La géométrie analytique

Chapitre 3

Entrée en matière

En contexte

Manuel • p. 126

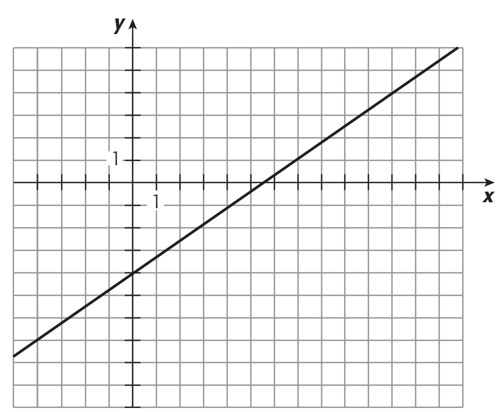
1. a) 84 années se sont écoulées.
   b) $18 \leq x < 21$, où x représente l'âge des personnes.
   c) Cette personne avait 67 ans.

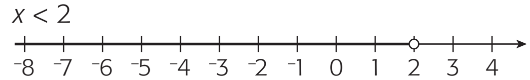
Manuel • p. 127

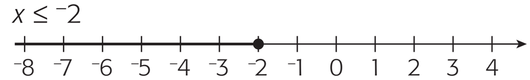
2. a) On a supposé que le taux de variation était constant entre 1867 et 1917, entre 1921 et 1968, et entre 1972 et 2006.
   b) **1)** Le droit de vote a été accordé aux femmes en 1918. Cet événement explique l'augmentation importante du pourcentage de la population ayant le droit de vote entre 1917 et 1921.
   2) Le droit de vote a été accordé aux citoyens âgés entre 18 et 21 ans en 1970. Cet événement explique l'augmentation importante du pourcentage de la population ayant le droit de vote entre 1968 et 1972.
   c) **1)** 0,34 % **2)** ≈ 0,06 % **3)** 0,5 %
3. a) Calcul de la mesure de la diagonale de la sculpture à l'aide de la relation de Pythagore :
   $\sqrt{1828^2 + 1219^2} \approx 2\ 197$ mm
   Calcul du facteur de réduction :
   $\frac{750}{2\ 197} \approx 0{,}34$
   Le facteur de réduction de la reproduction par rapport à la sculpture originale est environ 0,34.
   b) Les dimensions de la plus grande reproduction que l'association étudiante peut afficher dans cette fenêtre sont d'environ 41,4 cm sur 62,2 cm. Pour calculer ces dimensions, on a multiplié chacun des côtés de la sculpture par le facteur de réduction.

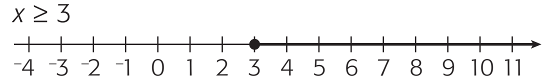
En bref

Manuel • p. 128

1. a) La distance est de 32 unités.
   b) La variation de température pour cette journée est de 18 °C.
   c) Il est mort à 46 ans.
2. Jawaad est arrivé en retard de 4 minutes.
3. a) 1 : 3 ou 3 : 1
   b) Le ruban doit être coupé aux $\frac{2}{7}$ de sa longueur.
4. a) $x = 10$ cm b) $x \approx 4{,}9$ cm c) $x \approx 4$ cm
5. a) **1)** -1 **2)** 2 **3)** 2,25
   b) **1)** $f(x) = -x - 1$
   2) $f(x) = 2x + 3$
   3) $f(x) = 2{,}25x - 5$
6. 

7. a) $x < 2$


   b) $x \leq -2$


   c) $x \geq 3$


Section 1 La distance et le point de partage

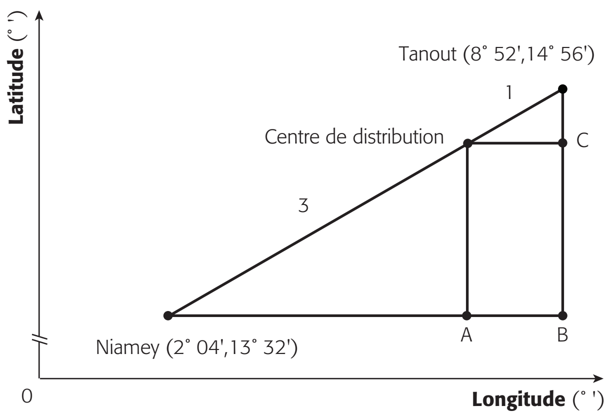
PlumpyNut

Situation-problème

Manuel • p. 129

Plusieurs démarches sont possibles. *Exemple :*

Modélisation de la situation dans un plan cartésien en utilisant la longitude comme abscisse et la latitude comme ordonnée :



Différence des latitudes entre Tanout et Niamey (différence des latitudes entre Tanout et le point **B**) :
14° 56′ – 13° 32′ = 1° 24′

Calcul du $\frac{3}{4}$ de cette différence :

$\frac{3}{4} \cdot (1° 24′) = 1° 03′$

Latitude du point **C** (latitude du centre de distribution) :
13° 32′ + 1° 03′ = 14° 35′

Différence des longitudes entre Tanout et Niamey (différence des longitudes entre le point **B** et Niamey) :
8° 52′ – 2° 04′ = 6° 48′

Calcul du $\frac{3}{4}$ de cette différence :

$\frac{3}{4} \cdot (6° 48′) = 5° 06′$

Longitude du point **A** (longitude du centre de distribution) :
2° 04′ + 5° 06′ = 7° 10′

La longitude et la latitude de l'emplacement du centre de distribution qui respecte les contraintes énoncées par l'organisation sont (7° 10′, 14° 35′).

ACTIVITÉ D'EXPLORATION 1 Pour une bonne cause

Manuel • p. 130

A **1)** 80 m

2) 350 m

B **1)** La soustraction

2) La soustraction

Manuel • p. 131

C $\Delta x = 280 - 190 = 90$ m

D Non. La réponse trouvée en **C** représente la distance entre les points **D** et **E** dans le triangle **CDE.**

E $\Delta y = 80 - 0 = 80$ m

F Le triangle **CDE** est un triangle rectangle. On peut donc calculer la distance entre les points **D** et **C** à l'aide de la relation de Pythagore :

$d(\mathbf{D}, \mathbf{C}) = m\,\overline{\mathbf{DC}} = \sqrt{90^2 + 80^2} \approx 120{,}42$

La distance entre les points **D** et **C** est d'environ 120,42 m.

G 80 + 440 + 120,42 + 350 ≈ 990,42

La longueur du parcours élaboré par madame Lissade est d'environ 990,42 m.

H On utilise la relation de Pythagore pour calculer la longueur de la haie d'honneur (la distance entre les points **O** et **C**) :

$d(\mathbf{O}, \mathbf{C}) = m\,\overline{\mathbf{OC}} = \sqrt{(280 - 0)^2 + (80 - 0)^2} \approx 291{,}2$

La longueur de la haie d'honneur est d'environ 291,2 m.

Ai-je bien compris ?

a) **1)** $\Delta x = 8 - {}^{-}4 = 12$
$\Delta y = 8 - 3 = 5$

2) $\Delta x = {}^{-}8 - 6 = {}^{-}14$
$\Delta y = 18 - {}^{-}4 = 22$

b) **1)** $d(\mathbf{P_1}, \mathbf{P_2}) = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}$
$d(\mathbf{P_1}, \mathbf{P_2}) = \sqrt{12^2 + 5^2}$
$d(\mathbf{P_1}, \mathbf{P_2}) = \sqrt{144 + 25}$
$d(\mathbf{P_1}, \mathbf{P_2}) = 13$ unités

2) $d(\mathbf{P_1}, \mathbf{P_2}) = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}$
$d(\mathbf{P_1}, \mathbf{P_2}) = \sqrt{({}^{-}14)^2 + 22^2}$
$d(\mathbf{P_1}, \mathbf{P_2}) = \sqrt{196 + 484}$
$d(\mathbf{P_1}, \mathbf{P_2}) \approx 26{,}08$ unités

ACTIVITÉ D'EXPLORATION 2 Moitié-moitié

Manuel • p. 132

A **1)** $M_1(6, {}^{-}1)$

2) L'abscisse du point milieu doit être 6 puisque les abscisses des extrémités sont toutes deux 6. L'ordonné du point milieu est située entre les ordonnées des extrémités 1 et $^{-}3$, donc à $^{-}1$.

$M_1(6, {}^{-}1)$

B $M_2(1, {}^{-}3)$

C $M(1, {}^{-}1)$

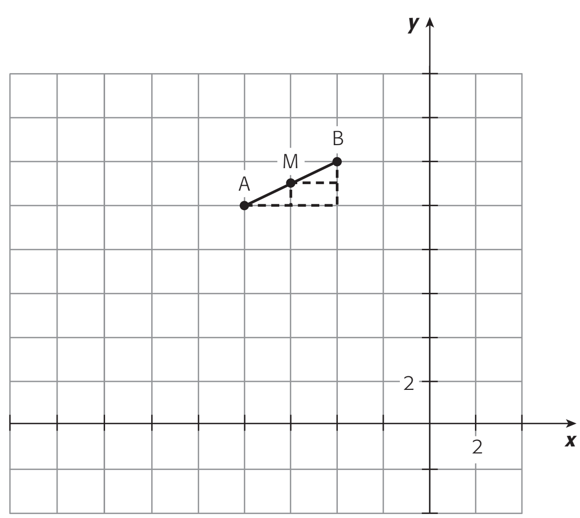
D L'abscisse de **M** est l'abscisse de $\mathbf{M_2}$, et l'ordonnée de **M** est l'ordonnée de $\mathbf{M_1}$.

E Sachant que $\mathbf{M_1}$ est le point milieu du segment **EF** et $\mathbf{M_2}$, le point milieu du segment **DF**, on déduit que le rapport de similitude des triangles **DEF** et $\mathbf{DMM_2}$ est $\frac{1}{2}$.

F Puisque les triangles **DEF** et $\mathbf{DMM_2}$ sont semblables et que leur rapport de similitude est $\frac{1}{2}$, on obtient $m\ \overline{DM} = \frac{1}{2} \cdot m\ \overline{DE}$.

Ainsi, le point **M** est nécessairement situé au milieu de $\overline{DE}$.

G



L'abscisse du point milieu de **AB** doit être située entre les abscisses des extrémités du segment : $^{-}6$ est situé entre $^{-}8$ et $^{-}4$.

L'ordonnée du point milieu de **AB** doit être située entre les ordonnées des extrémités du segment : 11 est situé entre 10 et 12.

$M({}^{-}6, 11)$

Manuel • p. 133

H Le point situé au quart du segment **AB** à partir du point **A** correspond au point milieu du segment ayant comme origine le point **A** et comme extrémité le point milieu du segment **AB.**

I $Q({}^{-}7, 10{,}5)$

J C'est le rapport $\frac{m\ \overline{AQ}}{m\ \overline{AB}}$ qui égale $\frac{1}{4}$. La valeur du rapport $\frac{m\ \overline{AQ}}{m\ \overline{QB}}$ est $\frac{1}{3}$.

Ai-je bien compris ?

1. a) **M**(1, 0)

   b) **M**(4, 20)

2. **M**(3,5, $^{-}9{,}5$)

3. a) **M**(210, 202) b) **Q**(104, 158) c) **H**(51, 136)

ACTIVITÉ D'EXPLORATION 3 Remonter la pente

Manuel • p. 134

A **1)** $\Delta x = 2\ 100 - 0 = 2\ 100$ m

2) $\Delta y = 2\ 050 - 1\ 525 = 525$ m

B Les points $\mathbf{P_1}$ à $\mathbf{P_6}$ partagent le câble du Piccolo en sept parties isométriques.

C **1)** La distance horizontale du point **E** au point $\mathbf{P_1}$ est égale à $\frac{2\ 100}{7} = 300$ m.

2) La distance verticale du point **E** au point $\mathbf{P_1}$ est égale à $\frac{525}{7} = 75$ m.

D La valeur du rapport $\frac{m\ \overline{EP_1}}{m\ \overline{ES}}$ est $\frac{1}{7}$.

E Voici comment déterminer les coordonnées du point $\mathbf{P_1}$:

$\mathbf{P_1}\Big($abscisse du point **E** + $\frac{1}{7}$ • (accroissement des abscisses du point **E** au point **S**), ordonnée du point **E** + $\frac{1}{7}$ • (accroissement des ordonnées du point **E** au point **S**)$\Big)$

$\mathbf{P_1}(0 + 300, 1525 + 75)$

$\mathbf{P_1}(300, 1600)$

F $\mathbf{P_2}(600, 1675)$, $\mathbf{P_3}(900, 1750)$, $\mathbf{P_4}(1200, 1825)$, $\mathbf{P_5}(1500, 1900)$ et $\mathbf{P_6}(1800, 1975)$.

Manuel • p. 135

G **1)** $\Delta x = 22 - 2 = 20$ **2)** $\Delta y = 4 - 14 = {}^-10$

H $\mathbf{C}\left(2 + \frac{1}{5} \cdot 20,\ 14 + \frac{1}{5} \cdot ({}^-10)\right)$

$\mathbf{C}(2 + 4,\ 14 - 2)$

$\mathbf{C}(6,\ 12)$

Les coordonnées du point **C** sont (6, 12). Pour valider cette réponse, on utilise le quadrillage du plan cartésien : le point **C** est situé sur $\overline{\mathbf{AB}}$.

I La valeur du rapport $\frac{\text{m } \overline{\mathbf{AC}}}{\text{m } \overline{\mathbf{CB}}}$ est $\frac{1}{4}$.

J Le point **C** est quatre fois plus près du point **A** que du point **B**. Il est donc situé au cinquième du segment **AB** à partir de **A**.

K Comme les caméras doivent être installées à des intervalles réguliers entre les points **E** et **S**, on déduit qu'elles seront situées au $\frac{1}{3}$ et aux $\frac{2}{3}$ du segment **ES.**

$\mathbf{C_1}\left(0 + \frac{1}{3} \cdot (2100 - 0),\ 1525 + \frac{1}{3} \cdot (2050 - 1525)\right)$

$\mathbf{C_1}(0 + 700,\ 1525 + 175)$

$\mathbf{C_1}(700,\ 1700)$

$\mathbf{C_2}\left(0 + \frac{2}{3} \cdot (2100 - 0),\ 1525 + \frac{2}{3} \cdot (2050 - 1525)\right)$

$\mathbf{C_2}(0 + 1400,\ 1525 + 350)$

$\mathbf{C_2}(1400,\ 1875)$

Ai-je bien compris?

1. **T**(3, 14)
2. **a)** La question ① est équivalente à la question ③.
   La question ② est équivalente à la question ④.

   b) Les coordonnées du point désigné par les questions ① et ③ sont (2, 7) et les coordonnées du point désigné par les questions ② et ④ sont (2,5, 8).

Mise en pratique

Manuel • p. 139

1. **Niveau de difficulté : faible**

   a) $\Delta x = {}^-8$

   b) $\Delta x = 8$

   c) Les accroissements en **a** et en **b** sont de signes contraires.

2. **Niveau de difficulté : faible**

   Donald a bien calculé les accroissements des abscisses (Δx) et des ordonnées (Δy), mais il a commis une erreur en ce qui a trait au signe du carré de l'accroissement des ordonnées. Voici comment Donald aurait dû calculer la distance entre les points **A** et **B** :

   $\text{d}(\mathbf{A}, \mathbf{B}) = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}$

   $\text{d}(\mathbf{A}, \mathbf{B}) = \sqrt{10^2 + ({}^-6)^2}$

   $\text{d}(\mathbf{A}, \mathbf{B}) = \sqrt{100 + 36}$

   $\text{d}(\mathbf{A}, \mathbf{B}) \approx 11{,}66$ unités

3. **Niveau de difficulté : faible**

   a) **1)** d(**A**, **B**) = 5 unités

   2) d(**B**, **C**) = 13 unités

   3) d(**A**, **C**) ≈ 16,12 unités

   b) **1)** d(**D**, **E**) ≈ 4,12 unités

   2) d(**F**, **G**) = 7 unités

   3) d(**H**, **J**) = 8 unités

4. **Niveau de difficulté : moyen**

   a) Laurence et Maxime habitent à environ 707 m de l'école.

   Jérémie est celui qui habite le plus loin de l'école, soit à une distance d'environ 721 m de celle-ci.

   b) Environ 906 m séparent la maison de Laurence de la maison de Jérémie.

Manuel • p. 140

5. **Niveau de difficulté : moyen**

   a) ① d(**A**, **B**) ≈ 7,21 unités
   d(**A**, **C**) ≈ 7,21 unités
   d(**B**, **C**) = 8 unités

   Le triangle possède deux côtés isométriques : c'est un triangle isocèle.

   ② d(**D**, **E**) ≈ 7,07 unités
   d(**D**, **F**) ≈ 8,54 unités
   d(**E**, **F**) ≈ 4,12 unités

   Le triangle n'a aucun côté de même mesure : c'est un triangle scalène.

   b) ① Le périmètre du triangle isocèle **ABC** est d'environ 22,42 unités.

   ② Le périmètre du triangle scalène **DEF** est d'environ 19,73 unités.

6. **Niveau de difficulté : faible**

   a) **M**(5, 5)

   b) **M**(⁻2,5, ⁻5)

   c) **M**(2, 4)

   d) **M**(1,9, 0,9)

   e) $\mathbf{M}\left(\frac{{}^-3}{2}, \frac{11}{10}\right)$

   f) $\mathbf{M}\left(\frac{{}^-1}{8}, \frac{19}{28}\right)$

   g) **M**(39, 290)

   h) $\mathbf{M}\left(\frac{m+p}{2}, \frac{n+r}{2}\right)$

7. Niveau de difficulté : faible

O($^-4$, 3)

8. Niveau de difficulté : faible

B(20, $^-5$)

9. Niveau de difficulté : faible

Les coordonnées du sommet **C** sont ($^-3$, $^-3$).

10. Niveau de difficulté : faible

a) P($^-4$, 3)

b) P(10,5, 5,5)

11. Niveau de difficulté : moyen

a) $P_3\left(0 + \frac{3}{5} \cdot 10,\ 1 + \frac{3}{5} \cdot 15\right)$

$P_3(0 + 6,\ 1 + 9)$

$P_3(6,\ 10)$

b) $P_2\left({}^-11 + \frac{2}{3} \cdot 21,\ 1 + \frac{2}{3} \cdot ({}^-9)\right)$

$P_2({}^-11 + 14,\ 1 + {}^-6)$

$P_2(3,\ {}^-5)$

c) $P_4\left(12 + \frac{2}{3} \cdot 48,\ 110 + \frac{2}{3} \cdot ({}^-60)\right)$

$P_4(12 + 32,\ 110 + {}^-40)$

$P_4(44,\ 70)$

d) $P_2\left(0 + \frac{1}{2} \cdot 10,\ 1 + \frac{1}{2} \cdot 14\right)$

$P_2(0 + 5,\ 1 + 7)$

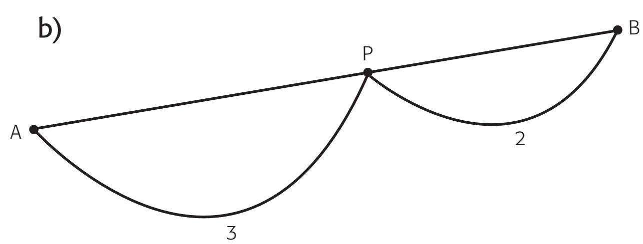
$P_2(5,\ 8)$

Manuel • p. 141

12. Niveau de difficulté : élevé

a) L'énoncé ① est associé à la représentation Ⓐ.
L'énoncé ② est associé à la représentation Ⓑ.

b)



c) **1)** $P\left({}^-21 + \frac{2}{5} \cdot 30,\ 5 + \frac{2}{5} \cdot ({}^-15)\right)$

$P({}^-21 + 12,\ 5 + {}^-6)$

$P({}^-9,\ {}^-1)$

2) $P\left({}^-21 + \frac{2}{3} \cdot 30,\ 5 + \frac{2}{3} \cdot ({}^-15)\right)$

$P({}^-21 + 20,\ 5 + {}^-10)$

$P({}^-1,\ {}^-5)$

3) $P\left({}^-21 + \frac{3}{5} \cdot 30,\ 5 + \frac{3}{5} \cdot ({}^-15)\right)$

$P({}^-21 + 18,\ 5 + {}^-9)$

$P({}^-3,\ {}^-4)$

13. Niveau de difficulté : élevé

a) $P\left(10 + \frac{3}{5} \cdot ({}^-15),\ 15 + \frac{3}{5} \cdot 10\right)$

$P(10 + {}^-9,\ 15 + 6)$

$P(1,\ 21)$

b) Le point **N** étant situé deux fois plus près de l'extrémité **R**, il partage $\overline{RS}$ dans un rapport 2 : 1 à partir du point **S**. Le point **N** est donc situé aux $\frac{2}{3}$ de $\overline{RS}$.

$N\left({}^-1 + \frac{2}{3} \cdot 9,\ 2 + \frac{2}{3} \cdot (0)\right)$

$N({}^-1 + 6,\ 2 + 0)$

$N(5,\ 2)$

14. Niveau de difficulté : moyen

$P_1(2,\ 14)$, $P_2(9,\ 9)$ et $P_3(16,\ 4)$

15. Niveau de difficulté : élevé

$P\left(x_1 + \frac{a}{b} \cdot \Delta x,\ y_1 + \frac{a}{b} \cdot \Delta y\right)$

Le point de départ est toujours le point **A** et il s'agit de changer la valeur de $\frac{a}{b}$. Il est à noter que l'accroissement des abscisses et des ordonnées demeure le même, soit $\Delta x = 30$ et $\Delta y = 15$.

a) $\frac{a}{b} = \frac{1}{3}$. Les coordonnées du point de partage **C** sont ($^-4$, 7).

b) $\frac{a}{b} = \frac{2}{5}$. Les coordonnées du point de partage **C** sont ($^-2$, 8).

c) $\frac{a}{b} = \frac{3}{5}$. Les coordonnées du point de partage **C** sont (4, 11).

d) $\frac{a}{b} = \frac{1}{2}$. Les coordonnées du point de partage **C** sont (1, 9,5).

e) $\frac{a}{b} = \frac{1}{2}$. Les coordonnées du point de partage **C** sont (1, 9,5).

Manuel • p. 142

16. **Niveau de difficulté : moyen**

Voici les étapes à suivre pour calculer la distance entre les points milieu M_1 et M_2 de $\overline{AB}$ et de $\overline{CD}$.

1. Déterminer les coordonnées des points milieu M_1 et M_2 de $\overline{AB}$ et de $\overline{CD}$.
Les extrémités de $\overline{AB}$ sont A(4, 6) et B(⁻2, 8).

$M\left(4 + \frac{1}{2} \cdot (^-6), 6 + \frac{1}{2} \cdot 2\right)$

$M(4 + {}^-3, 6 + 1)$

$M(1, 7)$

Les extrémités de $\overline{CD}$ sont C(9, ⁻1) et D(⁻3, ⁻3).

$M\left(9 + \frac{1}{2} \cdot (^-12), {}^-1 + \frac{1}{2} \cdot (^-2)\right)$

$M(9 + {}^-6, {}^-1 + {}^-1)$

$M(3, {}^-2)$

2. Calculer la distance entre les points milieu M_1 et M_2 de $\overline{AB}$ et de $\overline{CD}$.
$\Delta x = 3 - 1 = 2 \quad \Delta y = {}^-2 - 7 = {}^-9$

$d(M_1, M_2) = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}$

$d(M_1, M_2) = \sqrt{(2)^2 + (^-9)^2}$

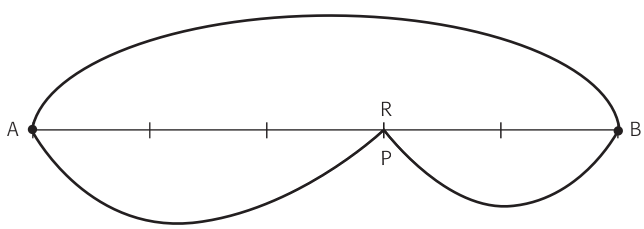
$d(M_1, M_2) = \sqrt{4 + 81}$

$d(M_1, M_2) \approx 9{,}22$

La distance entre les points milieu M_1 et M_2 de $\overline{AB}$ et de $\overline{CD}$ est d'environ 9,22 unités.

17. **Niveau de difficulté : moyen**

Il n'y a pas de distance qui sépare les points P et R, car ces points sont situés exactement au même endroit sur $\overline{AB}$.



18. **Niveau de difficulté : faible**

a) Béatrice a oublié d'additionner les coordonnées de départ, le point A, aux fractions d'accroissement qu'elle a calculées.

b) Les coordonnées du point T sont (⁻1, 5).

19. **Niveau de difficulté : élevé**

a) Pour savoir si la municipalité de Saint-Célestin est plus près de l'autoroute 40 ou de l'autoroute 20, il faut d'abord calculer la distance entre Serge et la municipalité de Saint-Célestin :
Serge est au point $P_1(0, 0)$ et la municipalité de Saint-Célestin est au point $P_2(15, {}^-14)$.

$\Delta x = 15 - 0 = 15 \quad \Delta y = {}^-14 - 0 = {}^-14$

$d(P_1, P_2) = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}$

$d(P_1, P_2) = \sqrt{15^2 + (^-14)^2}$

$d(P_1, P_2) = \sqrt{225 + 196}$

$d(P_1, P_2) \approx 20{,}52$

Il faut ensuite soustraire la distance qui sépare Serge de Saint-Célestin de la distance qui sépare Serge de l'autoroute 20 :
$40 - 20{,}52 \approx 19{,}48$

La municipalité de Saint-Célestin est donc plus près de l'autoroute 20 puisque la distance entre l'autoroute 40, ou Serge, et Saint-Célestin est de 20,52 km et que celle entre Saint-Célestin et l'autoroute 20 est de 19,48 km.

b) La municipalité de Saint-Célestin est située à 20,52 km de l'autoroute 40 et à 19,48 km de l'autoroute 20.

$\frac{20{,}52}{19{,}48} = \frac{2\ 052}{1\ 948} = \frac{513}{487}$

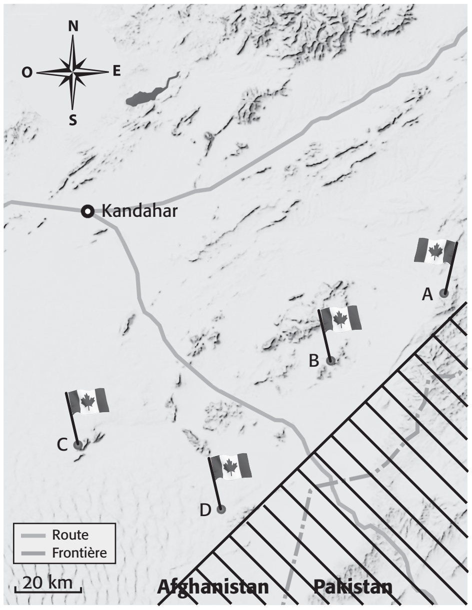
La municipalité de Saint-Célestin partage la route 155 en segments de rapport 513 : 487 à partir de l'autoroute 40.

Section 2 La droite et le demi-plan

Un message texte crucial

Situation de communication

Manuel • p. 143



L'inéquation qui décrit la région à éviter est $y < x - 10$.

ACTIVITÉ D'EXPLORATION 1 La droite

Manuel • p. 144

A **1)** L'inclinaison de la droite **AB** augmente.

2) L'inclinaison de la droite **AB** augmente.

B **1)** En augmentant son ordonnée ou en diminuant son abscisse ou les deux.

2) En diminuant son ordonnée ou en augmentant son abscisse ou les deux. Cependant, son ordonnée doit être supérieure ou égale à 4.

3) Son ordonnée doit être égale à 4 et son abscisse peut prendre n'importe quelle valeur.

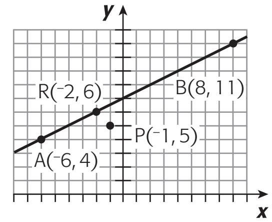
4) Son ordonnée doit être inférieure à 4 et son abscisse supérieure à $^-6$ ou son ordonnée doit être supérieure à 4 et son abscisse inférieure à $^-6$.

C $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{11 - 4}{8 - ^-6} = \frac{7}{14} = \frac{1}{2}$

La pente de la droite **AB** est $\frac{1}{2}$.

D $y = \frac{1}{2}x + 7$

E **1)**



Le point **P** ($^-1$, 5) n'appartient pas à la droite **AB**.
Le point **R** ($^-2$, 6) appartient à la droite **AB**.

2) Le point **P** ($^-1$, 5) n'appartient pas à la droite **AB**, car $\frac{1}{2} \cdot (^-1) + 7 = 6\frac{1}{2} \neq 5$.

Le point **R** ($^-2$, 6) appartient à la droite **AB**, car $\frac{1}{2} \cdot (^-2) + 7 = 6$.

Ai-je bien compris?

1. a) ① $^-1$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 0
   b) ① $y = ^-x + 2$ ② $y = \frac{1}{3}x - 2$ ③ $y = 2$
2. a) Le point **A**
   b) Le point **C**
   c) Aucun des points

ACTIVITÉ D'EXPLORATION 2 Une autre forme d'équation

Manuel • p. 145

A la droite ③

B ① $y = \frac{1}{2}x + 3$
② $y = ^-4$

C $y + 4 = 0$

D Les équations Ⓒ et Ⓓ

E **1)** A = 1, B = 0 et C = $^-2$
2) A = 0, B = 1 et C = 4

F Non, le paramètre A ne représente pas la pente de la droite. Si on isole la variable y de l'équation de forme générale pour l'exprimer sous la forme fonctionnelle, on obtient $y = \frac{^-A}{B}x + \frac{^-C}{B}$. C'est donc $\frac{^-A}{B}$ qui représente la pente de la droite.

Manuel • p. 146

G L'ordonnée à l'origine de cette droite est 18.

H La pente de cette droite est $\frac{^-3}{2}$.

I La forme fonctionnelle de l'équation de cette droite est $y = \frac{^-3}{2}x + 18$. Elle valide les réponses en **G** et **H**.

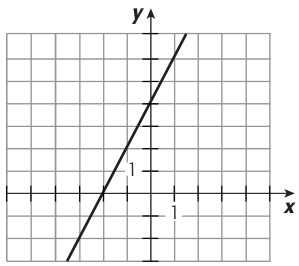
J L'abscisse à l'origine de cette droite est 12.

K **1)** En divisant l'opposé du coefficient de x par le coefficient de y.

2) En divisant l'opposé de la constante par le coefficient de y.

3) En divisant l'opposé de la constante par le coefficient de x.

L L'ordonnée à l'origine est 4 et l'abscisse à l'origine est $^{-}2$.



Ai-je bien compris ?

a) ① Pente : $^{-}2$; ordonnée à l'origine : 4 ; abscisse à l'origine : 2

② Pente : 0,5 ; ordonnée à l'origine : 4 ; abscisse à l'origine : $^{-}8$

③ Pente : $\frac{7}{3}$; ordonnée à l'origine : 7 ; abscisse à l'origine : $^{-}3$

④ Pente : $^{-}2$; ordonnée à l'origine : $^{-}2,5$; abscisse à l'origine : $^{-}1,25$

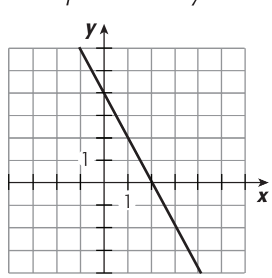
b) ① $y = {}^{-}2x + 4$

② Plusieurs réponses sont possibles. *Exemple :* $x - 2y + 8 = 0$

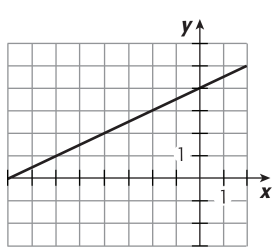
③ $y = \frac{7}{3}x + 7$

④ Plusieurs réponses sont possibles. *Exemple :* $4x + 2y + 5 = 0$

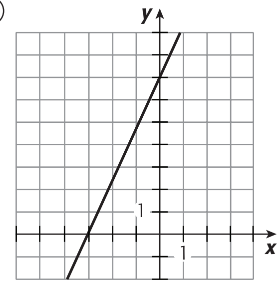
c) ①



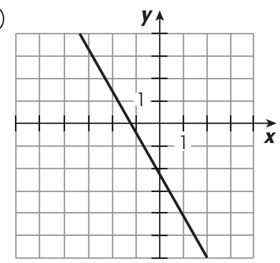
②



③



④



ACTIVITÉ D'EXPLORATION ③ Zone sinistrée

Manuel • p. 147

A L'équation de la droite qui passe par Wakema et Bago est $y = \frac{1}{2}x + \frac{19}{2}$ ou $x - 2y + 19 = 0$.

B On doit remplacer le signe d'égalité par un signe d'inégalité.

C Les coordonnées de Pathein sont (12, 30).

$\frac{1}{2} \cdot (12) + \frac{19}{2} = \frac{31}{2} \neq 30$

Pathein ne se trouve pas sur la droite.

Les coordonnées de Yangon sont (57, 30).

$\frac{1}{2} \cdot (57) + \frac{19}{2} = \frac{76}{2} \neq 30$

Yangon ne se trouve pas sur la droite.

Manuel • p. 148

D En utilisant les coordonnées de Yangon (57, 30), on détermine le signe d'inégalité :

$y = \frac{1}{2}x + \frac{19}{2}$

$30 = \frac{1}{2}(57) + \frac{19}{2}$

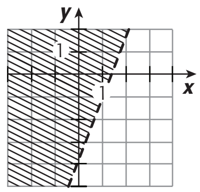
$30 < 38$

$y < \frac{1}{2}x + \frac{19}{2}$

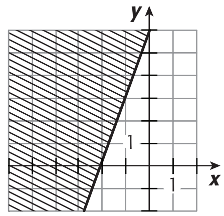
E **1)** $y \leq \frac{1}{2}x + \frac{19}{2}$

2) $y < \frac{1}{2}x + \frac{19}{2}$

F 1)



2)



Ai-je bien compris?

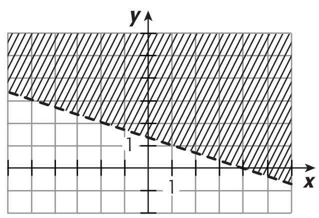
1. $^-2(3) + 4(1) - 5 \geq 0$

   $^-7 \geq 0$

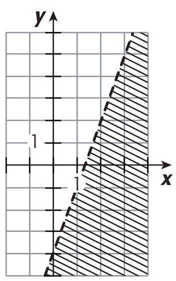
   Non, car l'inégalité n'est pas respectée.

2. L'inéquation ③

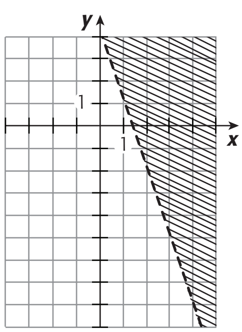
3. ① $2x + 6y - 8 > 0$



② $y < 3x - 4$



④ $y > {^-3}x + 4$



Mise en pratique

Manuel • p. 152

1. **Niveau de difficulté : faible**

   Les accroissements que Brigitte et Ricardo ont calculés sont de signes contraires parce que chacun a choisi un point de départ différent : Brigitte a choisi le point **S** et Ricardo, le point **R**. Cependant, leurs rapports sont identiques. La valeur de la pente ne dépend pas du point de départ.

2. **Niveau de difficulté : faible**

   Pour le calcul, il n'y a aucune différence entre le taux de variation d'une fonction affine et la pente d'une droite. Cependant, la pente est une caractéristique d'une droite, et le taux de variation, une caractéristique d'une situation.

3. **Niveau de difficulté : faible**

   a) ① 1 ④ 0

   ② $\frac{^-4}{5}$ ou $^-0{,}8$ ⑤ $\frac{2}{3}$

   ③ 0 ⑥ 1

   b) ① $y = x - 1$ ④ $y = 2$

   ② $y = \frac{^-4}{5}x - \frac{2}{5}$ ⑤ $y = \frac{2}{3}x - \frac{5}{3}$

   ③ $y = 5$ ⑥ $y = x$

   c) Voici deux erreurs qui peuvent être commises lors du calcul de la pente d'une droite :

   – Calculer la pente de la droite en utilisant le rapport $\frac{\Delta x}{\Delta y}$.

   – Ne pas utiliser le même point de départ pour calculer l'accroissement des abscisses que pour calculer l'accroissement des ordonnées (particulièrement lorsque les coordonnées d'un point sont négatives).

Manuel • p. 153

4. **Niveau de difficulté : moyen**

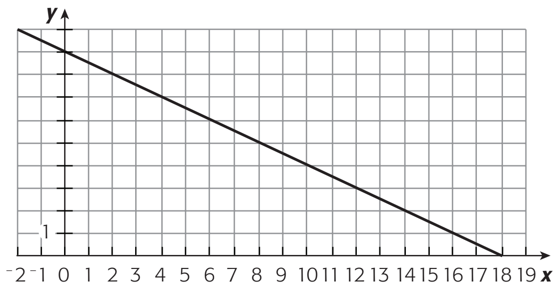
   Équation de la droite :

   $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{4}{^-8} = {^-0{,}5}$

   Ordonnée à l'origine = 9

   $y = {^-0{,}5}x + 9$

x	y
0	9
4	7



5. **Niveau de difficulté : faible**

L'abscisse à l'origine d'une droite est la valeur de x lorsque $y = 0$.

L'ordonnée à l'origine d'une droite est la valeur de y lorsque $x = 0$.

6. **Niveau de difficulté : moyen**

a) Pour déterminer l'abscisse à l'origine, il suffit de remplacer y par 0 et d'isoler x.

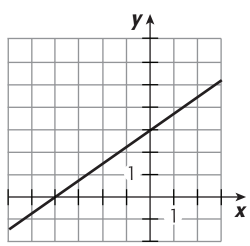
Pour déterminer l'ordonnée à l'origine, il suffit de remplacer x par 0 et d'isoler y.

① $(0, 3)$ et $(^-4, 0)$

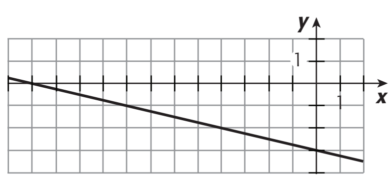
② $(0, ^-3)$ et $(^-12, 0)$

③ $(0, 30)$ et $(^-2{,}5, 0)$

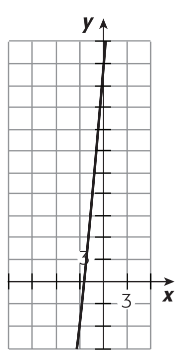
b) ①



②



③



c) Si les paramètres A et B sont de signes contraires, la pente est positive ; s'ils sont de même signe, la pente est négative.

7. **Niveau de difficulté : faible**

a) **1)** $y = \frac{1}{8}x - \frac{3}{4}$ **3)** $y = \frac{2}{3}x + \frac{3}{2}$

2) $y = \frac{^-11}{3}x + \frac{31}{3}$ **4)** $y = \frac{5}{97}x - \frac{214}{97}$

b) Plusieurs réponses sont possibles. *Exemple :*

1) $3x - y - 8 = 0$ **3)** $3x - 4y + 18 = 0$

2) $8x + y - 9 = 0$ **4)** $57x + 10y + 32 = 0$

8. **Niveau de difficulté : moyen**

Plusieurs réponses sont possibles. *Exemple :*

a) **1)** $7x - 6y - 2 = 0$ **3)** $x - 9y + 12 = 0$

2) $2x + 3y + 4 = 0$ **4)** $11x + 2y - 14 = 0$

b) **1)** On détermine la valeur de x, puis on résout l'équation afin de trouver la valeur de y.
$(14, 16)$ et $(^-22, ^-26)$

2) $(4, ^-4)$ et $(^-5, 2)$

3) $(^-12, 0)$ et $(15, 3)$

4) $(1, 1{,}5)$ et $(^-2, 18)$

Manuel • p. 154

9. **Niveau de difficulté : moyen**

Équation de la droite **EF** sous la forme fonctionnelle :

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{6 - 4}{^-5 - 3} = \frac{2}{^-8} = {^-0{,}25}$$

$$y = {^-0{,}25}x + b$$
$$4 = {^-0{,}25}(3) + b$$
$$4 = {^-0{,}75} + b$$
$$4{,}75 = b$$

$y = {^-0{,}25}x + 4{,}75$

On vérifie si les coordonnées du point **H** $(7, 3)$ vérifient l'équation :
$3 = {^-0{,}25}(7) + 4{,}75$
$3 = 3$

Le point **H** appartient à la droite **EF**.

10. **Niveau de difficulté : moyen**

La pente de la droite qui constitue la frontière du demi-plan décrit par l'inéquation ① est 3, donc positive. La pente de la droite qui constitue la frontière du demi-plan décrit par l'inéquation ② est $^-3$, donc négative.
La pente de la droite qui constitue la frontière du demi-plan Ⓑ est positive et la pente de la droite qui constitue la frontière du demi-plan Ⓐ est négative. Donc, l'inéquation ① est associée au demi-plan Ⓑ, et l'inéquation ② est associée au demi-plan Ⓐ.

11. **Niveau de difficulté : moyen**

Plusieurs réponses sont possibles. *Exemple :*

a) $3x + y - 9 > 0$

b) $2x - 4y - 3 > 0$

c) $20x - y + 300 > 0$

d) $2x + 5y + 46 > 0$

12. **Niveau de difficulté : faible**

Elena a commis une erreur à l'étape 3 de sa démarche. Pour déterminer la région à hachurer, il faut remplacer le x et le y de l'inéquation par un point-test, par exemple (0, 0). Si l'inégalité n'est pas vérifiée, il faut hachurer la région dont ne fait pas partie le point-test. Au contraire, si l'inégalité est vérifiée, il faut hachurer la région dont fait partie ce point-test.

$3(0) - 4(0) - 12 > 0$

$^{-}12 > 0$

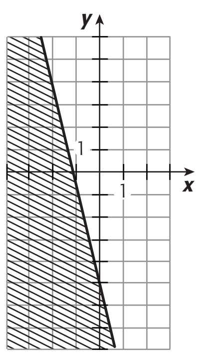
$^{-}12$ étant inférieur à 0, il faut hachurer la région qui s'étend vers le bas. (Elena a utilisé un truc qui ne fonctionne que lorsque l'inéquation est sous la forme fonctionnelle.)

Manuel • p. 155

13. **Niveau de difficulté : moyen**

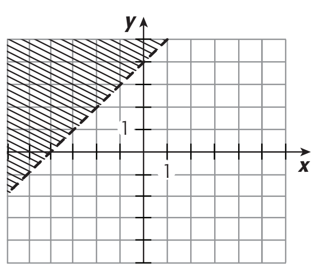
a)

x	y
0	$^{-}5$
$^{-}1,25$	0



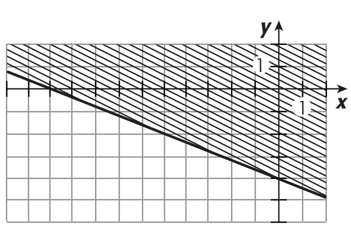
b)

x	y
0	4
$^{-}4$	0



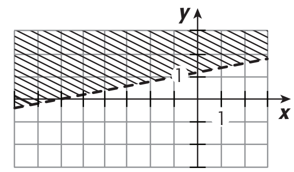
c)

x	y
0	$^{-}4$
$^{-}10$	0



d)

x	y
0	1,2
$^{-}6$	0



14. **Niveau de difficulté : faible**

a) À partir des points (4, 1) et (0, $^{-}2$), on obtient l'équation $y > 0{,}75x - 2$.

b) À partir des points ($^{-}1$, 2) et (1, $^{-}3$), on obtient l'équation $y < {}^{-}2{,}5x - 0{,}5$.

c) À partir des points (0, 3) et (6, 0), on obtient l'équation $y \leq {}^{-}0{,}5x + 3$.

d) À partir des points (1, $^{-}2$) et (2, 1), on obtient l'équation $y \leq 3x - 5$.

15. **Niveau de difficulté : moyen**

Lorsque les coordonnées correspondant à la position du pointeur vérifient l'inéquation, le pointeur a la forme d'une flèche. Au contraire, lorsque ces coordonnées ne vérifient pas l'inéquation, le pointeur a la forme d'une main.

a)

$2x + 3y - 15 > 0$

$2(4) + 3(0) - 15 > 0$

$^{-}7 > 0$

Le pointeur a la forme d'une main puisque $^{-}7$ n'est pas plus grand que 0.

b)

$2x + 3y - 15 > 0$

$2(5) + 3(3) - 15 > 0$

$4 > 0$

Le pointeur a la forme d'une flèche puisque 4 est plus grand que 0.

c)

$2x + 3y - 15 > 0$

$2(0) + 3(5) - 15 > 0$

$0 > 0$

Le pointeur a la forme d'une main puisque 0 n'est pas plus grand que 0.

16. **Niveau de difficulté : moyen**

Dans cette situation, le côté de 218 cm correspond à l'accroissement des abscisses et celui de 33 cm, à l'accroissement des ordonnées.

$\frac{33}{218} \approx 0{,}1514$

La pente de la rampe d'accès 1 est d'environ 0,1514.

Pour calculer la pente de la rampe d'accès 2, il faut d'abord déterminer la longueur du côté qui correspond à l'accroissement des abscisses à l'aide de la relation de Pythagore.

$\sqrt{240^2 - 36^2} \approx 237{,}28$ cm

$\frac{36}{237{,}28} \approx 0{,}1517$

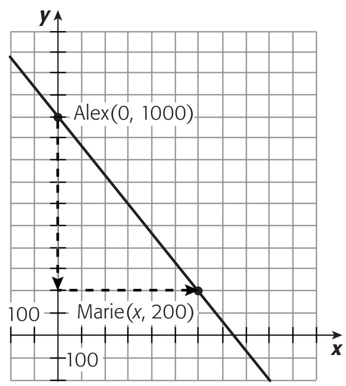
La pente de la rampe d'accès ② est d'environ 0,1517.

La pente de la rampe d'accès ① est légèrement plus petite que celle de la rampe d'accès ②.

Manuel • p. 156

17. **Niveau de difficulté : moyen**

a)



b) On calcule la distance horizontale entre Alex et Marie à l'aide de la relation de Pythagore.

$\sqrt{1000^2 - (1000 - 200)^2} = 600$

La distance horizontale entre Alex et Marie est de 600 m.

c) La pente :

$\Delta x = 600 - 0 = 600$

$\Delta y = 200 - 1\ 000 = {}^{-}800$

$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{^{-}800}{600} = \frac{^{-}4}{3}$

La pente est $\frac{^{-}4}{3}$.

L'ordonnée à l'origine correspond à la position d'Alex. Donc, l'équation de la droite qui décrit la visée des jumelles d'Alex lorsqu'il regarde Marie est $y = \frac{^{-}4}{3}x + 1\ 000$.

18. **Niveau de difficulté : élevé**

a) – Équation de la droite dont font partie les points correspondant à la ville de Miami et aux Bermudes :

Pente :

$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{37}{75}$

La pente est $\frac{37}{75}$.

Équation de la droite sous la forme fonctionnelle :

$y = \frac{37}{75}x$, étant donné que la droite passe par l'origine.

Passage de la forme fonctionnelle à la forme générale de l'équation de la droite :
$37x - 75y = 0$

– Équation de la droite dont font partie les points correspondant aux Bermudes et à la ville de San Juan :

Pente :

$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{^{-}79}{2}$

La pente est $\frac{^{-}79}{2}$.

Ordonnée à l'origine :

$y = \frac{^{-}79}{2}x + \text{b}$

$37 = \frac{^{-}79}{2}(75) + \text{b}$

$\frac{5\ 999}{2} = \text{b}$

Équation de la droite sous la forme fonctionnelle :

$y = \frac{^{-}79}{2}x + \frac{5\ 999}{2}$

Passage de la forme fonctionnelle à la forme générale de l'équation de la droite :
$79x + 2y - 5\ 999 = 0$

– Équation de la droite dont font partie les points correspondant aux villes de Miami et San Juan :

Pente :

$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{^{-}42}{77}$

La pente de la droite est $\frac{^{-}42}{77}$.

Équation de la droite sous la forme fonctionnelle :

$y = \frac{^{-}42}{77}x$, étant donné que la droite passe par l'origine.

Passage de la forme fonctionnelle à la forme générale de l'équation de la droite :
$42x + 77y = 0$

b) **1)** Non, car la position de l'origine n'influence pas l'inclinaison de la droite, donc la pente demeure la même.

2) Oui, car la position de l'origine influence l'ordonnée à l'origine et, par conséquent, l'équation de la droite.

Section 3 Les positions relatives de deux droites et les propriétés d'objets géométriques

Situation d'application

La grande évasion

Manuel • p. 157

Soit les points **A**(0, ⁻35), **B**(0, 95) et **C**(25, 90). On formule la conjecture suivante : le triangle **ABC** est un triangle rectangle. Pour vérifier cette conjecture, on utilise la relation de Pythagore.

$(m\ \overline{AB})^2 = (95 - {}^-35)^2 + (0 - 0)^2$
$(m\ \overline{AB})^2 = 130^2 = 16\ 900$

$(m\ \overline{AC})^2 = (90 - {}^-35)^2 + (25 - 0)^2$
$(m\ \overline{AC})^2 = 125^2 + 25^2 = 16\ 250$

$(m\ \overline{BC})^2 = (25 - 0)^2 + (90 - 95)^2$
$(m\ \overline{BC})^2 = 25^2 + 5^2 = 650$

On obtient alors :

$(m\ \overline{AC})^2 + (m\ \overline{BC})^2 = (m\ \overline{AB})^2$
$16\ 250 + 650 = 16\ 900$

Le triangle **ABC** est un triangle rectangle en **C**. Les segments **BC** (clôture principale) et **AC** (clôture mitoyenne) étaient perpendiculaires.

On formule la conjecture suivante : le tunnel et la clôture mitoyenne n'étaient pas parallèles. Pour vérifier cette conjecture, on calcule les pentes des deux segments représentant le tunnel et la clôture mitoyenne.

La pente du tunnel est $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{95 - 0}{20 - 0} = \frac{19}{4} = 4,75$.

La pente de la clôture mitoyenne est $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{90 - {}^-35}{25 - 0} = \frac{125}{25} = 5$.

Le tunnel et la clôture mitoyenne n'étaient pas parallèles, car $5 \neq 4,75$.

ACTIVITÉ D'EXPLORATION 1 Des rues à la carte

Manuel • p. 158

Remarque : À la page 158 du manuel A, l'équation 6 devrait se lire $12x - 9y + 20\ 000$.

A
1 Av. Massachusetts
2 Av. Pennsylvanie
3 Av. New York
4 Av. Vermont
5 Av. Connecticut
6 Av. New Hampshire
7 Av. Rhode Island

B Deux droites parallèles ont la même pente.

C En comparant les paramètres des équations des droites (le paramètre a des équations sous la forme fonctionnelle avec le rapport $\frac{-A}{B}$ des équations sous la forme générale)

Manuel • p. 159

D L'avenue Pennsylvanie est nécessairement perpendiculaire à l'avenue Vermont puisqu'elle est parallèle à l'avenue Massachusetts.

E La pente de l'avenue Vermont est 2 et la pente des avenues Pennsylvanie et Massachusetts est $\frac{-1}{2}$.
On formule la conjecture suivante : le produit des pentes de deux droites perpendiculaires égale $^-1$. On peut aussi l'exprimer de cette façon : la pente de l'une des droites perpendiculaires est le nombre opposé de l'inverse mutiplicatif de la pente de l'autre droite.

F Les paires d'avenues 2 et 3 sont perpendiculaires.

G Le produit des pentes de deux droites perpendiculaires est $^-1$.

H $y = 2x + 500$

Ai-je bien compris ?

a) **1)** Les droites verte et bleue sont parallèles.
2) Les droites rouge et noire, les droites bleue et mauve et les droites verte et mauve sont perpendiculaires.

b) **1)** Plusieurs réponses sont possibles. Cependant, la pente de la droite parallèle à la droite d'équation $2x + 4y + 8 = 0$ doit être $^-0,5$.
Exemple : $y = {}^-0,5x + 4$
2) Plusieurs réponses sont possibles. Cependant, la pente de la droite perpendiculaire à la droite d'équation $y = {}^-2x + 4$ doit être 0,5.
Exemple : $y = 0,5x + 4$

ACTIVITÉ D'EXPLORATION 2 Sans l'ombre d'un doute

Manuel • p. 160

A En traçant le quadrilatère **ABCD** dans un plan cartésien, Tom peut vérifier les propriétés de celui-ci à l'aide des concepts de distance entre deux points, de point milieu et de pente.

B (*voir au haut de la page suivante*)

C Le concept de distance entre deux points

D (*voir au haut de la page suivante*)

Réponse à la question B, page 160

Affirmation	Justification
1. La pente de la diagonale **AC** est $\frac{2}{7}$.	Le rapport des accroissements du point **A** au point **C** est $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2 - 0}{7 - 0} = \frac{2}{7}$.
2. La pente du segment **BD** est $\frac{^-7}{2}$.	Le rapport des accroissements du point **B** au point **D** est $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{0 - 7}{5 - 3} = \frac{^-7}{2}$.
3. Les diagonales sont perpendiculaires.	Le produit de la pente du segment **AB** et de la pente du segment **BD** est $\left(\frac{2}{7}\right) \cdot \left(\frac{^-7}{2}\right) = {}^-1$.

Réponse à la question D, page 160

Affirmation	Justification
1. La mesure de la diagonale **AC** est $\sqrt{53}$.	$d(A, C) = \sqrt{(7 - 0)^2 + (2 - 0)^2} = \sqrt{53}$
2. La mesure de la diagonale **BD** est $\sqrt{53}$.	$d(B, D) = \sqrt{(0 - 7)^2 + (5 - 3)^2} = \sqrt{53}$
3. Les deux diagonales du quadrilatère **ABCD** sont isométriques.	Les deux diagonales du quadrilatère **ABCD** ont la même mesure, soit $\sqrt{53}$.

Ai-je bien compris?

a)

Affirmation	Justification
1. La pente du segment **EH** est $\frac{^-3}{5}$.	Le rapport des accroissements du sommet **E** au sommet **H** est $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{^-2 - 4}{8 - {}^-2} = \frac{^-6}{10} = \frac{^-3}{5}$.
2. La pente du segment **EF** est $\frac{1}{4}$.	Le rapport des accroissements du sommet **E** au sommet **F** est $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{6 - 4}{6 - {}^-2} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$.
3. La pente du segment **FG** est $\frac{^-3}{5}$.	Le rapport des accroissements du sommet **F** au sommet **G** est $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3 - 6}{11 - 6} = \frac{^-3}{5}$.
4. La pente du segment **GH** est $\frac{5}{3}$.	Le rapport des accroissements du sommet **H** au sommet **G** est $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3 - {}^-2}{11 - 8} = \frac{5}{3}$.
5. Le segment **FG** est parallèle au segment **EH**.	Les segments **EF** et **GH** ont la même pente.
6. Le segment **EH** et le segment **FG** sont perpendiculaires au segment **GH**.	Le produit des pentes des segments **EH** et **GH** égale $^-1$, comme le produit des pentes des segments **FG** et **GH**.
7. Le quadrilatère **EFGH** est un trapèze rectangle.	Le quadrilatère **EFGH** possède deux angles de 90° et une paire de côtés parallèles.

b)

Affirmation	Justification
1. La distance entre les sommets **E** et **G** est d'environ 13,04 unités.	d(**E**, **G**) $= \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$ d(**E**, **G**) $= \sqrt{(^-1)^2 + 13^2}$ d(**E**, **G**) ≈ 13,04 unités
2. La distance entre les sommets **F** et **H** est d'environ 8,25 unités.	d(**F**, **H**) $= \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$ d(**F**, **H**) $= \sqrt{2^2 + 8^2}$ d(**F**, **H**) ≈ 8,25 unités
3. Les diagonales du quadrilatère **EFGH** ne sont pas isométriques.	La distance entre les points **E** et **G** n'est pas la même que celle entre les points **F** et **H**.

Mise en pratique

Manuel • p. 162

1. **Niveau de difficulté : faible**

a) $\frac{^-1}{4}$ c) $^-2$ e) $\frac{^-5}{12}$ g) $\frac{7}{2}$

b) $\frac{1}{2}$ d) $\frac{4}{3}$ f) $\frac{^-10}{97}$ h) 2

2. **Niveau de difficulté : faible**

a) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{^-4}{3}$ e) $\frac{^-5}{6}$ g) $\frac{^-21}{19}$

b) $\frac{^-1}{4}$ d) $\frac{3}{2}$ f) $\frac{^-5}{16}$ h) 2

3. **Niveau de difficulté : faible**

Plusieurs réponses sont possibles. *Exemple :*

a) **1)** $3x - 7y + 8 = 0$
2) $6x - y + 11 = 0$
3) $2x + 5y + 12 = 0$
4) $x - 2y - 3 = 0$

b) **1)** $y = \frac{^-7}{3}x + 4$
2) $y = \frac{^-1}{6}x + 3$
3) $y = \frac{^-5}{2}x + 13$
4) $y = {^-2}x + 10$

4. **Niveau de difficulté : faible**

a) La droite ① est parallèle à la droite ⑤ ;
la droite ② est parallèle à la droite ⑦.

b) La droite ④ est perpendiculaire à la droite ⑦ ;
la droite ② est perpendiculaire à la droite ④ ;
la droite ③ est perpendiculaire à la droite ⑨.

Manuel • p. 163

5. **Niveau de difficulté : faible**

Plusieurs réponses sont possibles. *Exemples :*

a) $6x - 12y - 4 = 0$ et $4x - 8y + 8 = 0$ ou
$^-12x + 6y - 4 = 0$ et $^-8x + 4y + 8 = 0$

b) $6x - 12y - 4 = 0$ et $8x + 4y - 8 = 0$
$^-12x + 6y - 4 = 0$ et $4x + 8y - 8 = 0$

6. **Niveau de difficulté : moyen**

a) Si la droite est parallèle à la droite d'équation $y = 4x + 5$, alors la pente de cette droite qui passe par le point **P**(6, 7) est 4.

$y = 4x + b$
$7 = 4(6) + b$
$7 = 24 + b$
$^-17 = b$

L'équation de la droite est $y = 4x - 17$.

b) Si la droite est perpendiculaire à la droite d'équation $y = \frac{1}{2}x - 3$, alors la pente de la droite qui passe par le point **P**($^-3$, 5) est $^-2$, car $\frac{1}{2} \cdot (^-2) = {^-1}$.

$y = {^-2}x + b$
$5 = {^-2}(^-3) + b$
$^-1 = b$

L'équation de la droite est $y = {^-2}x - 1$.

7. **Niveau de difficulté : moyen**

a)

Affirmation	Justification
1. La pente de **AC** est 1.	$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{c - 0}{c - 0} = 1$
2. La pente de **BD** est $^-1$.	$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{0 - c}{c - 0} = {^-1}$
3. La diagonale **AC** est perpendiculaire à la diagonale **BD**.	« 1 » est le nombre opposé de l'inverse multiplicatif de « $^-1$ ».

b)

Affirmation	Justification
1. m $\overline{AC} = c\sqrt{2}$ u	d(**A**, **C**) $= \sqrt{c^2 + c^2}$ d(**A**, **C**) $= \sqrt{2c^2}$ d(**A**, **C**) $= c\sqrt{2}$
2. m $\overline{BD} = c\sqrt{2}$ u	d(**B**, **D**) $= \sqrt{c^2 + (^-c)^2}$ d(**B**, **D**) $= \sqrt{2c^2}$ d(**B**, **D**) $= c\sqrt{2}$
3. $\overline{AC} \cong \overline{BD}$	Deux segments de même longueur sont isométriques.

8. **Niveau de difficulté : moyen**

a) Les coordonnées du point milieu (M_1) du segment **ST** sont (3, 6).
Les coordonnées du point milieu (M_2) du segment **RS** sont ($^-2$, 2).
Les coordonnées du point milieu (M_3) du segment **RU** sont (3, $^-3$).
Les coordonnées du point milieu (M_4) du segment **TU** sont (8, 1).

b) (*voir au bas de la page*)

Consolidation

Manuel • p. 164

1. **Niveau de difficulté : faible**

Distance entre deux points

d(**A**, **B**) ≈ 14,04 unités
d(**B**, **C**) ≈ 10,63 unités
d(**A**, **C**) ≈ 11,4 unités

14,04 + 10,63 + 11,4 ≈ 36,07 unités

Le périmètre du triangle **ABC** est d'environ 36,07 unités.

2. **Niveau de difficulté : faible**

Accroissement, distance entre deux points, pente

a) $d(R, S) = \sqrt{(^-4)^2 + (^-7)^2} \approx 8{,}06$ unités

b) $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{7}{4}$

3. **Niveau de difficulté : moyen**

Point de partage d'un segment : le point milieu

Étant donné que le point milieu peut être calculé en faisant la moyenne des abscisses et la moyenne des ordonnées, on pose les équations suivantes :

$$^-6 = \frac{x_1 + 4}{2} \qquad 4 = \frac{y_1 + 9}{2}$$
$$^-12 = x_1 + 4 \qquad 8 = y_1 + 9$$
$$^-16 = x_1 \qquad ^-1 = y_1$$

Les coordonnées du point **C** sont ($^-16$, $^-1$).

4. **Niveau de difficulté : moyen**

Point de partage d'un segment

a) Si le point **P** partage le segment **UV** en segments de rapport 1 : 3 à partir de **U**, c'est donc que le point **P** est au quart du segment **UV** à partir de **U**.

$P\left(0 + \frac{1}{4}(4), 0 + \frac{1}{4}(8)\right)$

$P(1, 2)$

b) $N\left(12 + \frac{1}{5}(^-10), 8 + \frac{1}{5}(^-5)\right)$

$N(10, 7)$

5. **Niveau de difficulté : faible**

Pente, équation d'une droite

a) Faux. La valeur de *x* est constante, alors la droite est verticale.

b) Faux. La valeur de *y* est constante, alors la droite est horizontale.

Réponse à la question 8 b), page 163

Affirmation	Justification
1. La pente du segment formé des points $M_1(3, 6)$ et $M_2(^-2, 2)$ est $\frac{4}{5}$.	$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2 - 6}{^-2 - 3} = \frac{4}{5}$
2. La pente du segment formé des points $M_2(^-2, 2)$ et $M_3(3, ^-3)$ est $^-1$.	$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{^-3 - 2}{3 - ^-2} = ^-1$
3. La pente du segment formé des points $M_3(3, ^-3)$ et $M_4(8, 1)$ est $\frac{4}{5}$.	$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1 - ^-3}{8 - 3} = \frac{4}{5}$
4. La pente du segment formé des points $M_4(8, 1)$ et $M_1(3, 6)$ est $^-1$.	$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{6 - 1}{3 - 8} = ^-1$
5. Le segment M_1M_2 est parallèle au segment M_3M_4 et le segment M_2M_3 est parallèle au segment M_4M_1.	Les droites M_1M_2 et M_3M_4 ont la même pente. Les droites M_2M_3 et M_4M_1 ont aussi la même pente.
6. Le quadrilatère $M_1M_2M_3M_4$ est un parallélogramme.	$M_1M_2M_3M_4$ est un quadrilatère dont les paires de côtés opposés sont parallèles.

c) Vrai. L'accroissement des ordonnées égale 0.

d) Vrai. L'accroissement des abscisses égale 0, et on ne peut pas diviser par zéro.

e) Vrai. Pour qu'une droite puisse représenter une fonction, une seule ordonnée doit correspondre à chaque abscisse.

Manuel • p. 165

6. **Niveau de difficulté : élevé**

Équation d'une droite, point de partage d'un segment : le point milieu, droites perpendiculaires

Point milieu du segment **AB** :

$$\mathbf{M}\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$\mathbf{M}(3{,}065,\ 1{,}875) \text{ ou } \left(\frac{613}{200}, \frac{15}{8}\right)$$

Pente de la droite **AB** :

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{^-3{,}75}{6{,}13} = \frac{^-375}{613}$$

La médiatrice est perpendiculaire au segment **AB**, donc la pente de la médiatrice est $\frac{613}{375}$.

Valeur de l'ordonnée à l'origine :

$$y = \frac{613}{375}x + \text{b}$$

$$\frac{15}{8} = \frac{613}{375}\left(\frac{613}{200}\right) + \text{b}$$

$$\frac{15}{8} = \frac{375\ 769}{75\ 000} + \text{b}$$

$$\frac{15}{8} - \frac{375\ 769}{75\ 000} = \text{b}$$

$$\frac{^-29\ 393}{9\ 375} = \text{b}$$

$$y = \frac{613}{375}x - \frac{29\ 393}{9\ 375}$$

Passage de la forme fonctionnelle à la forme générale :

$$\frac{9\ 375y}{9\ 375} = \frac{15\ 325x}{9\ 375} - \frac{29\ 393}{9\ 375}$$

$$9\ 375y = 15\ 325x - 29\ 393$$

$$15\ 325x - 9\ 375y - 29\ 393 = 0$$

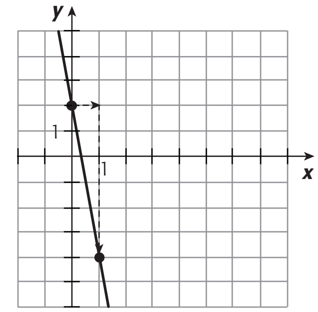
7. **Niveau de difficulté : faible**

Droite, équation d'une droite

a) Liang a probablement tracé la droite à partir de la forme fonctionnelle de son équation. Elle semble avoir utilisé l'ordonnée à l'origine comme point de départ, puis la pente pour déterminer un deuxième point.

b) $y = \frac{^-3}{4}x + 10$

c)



8. **Niveau de difficulté : moyen**

Pente, point de partage d'un segment : le point milieu

Point milieu du segment formé des points **B** $(^-4, 9)$ et **C** $(8, ^-3)$:

$$\mathbf{M}\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$\mathbf{M}(2, 3)$$

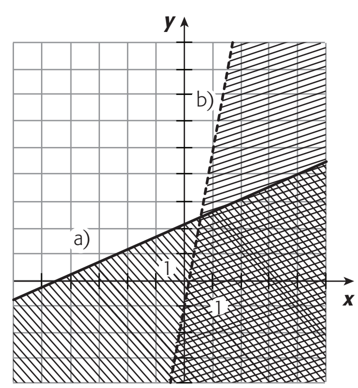
Pente du segment de la médiane formée des points **A**(1, 5) et **M**(2, 3) :

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{^-2}{1} = {^-2}$$

La pente est $^-2$.

9. **Niveau de difficulté : moyen**

Demi-plan



a)
$$2x - 4y + 9 \geq 0$$
$$2(0) - 2(0) + 9 \geq 0$$
$$9 \geq 0$$

L'inégalité est vérifiée, donc le point (0, 0) fait partie du demi-plan. On hachure donc la zone dont il fait partie.

b)
$$y < 6x - 1$$
$$0 < 6(0) - 1$$
$$0 < {^-1}$$

L'inégalité n'est pas vérifiée, donc le point (0, 0) ne fait pas partie du demi-plan. On hachure donc la zone dont il ne fait pas partie.

10. Niveau de difficulté : moyen

Passage d'une forme d'équation à une autre

a) Passage de la forme générale à la forme fonctionnelle :

$$2x - 3y + 1 = 0$$
$$^{-}3y = {}^{-}2x - 1$$
$$y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$$

La pente de la droite qui passe par le point $(1, {}^{-}2)$ est la même, soit $\frac{2}{3}$, car les droites sont parallèles.

Valeur de l'ordonnée à l'origine :

$$y = \frac{2}{3}x + b$$
$$^{-}2 = \frac{2}{3}(1) + b$$
$$^{-}2 = \frac{2}{3} + b$$
$$^{-}2 - \frac{2}{3} = b$$
$$\frac{^{-}8}{3} = b$$

L'équation de la droite est $y = \frac{2}{3}x - \frac{8}{3}$.

b) Si la droite est perpendiculaire, la pente de la droite est $\frac{1}{6}$.

Étant donné que la droite a la même ordonnée à l'origine, soit $^{-}3$, alors l'équation de la droite est $y = \frac{1}{6}x - 3$.

c) Pente de la droite d'équation $3x - 12y + 16 = 0$:

$$3x - 12y = {}^{-}16$$
$$^{-}12y = {}^{-}3x - 16$$
$$y = \frac{1}{4}x + \frac{4}{3}$$

La pente est $\frac{1}{4}$.

Valeur de l'abscisse à l'origine de la droite d'équation $14x - 13y - 52 = 0$:

$$14x - 13(0) - 52 = 0$$
$$14x - 52 = 0$$
$$14x = 52$$
$$x = \frac{26}{7}$$

Valeur de l'ordonnée à l'origine :

$$y = \frac{1}{4}x + b$$
$$0 = \frac{1}{4}\left(\frac{26}{7}\right) + b$$
$$0 = \frac{13}{14} + b$$
$$0 - \frac{13}{14} = b$$
$$\frac{^{-}13}{14} = b$$

L'équation de la droite est $y = \frac{1}{4}x - \frac{13}{14}$.

Manuel • p. 166

11. Pente variable

Niveau de difficulté : moyen

Pente

La pente d'une droite dont l'équation est sous la forme générale correspond à $\frac{^{-}A}{B}$.

Pente de la droite d'équation $3x - 2y - 5 = 0$:

$$\frac{^{-}A}{B} = \frac{^{-}3}{^{-}2} = \frac{3}{2}$$

a) Deux droites parallèles ont la même pente.

$$\frac{^{-}k}{^{-}6} = \frac{3}{2}$$
$$^{-}2k = {}^{-}18$$
$$k = 9$$

b) Le produit des pentes de deux droites perpendiculaires est $^{-}1$.

$$\left(\frac{^{-}k}{^{-}6}\right) \cdot \left(\frac{3}{2}\right) = {}^{-}1$$
$$\frac{^{-}3k}{^{-}12} = {}^{-}1$$
$$^{-}3k = 12$$
$$k = {}^{-}4$$

12. Du pareil au même

Niveau de difficulté : moyen

Point de partage : le point milieu

Jules

$$M\left(x_1 + \frac{\Delta x}{2}, y_1 + \frac{\Delta y}{2}\right)$$
$$M\left(x_1 + \frac{x_2 - x_1}{2}, y_1 + \frac{y_2 - y_1}{2}\right)$$
$$M\left(\frac{2x_1}{2} + \frac{x_2 - x_1}{2}, \frac{2y_1}{2} + \frac{y_2 - y_1}{2}\right)$$
$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

Ceci correspond à l'expression qu'a trouvée Vera.

Ariane

$$M\left(x_2 - \frac{\Delta x}{2}, y_2 + \frac{\Delta y}{2}\right)$$
$$M\left(x_2 - \frac{x_2 - x_1}{2}, y_2 - \frac{y_2 - y_1}{2}\right)$$
$$M\left(\frac{2x_2}{2} - \frac{x_2 - x_1}{2}, \frac{2y_2}{2} - \frac{y_2 - y_1}{2}\right)$$
$$M\left(\frac{2x_2 - x_2 + x_1}{2}, \frac{2y_2 - y_2 + y_1}{2}\right)$$
$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

Ceci correspond à l'expression qu'a trouvée Vera.

13. Un losange n'est pas toujours un carré

Niveau de difficulté : moyen

Distance entre deux points

a) $d(P_1, P_2) = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}$

$d(P_1, P_2) = \sqrt{19{,}4^2 + 19{,}4^2}$

$d(P_1, P_2) \approx 27{,}4$

La distance entre le marbre et le 1er but est d'environ 27,4 m.

b) **1)** Les coordonnées du 1er but sont (19,4, 19,4) et les coordonnées du monticule sont (0, 18,4).

On calcule la distance entre le 1er but et le monticule :

$d(B, M) = \sqrt{(0 - 19{,}4)^2 + (18{,}4 - 19{,}4)^2}$

$d(B, M) = \sqrt{377{,}36}$

$d(B, M) \approx 19{,}43$

La distance entre le monticule et le 1er but est environ 19,43 m.

2) Les coordonnées du 2e but sont (0, 38,8) et les coordonnées du monticule sont (0, 18,4).

On calcule la distance entre le 2e but et le monticule :

$d(B, M) = \sqrt{(0 - 0)^2 + (18{,}4 - 38{,}8)^2}$

$d(B, M) = \sqrt{416{,}16}$

$d(B, M) \approx 20{,}4$

La distance entre le monticule et le 2e but est 20,4 m.

Manuel • p. 167

14. Du centre aux extrémités

Niveau de difficulté : élevé

Point de partage d'un segment : le point milieu

M(3, 4) est le point milieu du segment AB.

T($^-3$, 1) est situé au tiers de $\overline{AB}$ à partir de A.

Les points A et B sont situés sur la droite MN.

L'accroissement des abscisses du point T au point M est de 6 unités et représente le $\frac{1}{6}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)$ des accroissements des abscisses entre les points A et B à partir de A. Autrement dit, l'accroissement des abscisses du point $A(x_1, y_1)$ au point $B(x_2, y_2)$ est de 36 unités.

Ainsi, $3 = x_1 + \frac{1}{2} \cdot 36$ | $3 = x_2 - \frac{1}{2} \cdot 36$

$x_1 = 3 - 18$ | $x_2 = 3 + 18$

$x_1 = {}^-15$ | $x_2 = 21$

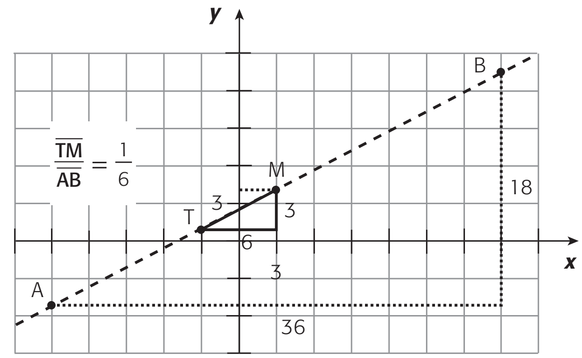
De même, l'accroissement des ordonnées du point T au point M est de 3 unités et représente le $\frac{1}{6}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)$ des accroissements des ordonnées entre les points A et B à partir de A. Autrement dit, l'accroissement des ordonnées du point A au point B est de 18 unités.

Ainsi, $4 = y_1 + \frac{1}{2} \cdot 18$ | $4 = y_2 - \frac{1}{2} \cdot 18$

$y_1 = 4 - 9$ | $y_2 = 4 + 9$

$y_1 = {}^-5$ | $y_2 = 13$

Les coordonnées du point A sont ($^-15$, $^-5$) et celles du point B, (21, 13).

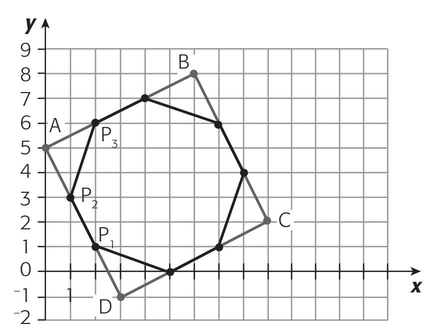


15. Angles isométriques

Niveau de difficulté : moyen

Point de partage d'un segment, distance entre deux points, propriétés d'objets géométriques

a) Un octogone est régulier lorsque tous ses angles et tous ses côtés sont isométriques. Comme on sait que tous les angles de l'octogone rouge sont isométriques, il ne reste qu'à vérifier si ses côtés le sont aussi.



Mesure d'un côté de l'octogone :

$d(P_1, P_2) = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}$

$d(P_1, P_2) = \sqrt{(^-1)^2 + 2^2}$

$d(P_1, P_2) \approx 2{,}24$ unités

Mesure d'un autre côté de l'octogone :

$d(P_2, P_3) = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}$

$d(P_2, P_3) = \sqrt{1^2 + 3^2}$

$d(P_2, P_3) \approx 3{,}16$ unités

Les côtés de l'octogone ne sont pas tous isométriques. Donc, l'octogone n'est pas régulier.

b) $2{,}24 + 2{,}24 + 2{,}24 + 2{,}24 + 3{,}16 + 3{,}16 + 3{,}16 + 3{,}16 \approx 21{,}6$

Le périmètre de l'octogone est d'environ 21,6 unités.

16. **Échelle de secours**

Niveau de difficulté : élevé

Point de partage d'un segment : le point milieu

a) La relation de Pythagore permet de déterminer la distance entre l'immeuble et l'extrémité inférieure de l'échelle :

$\sqrt{12{,}5^2 - 12^2} = 3{,}5$ m

Les coordonnées de l'extrémité inférieure de l'échelle sont (3,5, 0).

b) Puisque l'échelle compte 9 barreaux qui la partagent en 10 parties isométriques, le cinquième barreau est au centre de celle-ci.

$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

$M\left(\frac{3{,}5 + 0}{2}, \frac{0 + 12}{2}\right)$

$M(1{,}75, 6)$

Les coordonnées du cinquième barreau à partir de l'extrémité inférieure de l'échelle sont (1,75, 6).

c) Lorsqu'elle a gravi le quart de la distance qu'il reste à gravir, la pompière se trouve au $\frac{1}{5}$ de l'échelle à partir de l'extrémité inférieure de celle-ci.

$B\left(3{,}5 + \frac{1}{5} \cdot (^-3{,}5), 0 + \frac{1}{5} \cdot 12\right)$

$B(2{,}8, 2{,}4)$

Les coordonnées du barreau sont (2,8, 2,4).

Manuel • p. 168

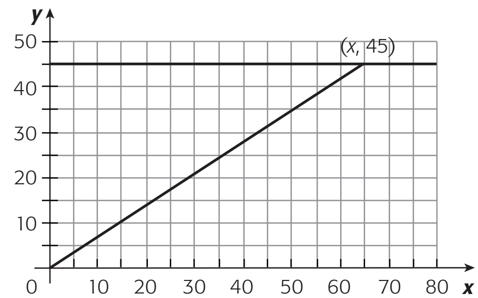
17. **À rebours**

Niveau de difficulté : moyen

Pente

La pente de la droite que forme le support doit être de $\frac{2}{3}$.

Si l'on représente la situation dans un plan cartésien dont l'origine est l'endroit où sera fixé le support au mur de la maison, on obtient ceci :



On détermine la valeur de x à l'aide de l'équation de la pente :

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{45 - 0}{x - 0} = \frac{2}{3}$$

$$x = 67{,}5$$

On détermine la longueur du support de métal à l'aide de la relation de Pythagore :

$\sqrt{45^2 + 67{,}5^2} \approx 81{,}12$

La longueur du support de métal est d'environ 81,12 cm.

18. **Symétrique**

Niveau de difficulté : moyen

Équation d'une droite

Pour calculer l'abscisse à l'origine, on remplace y par 0 et on isole x. Pour calculer l'ordonnée à l'origine, on remplace x par 0 et on isole y.

① $\frac{x}{4} + \frac{y}{2} = 1$ | $\frac{x}{4} + \frac{y}{2} = 1$

$\frac{x}{4} + \frac{0}{2} = 1$ | $\frac{0}{4} + \frac{y}{2} = 1$

$\frac{x}{4} = 1$ | $\frac{y}{2} = 1$

$x = 4$ | $y = 2$

L'abscisse à l'origine et l'ordonnée à l'origine de la droite ① sont respectivement 4 et 2.

② $\frac{x}{3} - \frac{y}{2} = 1$ | $\frac{x}{3} - \frac{y}{2} = 1$

$\frac{x}{3} - \frac{0}{2} = 1$ | $\frac{0}{3} - \frac{y}{2} = 1$

$\frac{x}{3} = 1$ | $\frac{^-y}{2} = 1$

$x = 3$ | $y = {}^-2$

L'abscisse à l'origine et l'ordonnée à l'origine de la droite ② sont respectivement 3 et $^-2$.

$③\ \frac{^-x}{5} + \frac{y}{\frac{1}{2}} = 1$ $\qquad \frac{^-x}{5} + \frac{y}{\frac{1}{2}} = 1$

$\frac{^-x}{5} + \frac{0}{\frac{1}{2}} = 1$ $\qquad \frac{^-0}{3} + \frac{y}{\frac{1}{2}} = 1$

$\frac{^-x}{5} = 1$ $\qquad \frac{y}{\frac{1}{2}} = 1$

$x = {^-5}$ $\qquad y = \frac{1}{2}$

L'abscisse à l'origine et l'ordonnée à l'origine de la droite ③ sont respectivement $^-5$ et $\frac{1}{2}$.

Dans une équation de la forme $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$, l'abscisse à l'origine correspond à a et l'ordonnée à l'origine correspond à b.

19. **Géométrique**

Niveau de difficulté : moyen

Distance entre deux points, propriétés d'objets géométriques

a) Mesure de chaque côté du triangle **RST** :

$d(\mathbf{R}, \mathbf{S}) = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}$
$d(\mathbf{R}, \mathbf{S}) = \sqrt{8^2 + 0^2}$
$d(\mathbf{R}, \mathbf{S}) = 8$ unités

$d(\mathbf{T}, \mathbf{S}) = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}$
$d(\mathbf{T}, \mathbf{S}) = \sqrt{4^2 + 8^2}$
$d(\mathbf{T}, \mathbf{S}) = \sqrt{80}$

$d(\mathbf{R}, \mathbf{T}) = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}$
$d(\mathbf{R}, \mathbf{T}) = \sqrt{4^2 + (^-8)^2}$
$d(\mathbf{R}, \mathbf{T}) = \sqrt{80}$

Le triangle **RST** est isocèle, car il a deux côtés isométriques.

b) Si l'on considère le côté **RS** comme la base du triangle, la hauteur de celui-ci mesure également 8 unités (la distance entre **T** et le point milieu de la base ($^-1$, 5)).

$A_{triangle} = \frac{b \cdot h}{2}$

$A_{triangle} = \frac{8 \cdot 8}{2}$

$A_{triangle} = 32$

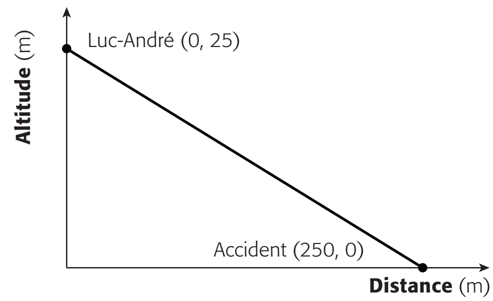
L'aire du triangle **RST** est de 32 unités carrées.

20. **Journaliste en herbe**

Niveau de difficulté : faible

Équation d'une droite

a)



b) $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{^-25}{250} = {^-0,1}$

L'équation qui modélise la ligne de visée du télescope de Luc-André est $y = {^-0,1}x + 25$.

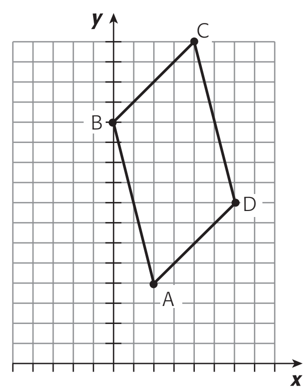
Manuel • p. 169

21. **Du parallélogramme au carré**

Niveau de difficulté : élevé

Propriétés d'objets géométriques

Remarque : Au numéro 21 de la page 169 du manuel, on devrait voir la figure suivante :



Plusieurs réponses sont possibles. *Exemple :*

On suppose que le pas de graduation de l'axe des abscisses est 1 et que celui de l'axe des ordonnées est k. Les coordonnées des sommets du quadrilatère **ABCD** sont donc **A**(2, 4k), **B**(0, 12k), **C**(4, 16k) et **D**(6, 8k).

On calcule la distance entre les sommets à l'aide de la formule $d(\mathbf{A}, \mathbf{B}) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$.

Puisque la figure **ABCD** est un carré, d(**A**, **B**) = d(**A**, **D**).

On détermine la valeur de k :

$$\sqrt{(0-2)^2+(12k-4k)^2}=\sqrt{(6-2)^2+(8k-4k)^2}$$
$$4+64k^2=16+16k^2$$
$$48k^2=12$$
$k = 0{,}5$ (on rejette la solution négative)

Les coordonnées des sommets du quadrilatère **ABCD** sont **A**(2, 2), **B**(0, 6), **C**(4, 8) et **D**(6, 4).

On vérifie ensuite que le quadrilatère **ABCD** est un carré.

On calcule la pente des côtés :

Pente de $\overline{AB} = {}^-2$ Pente de $\overline{CD} = {}^-2$

Pente de $\overline{AD} = \frac{1}{2}$ Pente de $\overline{BC} = \frac{1}{2}$

Les pentes montrent qu'il s'agit d'un parallélogramme dont les côtés sont perpendiculaires. Comme deux côtés consécutifs sont isométriques, on peut conclure que le quadrilatère **ABCD** est un carré.

22. **Deux couleurs**

Niveau de difficulté : moyen

Droite, demi-plan

a) $({}^-150, 150)$ et $({}^-50, 0)$ sont deux points appartenant à la droite.

Pente de la droite qui constitue la frontière du demi-plan :

$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{{}^-150}{100} = {}^-1{,}5$

Ordonnée à l'origine :

$y = {}^-1{,}5x + b$
$150 = {}^-1{,}5({}^-150) + b$
$150 = 225 + b$
${}^-75 = b$

L'équation de la droite qui constitue la frontière du demi-plan est $y = {}^-1{,}5x - 75$.

Puisque la droite est en tirets et que la région hachurée s'étend vers le bas, toutes les valeurs inférieures à ${}^-1{,}5x - 75$ font partie de cette région.

L'inéquation qui décrit la zone vaporisée (la zone bleue) est $y < {}^-1{,}5x - 75$.

b) Équation de la droite passant par (150, 100) et (100, 300) (la zone rouge) :

Pente de la droite :

$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{200}{{}^-50} = {}^-4$

Ordonnée à l'origine :

$y = {}^-4x + b$
$100 = {}^-4(150) + b$
$100 = {}^-600 + b$
$700 = b$

L'équation de la droite qui constitue la frontière du demi-plan est $y = {}^-4x + 700$.

Puisque la droite est en tirets et que la région hachurée s'étend vers le haut, toutes les valeurs supérieures à ${}^-4x + 700$ font partie de cette région.

L'inéquation qui décrit la zone rouge est $y > {}^-4x + 700$.

Manuel • p. 170

23. **Une question de signe**

Niveau de difficulté : faible

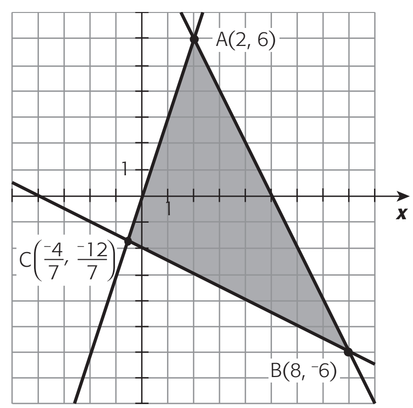
Droite, pente

Si les paramètres A et B sont de signes opposés, la pente est positive. Si les paramètres A et B sont de même signe, la pente est négative.

24. **Polygone**

Niveau de difficulté : moyen

Droite, demi-plan



25. **Plus j'avance, plus je monte**

Niveau de difficulté : élevé

Distance entre deux points

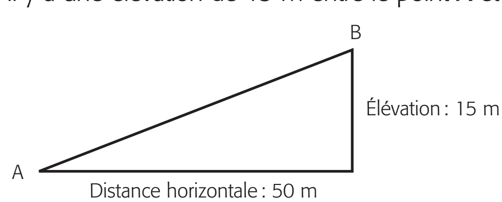
Distance horizontale du point **A** au point **B** :

$d(\mathbf{A}, \mathbf{B}) = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}$

$d(\mathbf{A}, \mathbf{B}) = \sqrt{(40)^2 + (30)^2}$

$d(\mathbf{A}, \mathbf{B}) = 50$ m

Il y a une élévation de 15 m entre le point **A** et le point **B**.



Distance sur le terrain :

$\sqrt{50^2 + 15^2} \approx 52{,}2$

La distance à parcourir sur le terrain pour se rendre du point **A** au point **B** est d'environ 52,2 m.

26. **Coordonnées variables**

Niveau de difficulté : moyen

Propriétés d'objets géométriques

a) *(voir au bas de la page)*

b) Car les propriétés ont été vérifiées à partir d'un rectangle quelconque.

Manuel • p. 171

27. **Coïncidence ?**

Niveau de difficulté : élevé

Point de partage d'un segment : le point milieu, droites parallèles, distance entre deux points, propriétés d'objets géométriques

a) Point milieu du segment **RS** :

$M_1\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

$M_1\left(\frac{0 + 5}{2}, \frac{0 + 6}{2}\right)$

$M_1(2{,}5,\ 3)$

Point milieu du segment **TU** :

$M_2\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

$M_2\left(\frac{8 + 11}{2}, \frac{6 + 0}{2}\right)$

$M_2(9{,}5,\ 3)$

Pente du segment **ST** :

$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3 - 3}{9{,}5 - 2{,}5} = \frac{0}{7} = 0$

Vérification :

Le segment reliant les points milieu des côtés non parallèles a la même pente que les bases (la pente d'une droite horizontale est zéro).

Le segment reliant les points milieu des côtés non parallèles est parallèle à chacune des bases du trapèze.

b) Longueur des segments qui constituent les bases du trapèze.

Segment **ST** :
$\Delta x = 8 - 5$
$\Delta x = 3$ unités

Segment **RU** :
$\Delta x = 11 - 0$
$\Delta x = 11$ unités

Longueur du segment reliant les points milieu des côtés non parallèles.

Segment M_1M_2 :
$\Delta x = 9{,}5 - 2{,}5$
$\Delta x = 7$ unités

Vérification :

$m\ \overline{ST} + m\ \overline{RU} = 2 \cdot m\ \overline{M_1M_2}$

$3 + 11 = 2 \cdot 7$

$14 = 14$

La somme des mesures des bases égale le double de la mesure du segment dont il est question en **a**.

28. **Central Park**

Niveau de difficulté : élevé

Droites perpendiculaires, distance entre deux points, propriétés d'objets géométriques

On peut démontrer que le quadrilatère représentant le Central Park est un rectangle à l'aide d'un tableau affirmation-justification. *(voir au haut de la page suivante)*

Réponse à la question 26 a), page 170

Affirmation	Justification
1. La mesure du segment **AC** est $\sqrt{x^2 + y^2}$.	$d(A, C) = \sqrt{(x - 0)^2 + (y - 0)^2}$ $d(A, C) = \sqrt{x^2 + y^2}$
2. La mesure du segment **BD** est $\sqrt{x^2 + y^2}$.	$d(B, D) = \sqrt{(x - 0)^2 + (0 - y)^2}$ $d(B, D) = \sqrt{x^2 + y^2}$
3. Les diagonales d'un rectangle sont isométriques.	Deux segments de même longueur sont isométriques.

Réponse à la question 28, page 171

Affirmation	Justification
1. La pente de la droite **AB** est 2.	$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{4\ 350 - 350}{2\ 000 - 0} = \frac{4\ 000}{2\ 000} = 2$
2. La pente de la droite **BC** est $\frac{^-1}{2}$.	$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{4\ 000 - 4\ 350}{2\ 700 - 2\ 000} = \frac{^-350}{700} = \frac{^-1}{2}$
3. La pente de la droite **CD** est 2.	$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{0 - 4\ 000}{700 - 2\ 700} = \frac{^-4\ 000}{^-2\ 000} = 2$
4. La pente de la droite **DA** est $\frac{^-1}{2}$.	$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{0 - 350}{700 - 0} = \frac{^-350}{700} = \frac{^-1}{2}$
5. Le segment **AD** est perpendiculaire aux segments **AB** et **CD**. Le segment **BC** est perpendiculaire aux segments **AB** et **CD**.	Le produit des pentes égale $^-1$.
6. Le quadrilatère **ABCD** est un rectangle.	Il possède quatre angles de 90°.

Manuel • p. 172

29. **Réalité virtuelle**

Niveau de difficulté : élevé

Équation d'une droite, point de partage d'un segment : le point milieu, pente, droite

Remarque : À la page 172 du manuel A, l'équation $x + 3y = 0$ devrait plutôt se lire $x - 5y = 0$.

a) On positionne d'abord la représentation de la situation dans un plan cartésien. Pour y arriver, on utilise les équations de droite et les restrictions données. On sait que l'équation $y = 0$ correspond à une droite horizontale, et que cette droite est située sur l'axe des abscisses. Comme il n'y a qu'un seul segment bleu horizontal dans la représentation, on peut tracer l'axe des abscisses. À l'aide de la restriction de cette équation, $x \in [^-31, ^-6]$, on détermine la position de l'axe des ordonnées et on le trace.

On identifie ensuite les segments bleus correspondant aux trois équations de droite connues. On sait déjà que la droite d'équation $y = 0$ correspond à l'axe des abscisses.

On sait que la droite d'équation $x = {^-30}$ est représentée par un segment bleu vertical. On peut déterminer sa position à l'aide de sa restriction.

L'équation $x - 5y = 0$ correspond à un des trois segments obliques. On élimine celui du bas puisqu'il ne correspond pas à la restriction donnée. On fait passer l'équation à la forme fonctionnelle pour connaître le signe de la pente :

$x - 5y = 0$

$^-5y = {^-x}$

$y = \frac{x}{5}$

Sachant que la pente de cette droite est positive, on peut identifier le segment bleu qui y correspond.

On détermine ensuite l'équation et la restriction des trois autres segments bleus :

L'équation du deuxième segment vertical est $x = {^-10}$ pour $y \in [^-2, 4]$.

On détermine l'équation du segment oblique du bas qui passe par les points $(^-6, ^-6)$ et $(^-12, ^-12)$:

$\frac{\Delta y}{\Delta x} = 1$

$y = x + b$

$^-6 = {^-6} + b$

$0 = b$

L'équation du segment oblique du bas est $y = x$ pour $x \in [^-12, ^-6]$.

On détermine l'équation du dernier segment passant par les points $(^-30, 12)$ et $(^-10, 4)$:

$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{^-2}{5}$

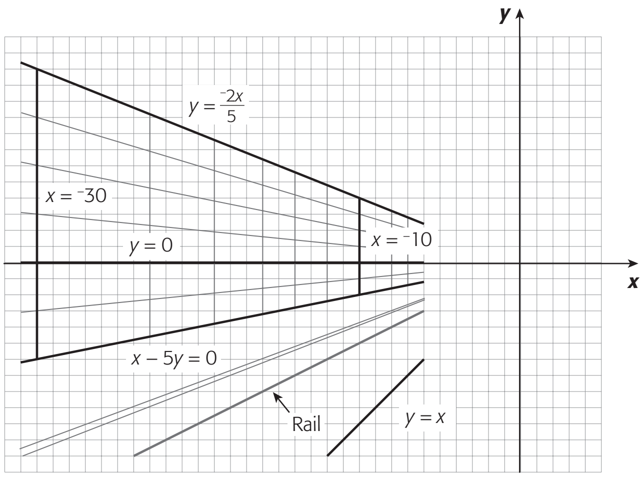
$y = \frac{^-2}{5}x + b$

$12 = \frac{^-2}{5}(^-30) + b$

$12 = 12 + b$

$0 = b$

L'équation du dernier segment est $y = \frac{^-2}{5}x$ pour $x \in [^-31, ^-6]$.



Équation	Restriction
$y = 0$	$x \in [^-31, {}^-6]$
$x = {}^-30$	$y \in [^-6, 12]$
$x - 5y = 0$	$x \in [^-31, {}^-6]$
$x = {}^-10$	$y \in [^-2, 4]$
$y = x$	$x \in [^-12, {}^-6]$
$y = \frac{^-2}{5}x$	$x \in [^-31, {}^-6]$

b) Il faut déterminer le point milieu du segment rouge.

Les coordonnées des points situés aux extrémités du segment sont $(^-24, {}^-12)$ et $(^-6, {}^-3)$.

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$M\left(\frac{(^-24) + (^-6)}{2}, \frac{(^-12) + (^-3)}{2}\right)$$

$$M(^-15, {}^-7{,}5)$$

La bouche d'égout est située au point $(^-15, {}^-7{,}5)$.