

Niveau de difficulté : élevé

Pour créer un alliage 14 ct, il faut que $\frac{14}{24}$ de la masse soit composé d'or pur.

x : la masse d'or pur utilisée (g)
y : la masse d'alliage 14 ct utilisée (g)
z : la masse d'alliage 10 ct utilisée (g)
w : la masse d'alliage sans or utilisée (g)

Juanita décide d'utiliser tout l'alliage 14 ct dont elle dispose. Il lui manque donc :

175 g – 40 g = 135 g d'alliage 14 ct à produire.

Si elle choisit de combiner de l'or pur et de l'alliage sans or :

$$\begin{cases} x + w = 135 \\ \frac{24}{24}x + \frac{0}{24}w = \frac{14}{24}(135) \end{cases}$$

En résolvant cette équation, on obtient $x = 78{,}75$ g et $w = 56{,}25$ g. Cette solution est impossible dans le contexte car Juanita ne dispose pas suffisamment d'or pur.

Si Juanita décide d'utiliser tout l'or pur dont elle dispose, elle peut compléter avec l'alliage 10 ct et l'alliage sans or.

$$\begin{cases} 72 + z + w = 135 \\ \frac{24}{24}(72) + \frac{10}{24}z + 0w = \frac{14}{24}(135) \end{cases}$$

ou

$$\begin{cases} z + w = 63 \\ \frac{10}{24}z = 6{,}75 \end{cases}$$

On obtient $z = 16{,}2$ et $w = 46{,}8$.

Ainsi, on propose à Juanita d'utiliser 72 g d'or pur 24 ct, 40 g d'alliage 14 ct, 16,2 g d'alliage 10 ct et 46,8 g d'alliage métallique sans or.