

L'étude des fonctions

Les propriétés des fonctions et les fonctions définies par parties

Chapitre

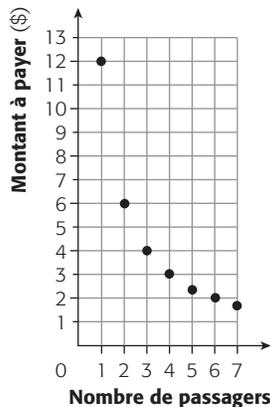
1

Entrée en matière

En contexte

Manuel • p. 4

- 15 km
 - 0,4 km/min ou 24 km/h
 - Fonction polynomiale de degré 1 ou fonction affine
 - $d = -0,4t + 15$ où t est le temps en minutes et d est la distance qu'il reste à parcourir en kilomètres
 - 37,5 minutes
- x : le nombre de personnes dans le véhicule
 y : le montant à payer par personne
 - Les deux variables peuvent être considérées comme discrètes, car le nombre de valeurs qu'elles peuvent prendre est dénombrable.
 - Fonction de variation inverse (ou fonction rationnelle de la forme $y = \frac{k}{x}$ où $k \in \mathbb{Q}$).
 - $\text{Dom } f = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
 $\text{Ima } f = \{12, 6, 4, 3, 2,40, 2, 1,71\}$
 - Décroissante, car plus la valeur de la variable x augmente, plus celle de y diminue.
 - Le coût par personne qui a recours au covoiturage**



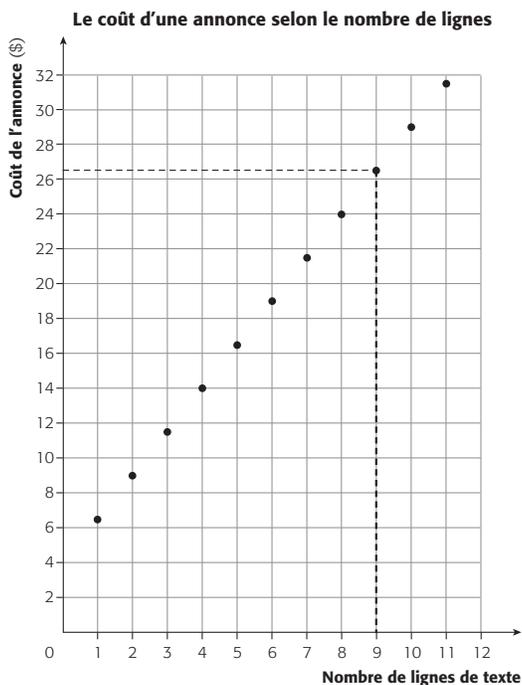
Manuel • p. 5

- Forfait A: graphique ①
Forfait B: graphique ③
Forfait C: graphique ②
 - Le montant à payer initialement, au moment de la location
 - Plusieurs réponses sont possibles. *Exemple*:
 - Une personne peut choisir le forfait A si elle veut faire une promenade en ville (la distance parcourue est de moins de 100 km).
 - Une personne peut choisir le forfait B si elle veut visiter de la famille dans une ville voisine (la distance parcourue est entre 100 et 150 km).
 - Une personne peut choisir le forfait C si elle veut faire le tour du Québec (la distance parcourue dépasse 150 km).
 - 0,50 \$/km
 - 0,40 \$/km
 - Forfait A: 80 \$
Forfait B: 80 \$
Forfait C: 100 \$

Manuel • p. 6

- 3 mètres
 - 2,5 secondes
 - [2,5, 6,5]
 - Non, car il y aurait deux temps possibles pour une hauteur de 4 mètres, par exemple.
- $x = 6$
 - $x = -6$
 - $x = \frac{1}{5}$
- 10
 - $\frac{1}{5}$
 - 1
- f : fonction de variation inverse: $f(x) = \frac{12}{x}$
 g : fonction affine: $g(x) = -2x + 6$
 h : fonction linéaire: $h(x) = \frac{1}{2}x$
 i : fonction constante: $i(x) = 10$
 - $f(4) = 3$
 - $g(8) = -10$
 - $h(14) = 7$
 - $i(0) = 10$

5. a) Variable indépendante (x):
le nombre de lignes de texte
- Variable dépendante (y): le coût d'une annonce publicitaire en dollars
- b) Les deux variables sont discrètes.
- c) $y = 2,5x + 4$
- d) Neuf lignes



Section 1 Les propriétés des fonctions

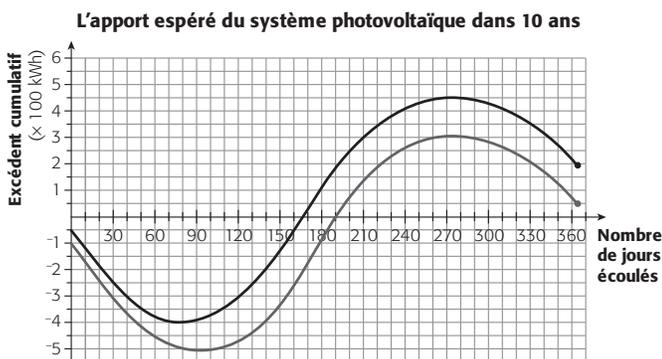
Transformer la lumière en électricité



Manuel • p. 7

Il faut déplacer la courbe vers le haut et avoir 40 jours de plus dans la période de croissance de la fonction.

Plusieurs réponses sont possibles. Exemple : Avoir une croissance qui débute 20 jours plus tôt et qui se termine 20 jours plus tard.



ACTIVITÉ

D'EXPLORATION ① Une excursion en mer

Manuel • p. 8

- A** Les valeurs des variables peuvent être négatives parce qu'elles correspondent dans ces cas aux moments et aux hauteurs où la baleine est sous l'eau.
- B** Deux secondes
- C** $\text{Dom } h = [-0,5, 2,3]$ $\text{Ima } h = [-6,25, 5]$
- D** La variable indépendante « temps » et la variable dépendante « hauteur » sont deux variables continues.
- E** Variable continue

Manuel • p. 9

- F** Les deux variables sont discrètes.
- G** $\text{Dom } f = \{1, 2, 3, \dots, 35, 36\}$ $\text{Ima } f = \{1, 2, 3\}$
- H** Le domaine de la réciproque de f est $\{1, 2, 3\}$. L'image de la réciproque est $\{1, 2, 3, \dots, 35, 36\}$.
- I** Le domaine de la réciproque de la fonction f est l'image de la fonction et vice-versa.
- J** La notation sous forme d'intervalle n'est pas appropriée, car les variables sont discrètes.
- K** La réciproque de cette fonction n'est pas une fonction car, dans un canot, il peut y avoir plusieurs passagers.

Ai-je bien compris?

1. a) $\text{Dom} = \mathbb{R}_+$ $\text{Ima} = \mathbb{R}_+$
- b) $\text{Dom} = \{2, 3, 4, 6\}$ $\text{Ima} = \{2, 3, 4, 6\}$
2. Le domaine de la réciproque de f est $[0, 10]$.
L'image de la réciproque est $[0, 6]$.

ACTIVITÉ

D'EXPLORATION ② Un tour de montagnes russes

Manuel • p. 10

- A** L'ordonnée à l'origine est 8 mètres. Elle correspond à la hauteur du manège au début du parcours.
- B** Les abscisses à l'origine sont 102 secondes et 108 secondes. Elles correspondent au moment où le train entre dans le tunnel sous l'eau et au moment où il en ressort.
- C** Pour chaque valeur du domaine d'une fonction, il ne peut y avoir plus d'une image (le train de voitures ne peut pas être à deux hauteurs différentes au même moment). Par contre, plusieurs éléments du domaine peuvent avoir la même image (la voiturette peut être plusieurs fois à la même hauteur à des moments différents).

D Ces intervalles correspondent aux moments où le train de voitures est au-dessus du niveau de l'eau.

E [102, 108]

Manuel • p. 11

F Elle entrera dans l'eau après 30 secondes et en ressortira 10 secondes plus tard, soit 40 secondes après le départ du train.

G Les deux hauteurs sont de 0 mètre (abscisses à l'origine).

H La fonction est positive sur les intervalles [0, 30] et [40, 70].
La fonction est négative sur l'intervalle [30, 40].

I Les abscisses à l'origine

Ai-je bien compris?

(voir au bas de la page)

ACTIVITÉ

D'EXPLORATION ③ Réutiliser l'eau de pluie

Manuel • p. 12

A Pour chaque heure de la journée, il n'y a qu'une seule valeur de volume d'eau.

B 1) On a utilisé l'eau de pluie de 8 h 00 à 8 h 30, de 11 h 00 à 12 h 00 et de 18 h 00 à 18 h 30.

2) Il a plu de 2 h 00 à 4 h 00 et de 12 h 00 à 16 h 00.

C 1) Constante: $[0, 2] \cup [4, 8] \cup [8,5, 11] \cup [16, 18] \cup [18,5, 24]$

2) Strictement croissante: $[2, 4] \cup [12, 16]$

3) Strictement décroissante: $[8, 8,5] \cup [11, 12] \cup [18, 18,5]$

D La constance représente les moments où il ne pleut pas et où on ne prend pas d'eau. La croissance stricte représente les moments où il pleut. La décroissance stricte représente les moments où on utilise l'eau du récupérateur.

E Le niveau maximal du récupérateur d'eau est de 350 L. Le niveau minimal du récupérateur d'eau est de 100 L.

Manuel • p. 13

F Le maximum est de 2,5 mm. Le minimum est de 0.

G Croissante pour $x \in [0, 40]$
Décroissante pour $x \in [25, 80]$

H $[0, 40] \cap [25, 80] = [25, 40]$ Cet intervalle représente le moment où le niveau d'eau est constant.

Ai-je bien compris?

1.	Fonction	a)		b)	
		Maximum	Minimum	Croissance	Décroissance
	①	2	Aucun	Jamais	$[-3, +\infty[$
	②	Aucun	-3	$[1, +\infty[$	$]-\infty, 1]$

2. a) Vrai. Plus x augmente, plus y diminue (taux de variation négatif d'une fonction affine).

b) Vrai. Une fonction constante est une fonction croissante et décroissante.

Réponses à la question Ai-je bien compris, page 11

Fonction	a)		b)	
	1)	2)	Positive	Négative
	Ordonnée à l'origine	Abscisse(s) à l'origine		
①	-4	-8 et 6	$x \in]-\infty, -8] \cup [6, 9]$	$x \in [-8, 6]$
②	-45	9	$x \in [9, +\infty[$	$x \in]-\infty, 9]$
③	92	$11\frac{1}{2}$	$x \in]-\infty, 11\frac{1}{2}]$	$x \in [11\frac{1}{2}, +\infty[$

Mise en pratique

Manuel • p. 16

1. Niveau de difficulté : faible

Fonction	Domaine	Image
a)	$]0, 3]$	$[0, 6[$
b)	$\{0, 1, 2, 3, 4\}$	$\{-2, 0, 2, 4, 6\}$
c)	$\{1, 2, 3\}$	$\{0, 2, 4\}$
d)	\mathbb{R}	\mathbb{R}
e)	\mathbb{R}	3
f)	$[-2, 4[$	$[-2, 1[$

2. Niveau de difficulté : faible

- a) $f(x) = 2x + 9$, où x est le nombre de voitures que Jonathan gare en une heure et $f(x)$ est son salaire horaire en dollars.
- b) Si on suppose que Jonathan gare au plus 8 voitures en une heure :
 Dom $f = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
 Ima $f = \{9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25\}$

3. Niveau de difficulté : faible

- a) $f(x) = \frac{240}{x}$ b) Dom $f = \mathbb{R}_+$ Ima $f = \mathbb{R}_+$

Manuel • p. 17

4. Niveau de difficulté : faible

Domaine de la réciproque de $f =]-\infty, 2[$
 Image de la réciproque de $f = \mathbb{R}$

5. Niveau de difficulté : faible

(voir au bas de la page)

6. Niveau de difficulté : faible

		f	f^{-1}
a)	1)	Dom	$[2, +\infty[$
		Ima	$[-3, +\infty[$
2)		Abscisse à l'origine	3
		Ordonnée à l'origine	Aucune

- b) Le domaine de la fonction est l'image de sa réciproque et l'image de la fonction est le domaine de sa réciproque.
 De même, l'abscisse à l'origine de l'un est l'ordonnée à l'origine de l'autre.

7. Niveau de difficulté : faible

	a) $f(x)$	b) $g(x)$	c) $h(x)$
Positive	$x \in [0, 6]$	$x \in [1, 5]$	Jamais
Négative	$\{0\}$	$x \in]-\infty, 1] \cup [5, +\infty[$	$x \in [-16, 24]$

Manuel • p. 18

8. Niveau de difficulté : faible.

- a) Les fonctions ① et ③ sont croissantes sur tout leur domaine.
- b) Les fonctions ① et ③ sont toujours positives sur leur domaine.
 Les fonctions ② et ④ sont toujours négatives sur leur domaine.

9. Niveau de difficulté : faible

L'affirmation ②. Les deux fonctions sont croissantes, mais la fonction g n'est pas strictement croissante puisqu'elle est constante sur un certain intervalle du domaine.

10. Niveau de difficulté : faible

- a) 1) $[7, 11]$
 2) $[16, 22]$

Réponses à la question 5, page 17

		① $h(x) = -3x - 51$	② $g(x) = 6x - 39$	③ Courbe $f(x)$
a)	1) Ordonnée à l'origine	-51	-39	-4
	2) Zéro	-17	$6\frac{1}{2}$	-2 et 7
b)	Positive	$x \in]-\infty, -17]$	$x \in [6\frac{1}{2}, +\infty[$	$x \in [-9, -2] \cup [7, +\infty[$
	Négative	$x \in [-17, +\infty[$	$x \in]-\infty, 6\frac{1}{2}]$	$x \in [-2, 7]$

- b) 1) L'intervalle de temps pendant lequel le cerf-volant est en ascension continue.
 2) L'intervalle de temps pendant lequel le cerf-volant demeure à la même hauteur.
 c) $\text{Max } f = 8$: la hauteur maximale atteinte par le cerf-volant.
 $\text{Min } f = 0$: le cerf-volant est au sol.

Manuel • p. 19

11. Niveau de difficulté: faible

- a) f b) g c) f
 d) h e) h f) g

12. Niveau de difficulté: moyen

a) On détermine la valeur de $f(x)$ lorsque $x = 350$.
 $f(350) = 60 - 0,09(350) = 28,5$
 Après 350 km, il reste 28,5 L d'essence dans le réservoir.

b) 1) 60 L 2) La capacité du réservoir

c) 1) On détermine l'abscisse à l'origine de la fonction.

$$0 = 60 - 0,09x$$

$$x = \frac{-60}{-0,09}$$

$$x = 666,6\bar{6} \text{ km}$$

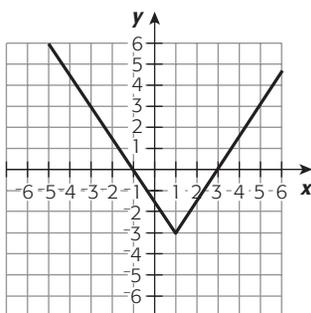
L'abscisse à l'origine de la fonction f est environ 666,67.

2) La distance parcourue après que la voiture a consommé toute l'essence que peut contenir le réservoir.

d) 1) $[0, 666,67]$ 2) Sur tout son domaine

13. Niveau de difficulté: moyen

Plusieurs réponses sont possibles. *Exemple:*



Manuel • p. 20

14. Niveau de difficulté: moyen

a) Au début de l'expérience, l'eau à l'état solide est à -40°C . Deux minutes plus tard, elle est à 0°C . Cette température reste constante pendant 3 minutes. Elle croît ensuite à raison de 20°C par minute, et ce, jusqu'à atteindre la température de 100°C . Elle demeure à 100°C pendant 3 minutes pour ensuite croître à nouveau après 14 minutes.

b) $\text{Dom } f = \{0, 1, 2, 3, \dots, 14\}$
 $\text{Ima } f = \{-40, -20, 0, 20, 40, 60, \dots, 120\}$
 Ordonnée à l'origine: -40
 Abscisse à l'origine: $\{2, 3, 4, 5\}$
 Fonction croissante sur tout son domaine
 Fonction décroissante sur $\{2, 3, 4, 5\} \cup \{10, 11, 12, 13\}$
 $\text{Min } f = -40$ $\text{Max } f = 120$
 Positive pour $x \in \{2, 3, 4, \dots, 14\}$
 Négative pour $x \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

15. Niveau de difficulté: moyen

a) $\text{Dom } f = [0, 36]$ $\text{Ima } f = [-4, 10]$
 b) Ordonnée à l'origine: -3
 c) Abscisse à l'origine: 6
 d) 1) Positive pour $x \in [6, 36]$
 2) Négative pour $x \in [0, 6]$
 e) $\text{Min } f = -4$ $\text{Max } f = 10$
 f) Croissante pour $x \in [2, 10] \cup [15, 36]$
 Décroissante pour $x \in [0, 2] \cup [10, 15]$

Section 2 Les fonctions définies par parties: la fonction en escalier

Le vent dans les pales



Manuel • p. 21

Masse salariale dans trois ans selon l'option ①:

(voir au haut de la page suivante)

Masse salariale dans trois ans selon l'option ②:

(voir au haut de la page suivante)

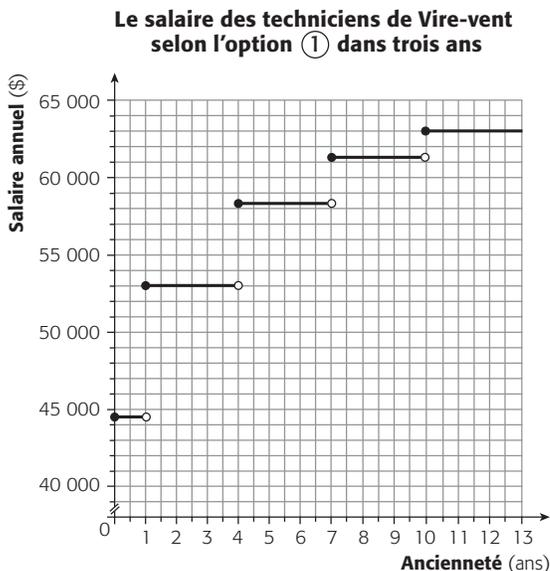
Ancienneté	Nombre de techniciens	Salaire actuel (\$)	Augmentation (%)	Nouveau salaire (\$)	Masse salariale (\$)
[0, 1[15	42 000,00	6	44 520,00	667 800
[1, 4[54	50 000,00	6	53 000,00	2 862 000
[4, 7[31	55 000,00	6	58 300,00	1 807 300
[7, 10[14	58 000,00	6	61 480,00	860 720
[10, +∞[46	60 000,00	5	63 000,00	2 898 000
Total	160				9 095 820
Salaire moyen					56 848,88

Ancienneté	Nombre de techniciens	Salaire actuel (\$)	Augmentation (\$)	Nouveau salaire (\$)	Masse salariale (\$)
[0, 1[15	42 000	3 200	45 200	678 000
[1, 4[54	50 000	3 200	53 200	2 872 800
[4, 7[31	55 000	3 200	58 200	1 804 200
[7, 10[14	58 000	3 200	61 200	856 800
[10, +∞[46	60 000	3 200	63 200	2 907 200
Total	160				9 119 000
Salaire moyen					56 993,75

Conclusion :

L'option ① offre la plus petite augmentation de la masse salariale (environ 144 \$ de moins par technicien).

Graphique de l'échelle salariale associée à l'option ① :



ACTIVITÉ

D'EXPLORATION ① Une journée au zoo

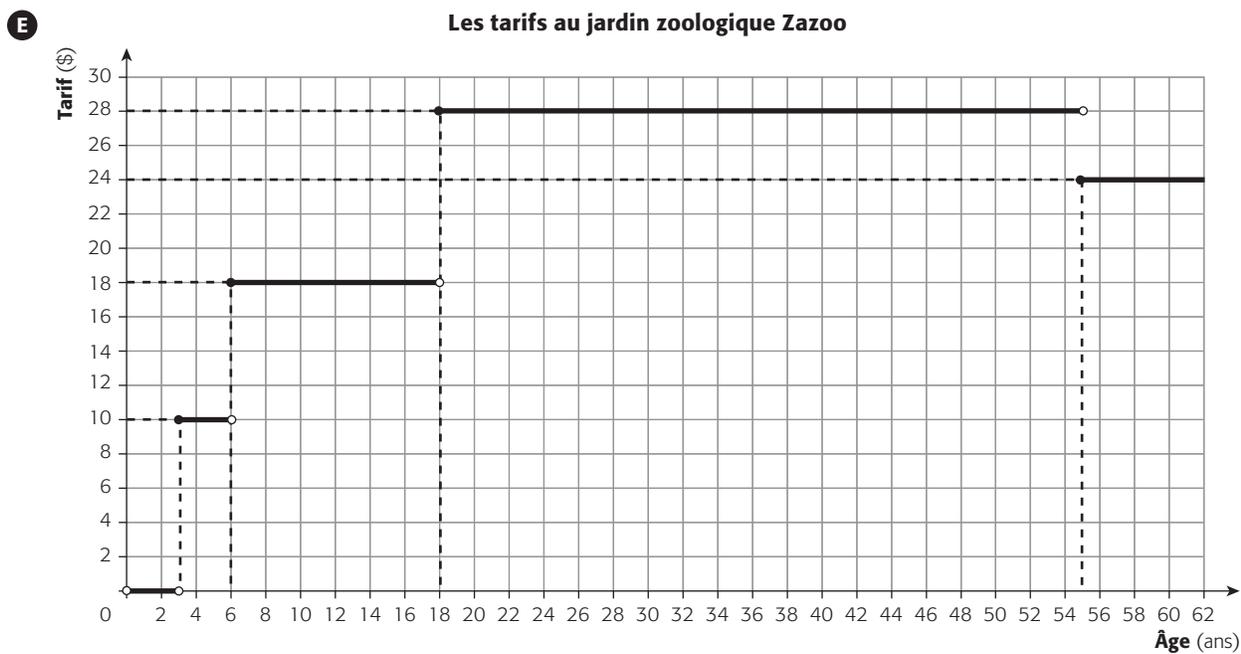
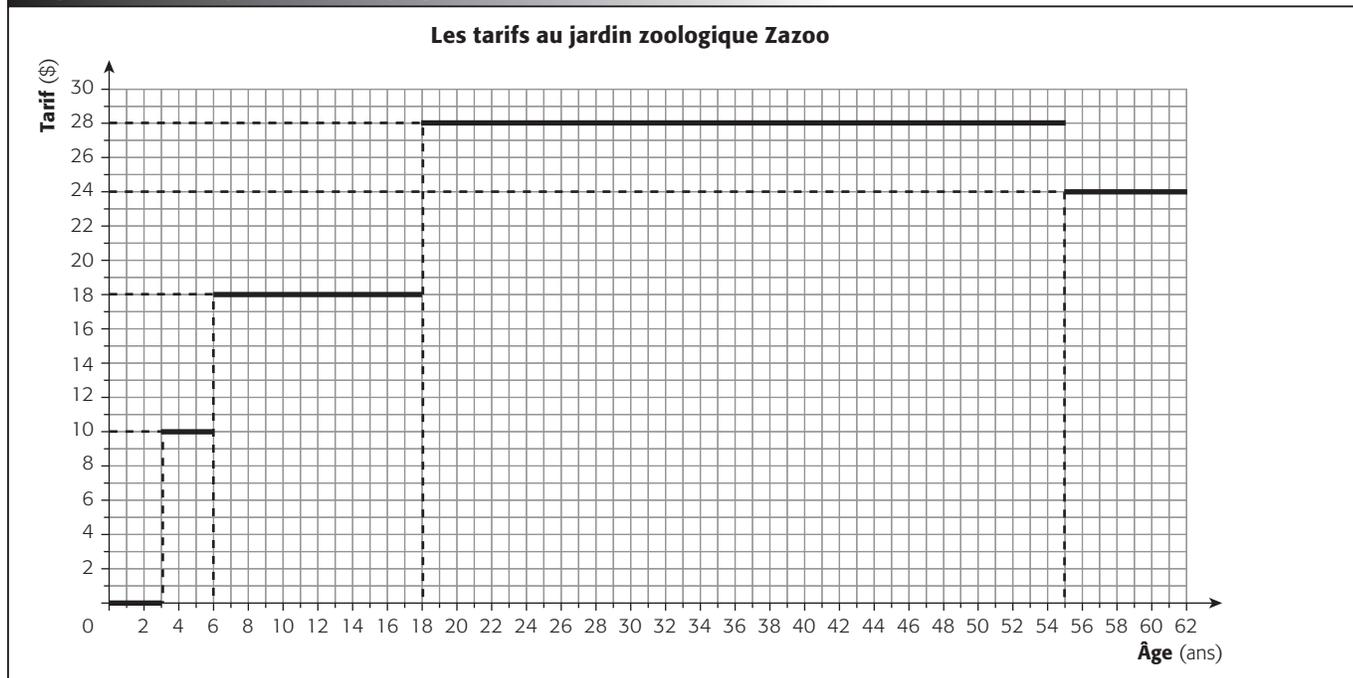
Manuel • p. 22

- A**
- 1) 18 \$
 - 2) 28 \$
 - 3) 10 \$
 - 4) 28 \$

B Les tarifs d'entrée au jardin zoologique Zazoo

Âge (années)	Tarif (\$)
]0, 3[0
[3, 6[10
[6, 18[18
[18, 55[28
[55, +∞[24

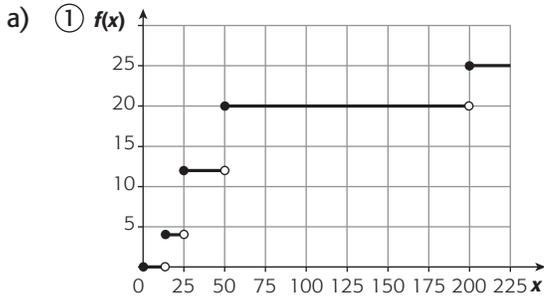
- C** (voir au haut de la page suivante)
- D** {3, 6, 18, 55}



- F** 1) $\text{Dom } f =]0, +\infty[$
 2) $\text{Ima } f = \{0, 10, 18, 24, 28\}$
 3) Abscisses à l'origine: $]0, 3[$
 4) Ordonnée à l'origine: aucune

G Aucune

Ai-je bien compris?



②

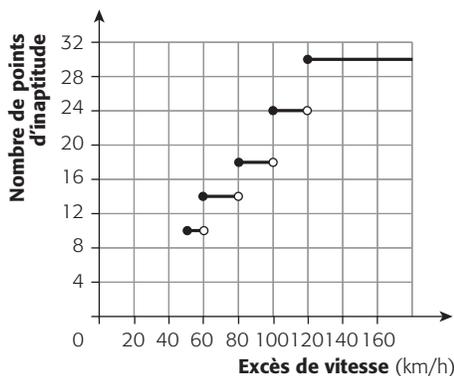
x	$g(x)$
$]0, 4]$	0
$]4, 8]$	5
$]8, 12]$	9
$]12, 16]$	12
$]16, 24]$	13

- b) ① $\text{Dom } f = [0, +\infty[$ ou \mathbb{R}_+
 $\text{Ima } f = \{0, 4, 12, 20, 25\}$
- ② $\text{Dom } g =]0, 24]$
 $\text{Ima } g = \{0, 5, 9, 12, 13\}$

ACTIVITÉ D'EXPLORATION ② Pour freiner les pieds pesants

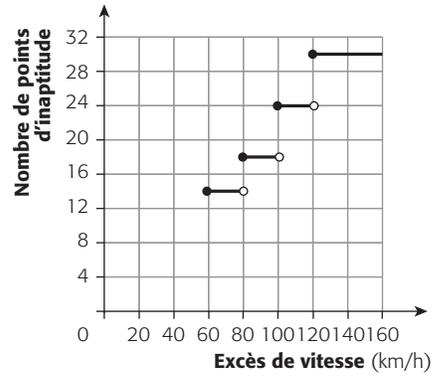
Manuel • p. 24

- A** Fonction constante
- B** $\text{Dom } f = [40, +\infty[$
 $\text{Ima } f = \{6, 10, 14, 18, 24, 30\}$
- C** Les points d'inaptitude pour grand excès de vitesse dans une zone 2



$$g(x) = \begin{cases} 10 & \text{pour } 50 \leq x < 60 \\ 14 & \text{pour } 60 \leq x < 80 \\ 18 & \text{pour } 80 \leq x < 100 \\ 24 & \text{pour } 100 \leq x < 120 \\ 30 & \text{pour } x \geq 120 \end{cases}$$

Les points d'inaptitude pour grand excès de vitesse dans une zone 3



$$h(x) = \begin{cases} 14 & \text{pour } 60 \leq x < 80 \\ 18 & \text{pour } 80 \leq x < 100 \\ 24 & \text{pour } 100 \leq x < 120 \\ 30 & \text{pour } x \geq 120 \end{cases}$$

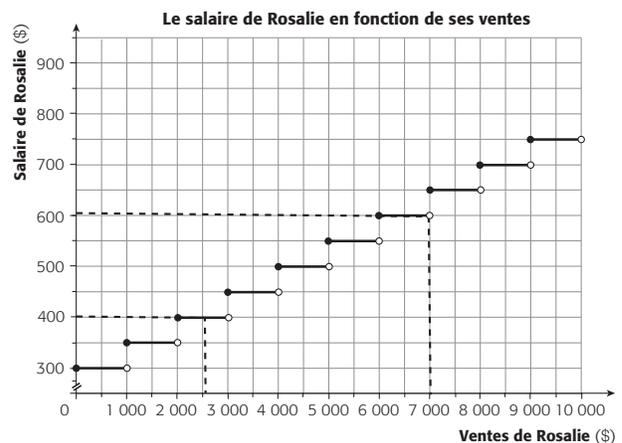
Ai-je bien compris?

1. a) $\text{Dom } f =]0, +\infty[$ ou \mathbb{R}_+
 $\text{Ima } f = \{0, 5, 8, 9\}$
- b) (voir au haut de la page suivante)
2.
$$f(x) = \begin{cases} 350 & \text{pour } 40 \leq x < 45 \\ 480 & \text{pour } 45 \leq x < 50 \\ 530 & \text{pour } 50 \leq x < 55 \\ 580 & \text{pour } 55 \leq x < 60 \\ 750 & \text{pour } 60 \leq x < 65 \end{cases}$$

Mise en pratique

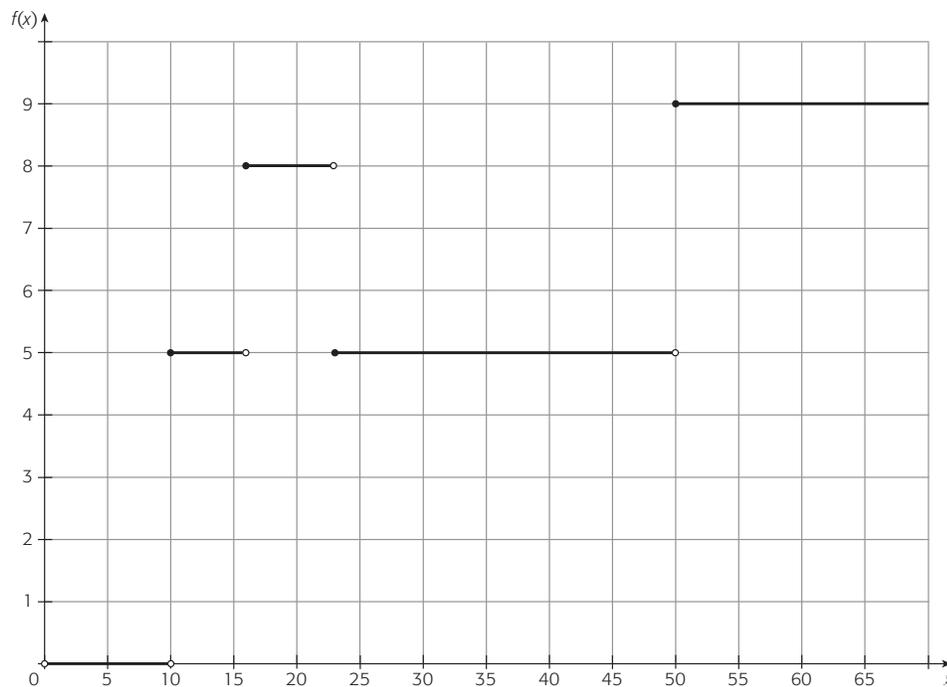
Manuel • p. 28

1. Niveau de difficulté : faible



- a) Le salaire de Rosalie est de 400 \$ pour des ventes de 2 555 \$.
- b) Le montant minimal de ventes assurant à Rosalie un salaire hebdomadaire de 500 \$ est de 4 000 \$.

Réponses à la question 1 b), page 24



- c) Rosalie doit vendre au minimum pour 7 000 \$ sans atteindre 8 000 \$ pour avoir un salaire de 650 \$.

2. Niveau de difficulté : moyen

- a) Eamon a quitté le Canada au moins 2 jours.
b) Shawna a quitté le Canada moins de 7 jours.

c)

Durée du séjour (jours)	$[1, 2[$	$[2, 7[$	$[7, +\infty[$
Valeur maximale de la marchandise exempte de taxes (\$)	50	400	750

- d) (voir au haut de la page suivante)

Manuel • p. 29

3. Niveau de difficulté : faible

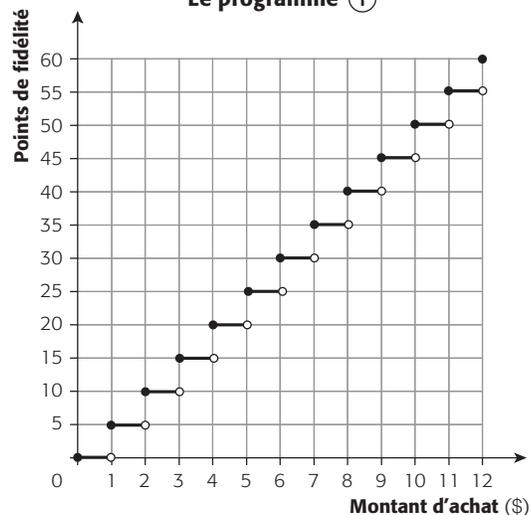
- a) ① lma $f = \{0, 8, 9, 12\}$
 ② lma $g = \{0, 2, 4, 6, 8, 10\}$
 ③ lma $h = [1, 3[\cup [4, 5[\cup [6, +\infty[$
- b) Les graphiques ① et ②

Manuel • p. 29

4. Niveau de difficulté : moyen

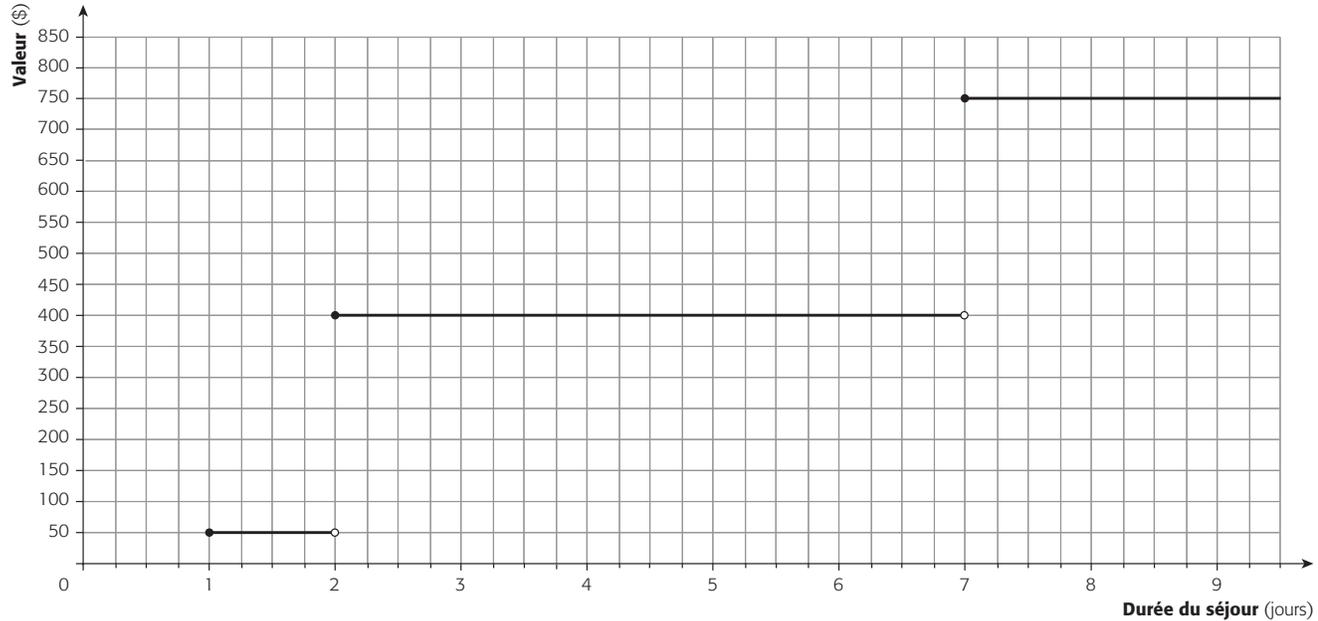
- a) (voir au milieu de la page suivante)
 b) Programme ① : $[4, 5[$
 Programme ② : $[400, 420[$
 Programme ③ : $[200, 300[$

c) Le programme ①



Réponses à la question 2 d), page 28

La valeur maximale de la marchandise exempte de taxes selon la durée du séjour



Réponses à la question 4 a), page 29

		① 5 points/\$	② 1 point/20 \$	③ 10 points/100 \$
1)	5,75 \$	25	0	0
2)	19,99 \$	95	0	0
3)	96,28 \$	480	4	0
4)	312,49 \$	1 560	15	30

5. Niveau de difficulté : faible

- a) Variable indépendante : l'âge
Variable dépendante : le prix d'entrée
- b) (voir au bas de la page suivante)
- c) $\{0, 7,5, 15\}$

Manuel • p. 30

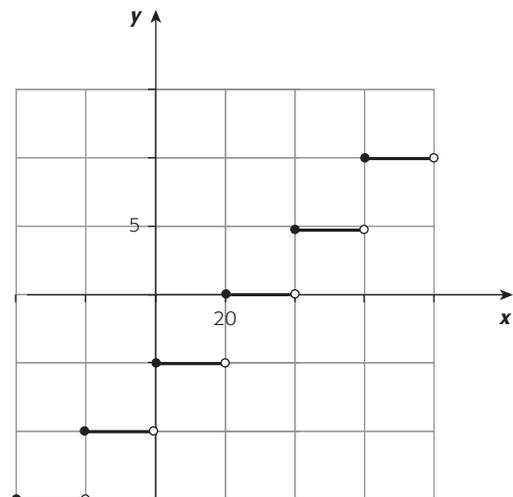
6. Niveau de difficulté : faible

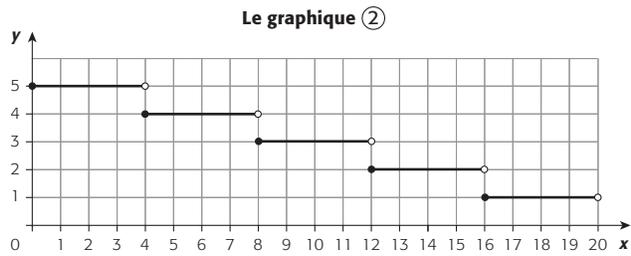
Maïka a tort. En utilisant les crochets, elle indique que tous les nombres réels situés entre 3 et 6 font partie de l'ensemble image, ce qui n'est pas le cas. Elle devrait utiliser les accolades $\{3, 6\}$ pour nommer les deux seules valeurs de l'image.

7. Niveau de difficulté : moyen

a) Le graphique ①

Plusieurs réponses sont possibles. Exemple :



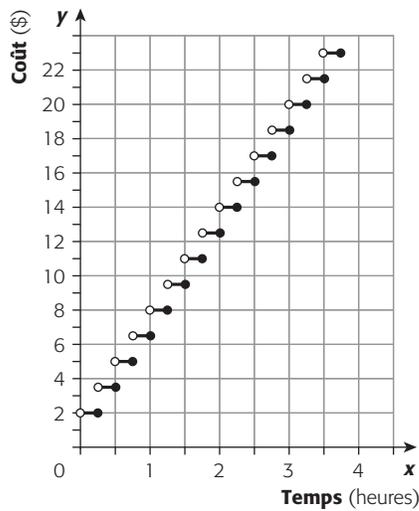


b) Il y a plus d'une réponse possible en **a** pour l'ensemble des contraintes ① : il suffit de modifier la longueur d'un ou des segments autres que celui situé sur l'axe des abscisses.

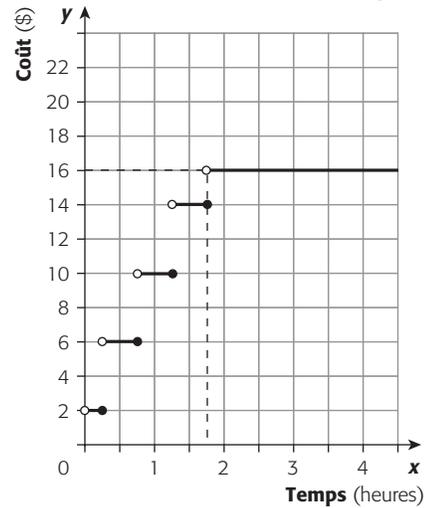
Pour l'ensemble des contraintes ②, il n'y a qu'une seule réponse.

8. Niveau de difficulté : moyen

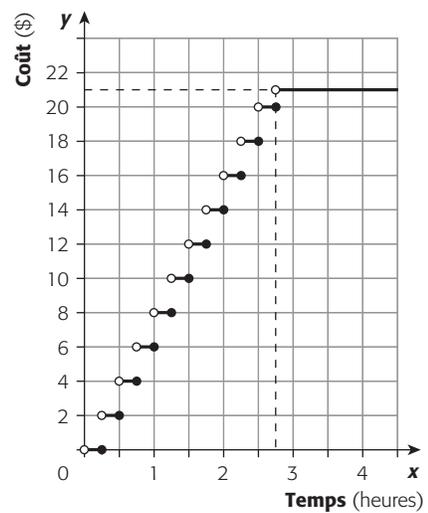
a) Le coût du stationnement Parc-o-mètre



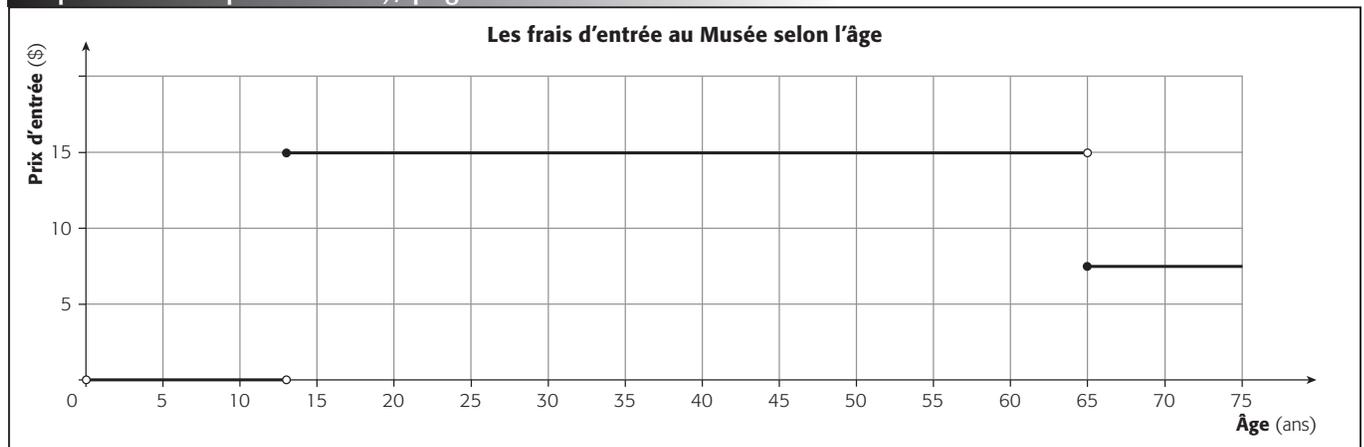
b) Le coût du stationnement Sécure-parc



c) Le coût du stationnement Parc-auto

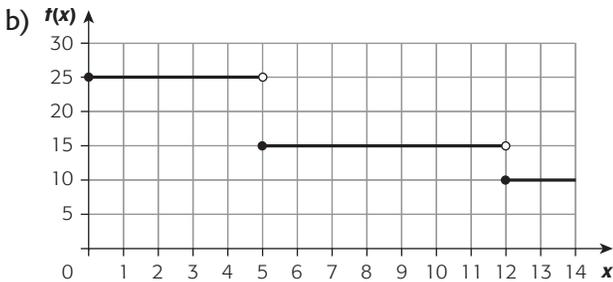


Réponses à la question 5 b), page 29



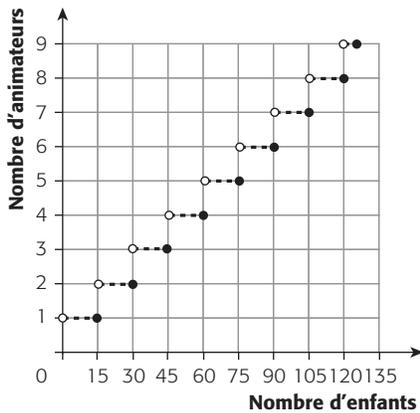
9. Niveau de difficulté : faible

$$f(x) = \begin{cases} 25 & \text{pour } 0 \leq x < 5 \\ 15 & \text{pour } 5 \leq x < 12 \\ 10 & \text{pour } x \geq 12 \end{cases}$$



10. Niveau de difficulté : moyen

a) Le nombre d'animateurs selon le nombre d'enfants



$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{pour } 0 < x \leq 15 \\ 2 & \text{pour } 15 < x \leq 30 \\ 3 & \text{pour } 30 < x \leq 45 \\ 4 & \text{pour } 45 < x \leq 60 \\ 5 & \text{pour } 60 < x \leq 75 \\ 6 & \text{pour } 75 < x \leq 90 \\ 7 & \text{pour } 90 < x \leq 105 \\ 8 & \text{pour } 105 < x \leq 120 \\ 9 & \text{pour } 120 < x \leq 125 \end{cases}$$

où $x \in \mathbb{Z}$

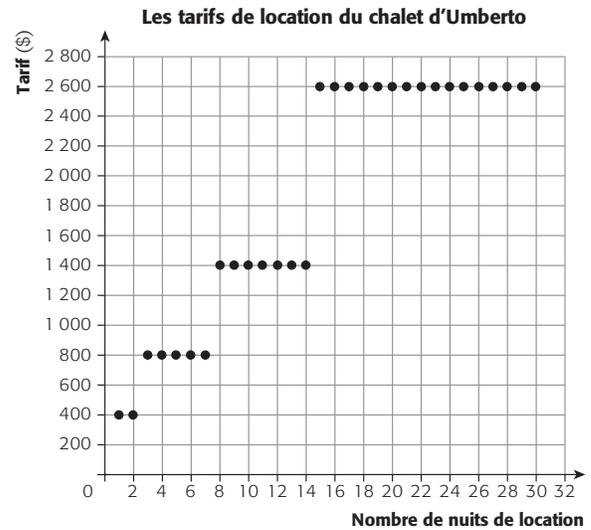
c) Pour accueillir 108 enfants, 8 animateurs seront nécessaires.

d) Il peut y avoir de 121 à 125 enfants.

11. Niveau de difficulté : moyen

a) Il en coûte plus cher de louer 10 jours, par exemple, que 2 fois 7 jours! De plus, l'utilisation des segments laisse entendre qu'on pourrait louer le chalet $\frac{1}{2}$ nuit ou $\frac{3}{4}$ de nuit.

b) Plusieurs réponses sont possibles. Exemple :

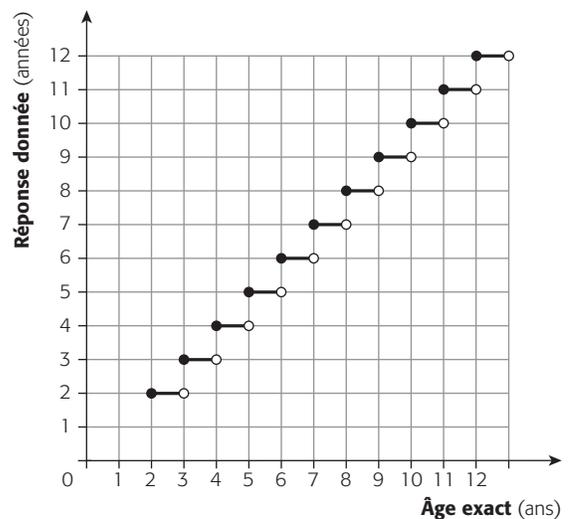


12. Niveau de difficulté : moyen

a) Les questions 1 et 3

b) Pour la question 2 :
[12 semaines 4 jours, 13 semaines 4 jours]

c) La réponse à la question 3 selon l'âge exact de l'aînée ou de l'aîné



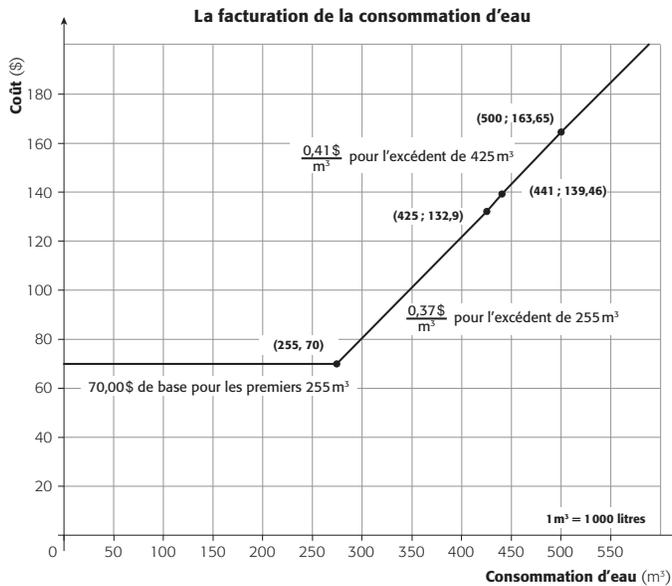
Section 3 D'autres fonctions définies par parties

Le compteur d'eau



Manuel • p. 33

Représentation graphique :



Le montant de la taxe d'eau que vous payez dépend de la quantité d'eau que vous consommez.

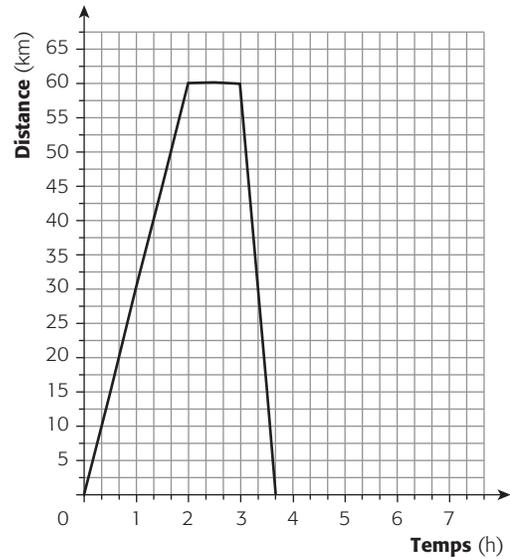
Vous payez un tarif de base de 70 \$ qui vous permet de consommer jusqu'à 255 kL d'eau. Si votre consommation d'eau dépasse 255 kL, 0,37 \$ vous sont facturées pour chaque kilolitre supplémentaire, jusqu'à concurrence de 425 kL. Après 425 kL, 0,41 \$ vous sont facturées par kilolitre d'eau supplémentaire consommé.

ACTIVITÉ D'EXPLORATION 1 Trois disciplines, trois taux

Manuel • p. 34

A	Temps (h)	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	3,67
	Distance (km)	0	15	30	45	60	60	60	15	0

B La distance qui sépare Vincent de sa maison



C Trois parties

D Ces valeurs correspondent respectivement au moment où Vincent part de sa maison, au moment où il arrive à la piscine (2 heures), au moment où il quitte la piscine (3 heures) et au moment où il arrive chez lui (3 heures 40 minutes).

E Première partie : le taux de variation est de 30 km/h. Il correspond à la vitesse de Vincent pendant les deux premières heures.

Deuxième partie : le taux de variation est nul. Il correspond à la période où la distance qui sépare Vincent de sa maison reste constante, soit entre 2 heures et 3 heures, au moment où Vincent est à la piscine.

Troisième partie : le taux de variation est de -90 km/h. Il correspond à la vitesse de Vincent à son retour à la maison pendant les 40 dernières minutes.

F 1) $[2, 3]$

2) $[0, 2]$

3) $[3, 3\frac{2}{3}]$

G Sur l'intervalle $[0, 2]$, le taux de variation est positif puisque la distance qui sépare Vincent de sa maison croît. La distance reste ensuite constante sur l'intervalle $[2, 3]$; le taux de variation est donc nul. Finalement, lors du retour à la maison, cette distance diminue; le taux de variation est alors négatif sur l'intervalle $[3, 3\frac{2}{3}]$.

- H** $\text{Dom } f = [0, 130]$
Le domaine correspond au temps pris par Vincent pour faire le triathlon.
- I** 0 min : moment du départ
20 min : fin de la natation et début du cyclisme (transition nage-vélo)
90 min : fin du cyclisme et début de la course à pied (transition vélo-course)
130 min : fin du triathlon
- J** Après 80 minutes, Vincent a parcouru 36 km.
- K** Dans la discipline du cyclisme; la vitesse est de $\frac{4}{7}$ km/min, soit environ 34,3 km/h.

Ai-je bien compris?

- a) La fonction comporte quatre parties.

b) Première partie : $[-5, -2]$
Deuxième partie : $[-2, -1]$
Troisième partie : $[-1, 0]$
Quatrième partie : $[0, 3]$
- a) 0, 2, 4, 6, 8, 10 et 12 (ces valeurs délimitent les intervalles : $[0, 2]$, $[2, 4]$, $[4, 6]$, $[6, 8]$, $[8, 10]$ et $[10, 12]$)

b) La voiture roule à une vitesse constante pendant quatre minutes.

c) Le taux de variation est négatif sur les intervalles $[6, 8]$ et $[10, 12]$.

ACTIVITÉ D'EXPLORATION 2 Un coup de pouce aux familles

- A** 1) Les montants versés aux familles sont constants pour les familles à faible revenu et à revenu élevé. Quant aux familles à revenu moyen, le versement annuel décroît en fonction du revenu familial.
- 2) Le montant est plus élevé pour les familles monoparentales que pour les familles biparentales.
- B** 1) La valeur 2 800 correspond au montant, en dollars, versé aux familles monoparentales dont le revenu est inférieur ou égal à 32 000\$.
- 2) La valeur 880 correspond au montant, en dollars, versé aux familles monoparentales dont le revenu est supérieur à 80 000\$.
- 3) La valeur 32 000 correspond au revenu maximal d'une famille monoparentale ayant droit au maximum de PSE.

4) Le nombre -0,04 correspond au taux de variation relatif au revenu des familles monoparentales ayant un revenu situé entre 32 000\$ et 80 000\$. Il signifie que pour chaque augmentation de 100\$, la famille verra ses versements PSE diminuer de 4\$.

5) Le nombre 4 080\$ correspond à l'ordonnée à l'origine de la droite passant par les points A et B.

C **A** (32 000, 2 800), **B** (80 000, 880)

D On peut déterminer les valeurs -0,04 et 4 080 en calculant respectivement le taux de variation et l'ordonnée à l'origine de la droite passant par les points **A** (32 000, 2 800) et **B** (80 000, 880):

Taux de variation :

$$a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{880 - 2\,800}{80\,000 - 32\,000} = \frac{-1\,920}{48\,000}$$

$$a = -0,04$$

Ordonnée à l'origine : $2\,800 = -0,04 \cdot 32\,000 + b$

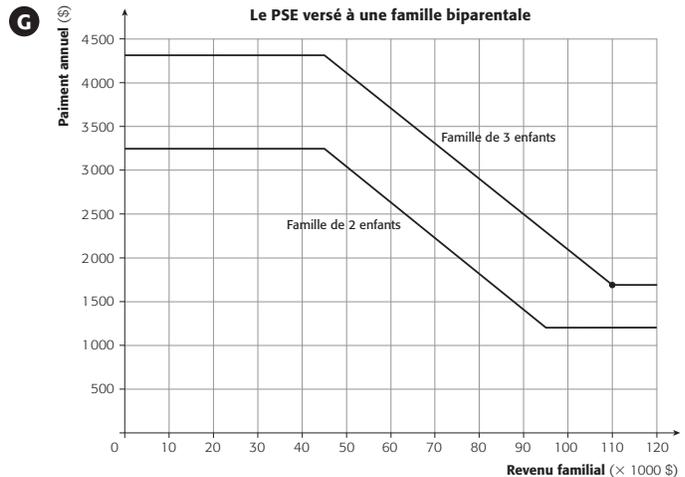
$$2\,800 = -1\,280 + b$$

$$2\,800 + 1\,280 = b$$

$$b = 4\,080$$

E Les valeurs du domaine associées à chacune des parties de la fonction sont : $[0, 45\,000]$, $]45\,000, 80\,000]$ et $]80\,000, +\infty[$.

F
$$g_1(x) = \begin{cases} 2\,100 & \text{pour } 0 \leq x \leq 45\,000 \\ -0,04x + 3\,900 & \text{pour } 45\,000 < x \leq 80\,000 \\ 700 & \text{pour } x > 80\,000 \end{cases}$$



H Famille Paquette :
Pour $x = 72\,000$
 $g_2(72\,000) = -0,04 \cdot 72\,000 + 5\,000$
 $g_2(72\,000) = 2\,120$

Famille Simoneau :

Pour $x = 72\ 000$

$$g_3(72\ 000) = 0,04 \cdot 72\ 000 + 6\ 100$$

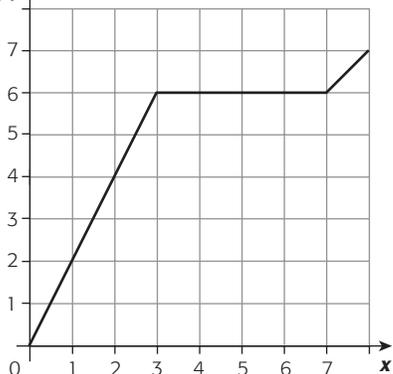
$$g_3(72\ 000) = 3\ 220$$

$$\text{Différence} : 3\ 220 - 2\ 120 = 1\ 100$$

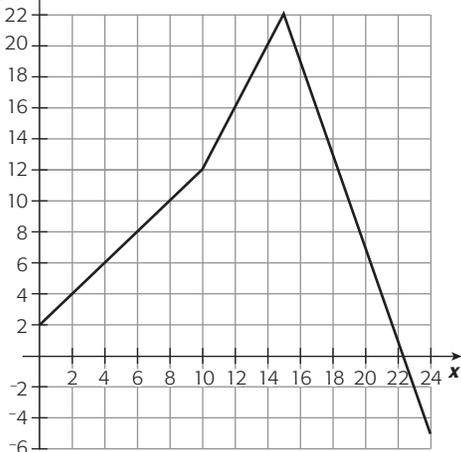
La différence entre les montants du PSE versés à chacune des familles est de 1 100\$.

Ai-je bien compris?

1. a) $f(x)$



b) $g(x)$



$$2. f(x) = \begin{cases} 4x & \text{pour } 0 \leq x \leq 5 \\ 20 & \text{pour } 5 < x \leq 20 \\ 2x - 20 & \text{pour } 20 < x \leq 30 \\ 40 & \text{pour } x > 30 \end{cases}$$

Mise en pratique

Manuel • p. 40

1. Niveau de difficulté : faible

Les graphiques ② et ③ peuvent représenter cette relation.

Graphique ① : ne représente pas une fonction (deux distances parcourues correspondent à un même moment donné).

Graphique ② : représente un déplacement suivi d'une pause et d'un autre déplacement.

Graphique ③ : représente la séquence déplacement, ralentissement, pause et déplacement.

Graphique ④ : représente une fonction décroissante sur un certain intervalle (la distance parcourue ne peut pas diminuer avec le temps).

2. Niveau de difficulté : moyen

La vitesse $\left(\frac{\text{distance}}{\text{temps}}\right)$ correspond au taux de variation dans cette situation.

On calcule le taux de variation pour les 8 premières minutes :

$$a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{0,5 - 0}{8 - 0} = \frac{0,5}{8} = \frac{1}{16}$$

La vitesse est de $\frac{1}{16}$ km/min ou de 3,75 km/h.

On calcule le taux de variation pour les 6 minutes suivantes :

$$a = \frac{2 - 0,5}{14 - 8} = \frac{1,5}{6} = \frac{1}{4}$$

La vitesse est de $\frac{1}{4}$ km/min ou de 15 km/h.

Les deux vitesses auxquelles Émilie s'est déplacée pour se rendre à l'école sont de 3,75 km/h et de 15 km/h.

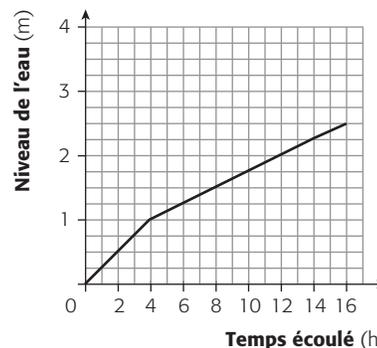
3. Niveau de difficulté : élevé

a)

Temps écoulé (h)	0	1	2	4	8	12	16
Niveau de l'eau (m)	0	0,25	0,5	1	1,5	2	2,5

b)

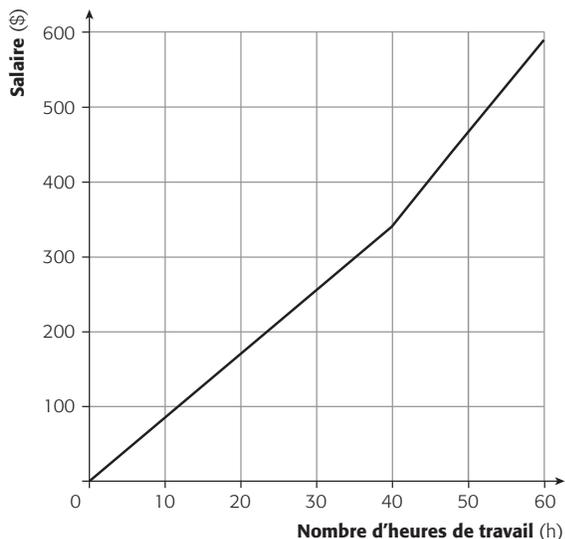
Le niveau de l'eau dans la piscine



c) Le niveau de l'eau atteint 2,25 m après 14 heures.

4. Niveau de difficulté : moyen

a) Le salaire d'un employé basé sur le salaire minimum



- b) 40 heures à 8,50\$/h = 340\$
 3 heures à 12,75\$/h = 38,25\$
 Salaire pour 43 heures de travail : 378,25\$
- c) 40 heures à 8,50\$/h = 340\$
 Heures supplémentaires :
 $442 - 340 = 102\$$
 $102 \div 12,75 = 8$ heures
 Justin doit travailler 48 heures.

5. Niveau de difficulté : moyen

- a) De 0 à 1 minute : cette partie correspond à la montée du funiculaire.
 De 1 à 4 minutes : cette partie correspond au temps pendant lequel le funiculaire conserve la même hauteur.
 De 4 à 5 minutes : cette partie correspond à la descente du funiculaire.

- b) La vitesse $\left(\frac{\text{distance}}{\text{temps}}\right)$ correspond au taux de variation dans cette situation.

On calcule le taux de variation durant l'aller :

$$a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{85 - 0}{1 - 0} = 85$$

On calcule le taux de variation durant le retour :

$$a = \frac{0 - 85}{5 - 4} = -85$$

Le funiculaire se déplace à une vitesse de 85 m/min, soit 5,1 km/h.

6. Niveau de difficulté : moyen

- a) On calcule le taux de variation :

$$a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{2 - 0}{4 - 0} = \frac{1}{2}$$

On trouve la valeur de b :

$$f(x) = ax + b$$

$$2 = \frac{1}{2}(4) + b$$

$$0 = b$$

La règle de la fonction est $f(x) = \frac{x}{2}$ pour $x \in]-\infty, 4]$

- b) On calcule le taux de variation

$$a = \frac{4 - (-2)}{2 - 0} = \frac{6}{2}$$

$$a = 3$$

On trouve la valeur de b :

$$4 = 3(2) + b$$

$$-2 = b$$

La règle de la fonction est $g(x) = 3x - 2$ pour $x \in]-\infty, 2]$

- c) On calcule le taux de variation :

$$a = \frac{-1 - 4}{1 - (-3)} = \frac{-5}{4}$$

On trouve la valeur de b :

$$-1 = \frac{-5}{4}(1) + b$$

$$\frac{1}{4} = b$$

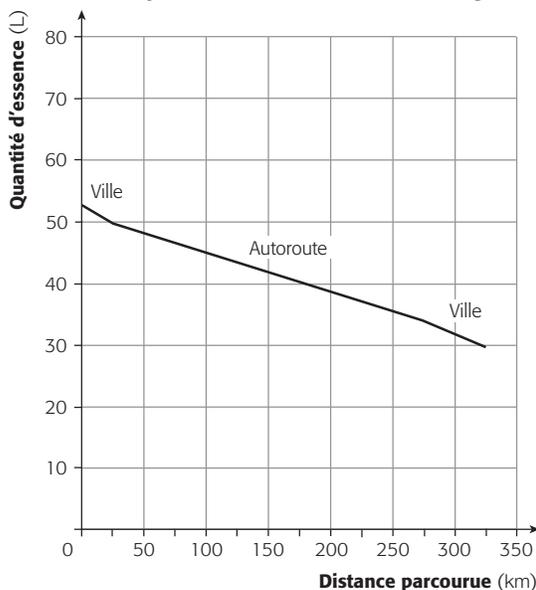
La règle de la fonction est $h(x) = \frac{-5x + 1}{4}$ pour $x \in [-3, +\infty[$

7. Niveau de difficulté : moyen

a)

Distance parcourue (km)	0	20	25	100	250	300	325
Quantité d'essence (L)	52	50,4	50	45,2	35,6	32	30

b) **La consommation d'essence de la voiture de Cynthia en fonction du kilométrage**



- c) Sur l'autoroute, la voiture consomme 6,4 L par 100 km. Avec les 30 L d'essence qui reste, Cynthia peut parcourir 468,75 km.

Manuel • p. 43

8. Niveau de difficulté : faible

Graphique Règle

- a) ③
 b) ①
 c) ②

9. Niveau de difficulté : moyen

- ① On détermine la règle de la fonction pour $x \in [0, 2]$

On calcule le taux de variation :

$$a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{6 - 0}{2 - 0} = 3$$

On trouve la valeur de b :

$$\begin{aligned} f(x) &= ax + b \\ 6 &= 3(2) + b \\ 0 &= b \end{aligned}$$

- ② La règle de la fonction est $f(x) = 3x$
 On détermine la règle de la fonction pour $x \in]2, 4]$

La fonction est constante, donc $a = 0$

On trouve la valeur de b :

$$\begin{aligned} 6 &= 0 + b \\ 6 &= b \end{aligned}$$

La règle de la fonction est $f(x) = 6$.

- ③ On détermine la règle de la fonction pour $x \in]4, 7]$

On calcule le taux de variation :

$$a = \frac{12 - 6}{7 - 4} = 2$$

On trouve la valeur de b :

$$\begin{aligned} 12 &= 2(7) + b \\ -2 &= b \end{aligned}$$

La règle de la fonction est $f(x) = 2x - 2$

- ④ On détermine la règle de la fonction pour $x \in]7, 10]$

On calcule le taux de variation :

$$a = \frac{0 - 12}{10 - 7} = -4$$

On trouve la valeur de b :

$$\begin{aligned} 0 &= -4(10) + b \\ 40 &= b \end{aligned}$$

La règle de la fonction est $f(x) = -4x + 40$

$$f(x) = \begin{cases} 3x & \text{pour } 0 \leq x \leq 2 \\ 6 & \text{pour } 2 < x \leq 4 \\ 2x - 2 & \text{pour } 4 < x \leq 7 \\ -4x + 40 & \text{pour } 7 < x \leq 10 \end{cases}$$

Manuel • p. 44

10. Niveau de difficulté : moyen

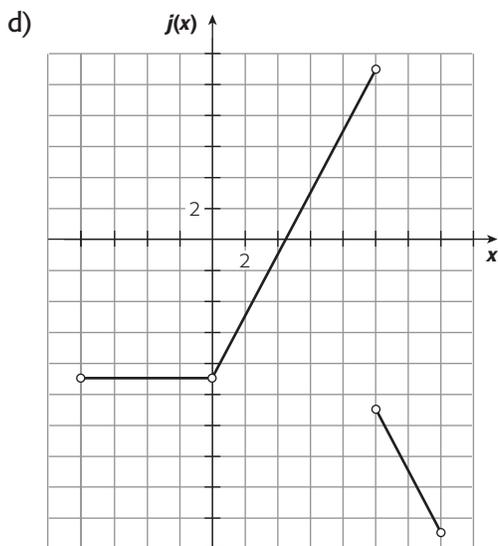
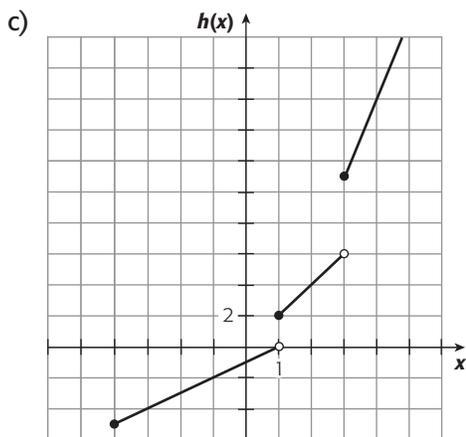
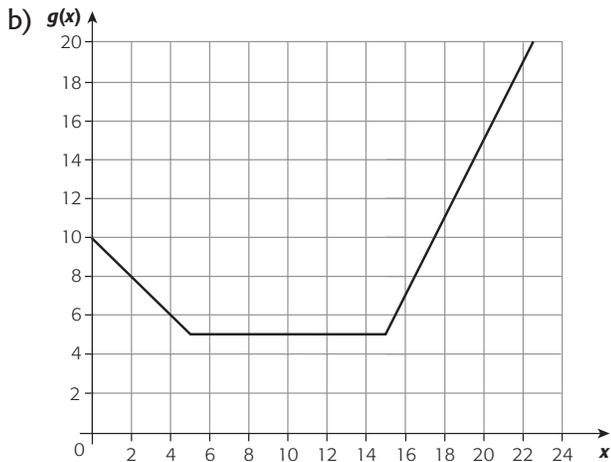
a)

$$f(x) = \begin{cases} x + 6 & \text{pour } -6 \leq x \leq -4 \\ \frac{1}{2}x + 4 & \text{pour } -4 < x \leq 0 \\ -2x + 4 & \text{pour } 0 < x \leq 2 \end{cases}$$

- b) La réciproque de cette fonction n'est pas une fonction, car des valeurs du domaine de la réciproque ont plus d'une image. Par exemple, 2 a -4 et 1 comme images.

11. Niveau de difficulté : moyen





12. Niveau de difficulté : faible

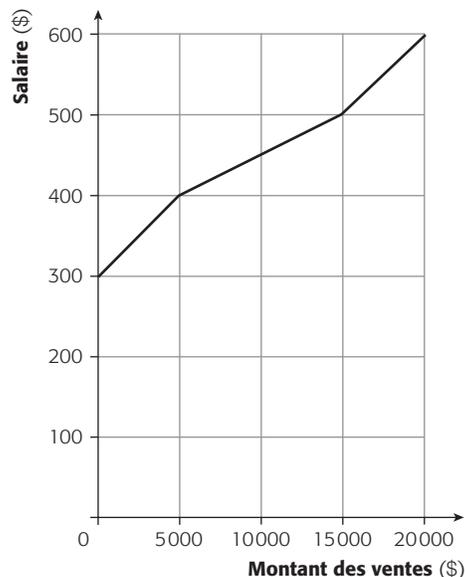
- a) Oui, il s'agit d'un graphique constitué de plusieurs segments dont les règles sont des fonctions affines définies sur des intervalles du domaine.
- b) À 10 ans et à 14 ans

- c) Le taux de variation correspond aux intérêts versés annuellement.

Manuel • p. 45

13. Niveau de difficulté : élevé

- a) **Le salaire de Charles à sa première semaine selon le total de ses ventes**



b)
$$f(x) = \begin{cases} 0,02x + 300 & \text{pour } 0 \leq x \leq 5\,000 \\ 0,01x + 350 & \text{pour } 5\,000 < x \leq 15\,000 \\ 0,02x + 200 & \text{pour } x > 15\,000 \end{cases}$$

- c) $f(16\,400) = 0,02 \cdot 16\,400 + 200 = 528$
 À sa première semaine, Charles a reçu un salaire de 528\$.

14. Niveau de difficulté : élevé

- a) (voir au haut de la page suivante)
- b) $f(2\,600) = 0,55 \cdot 2\,600 = 1\,430$
 Le coût associé à l'impression de 2 600 dépliants publicitaires est de 1 430\$.

Consolidation

Manuel • p. 46

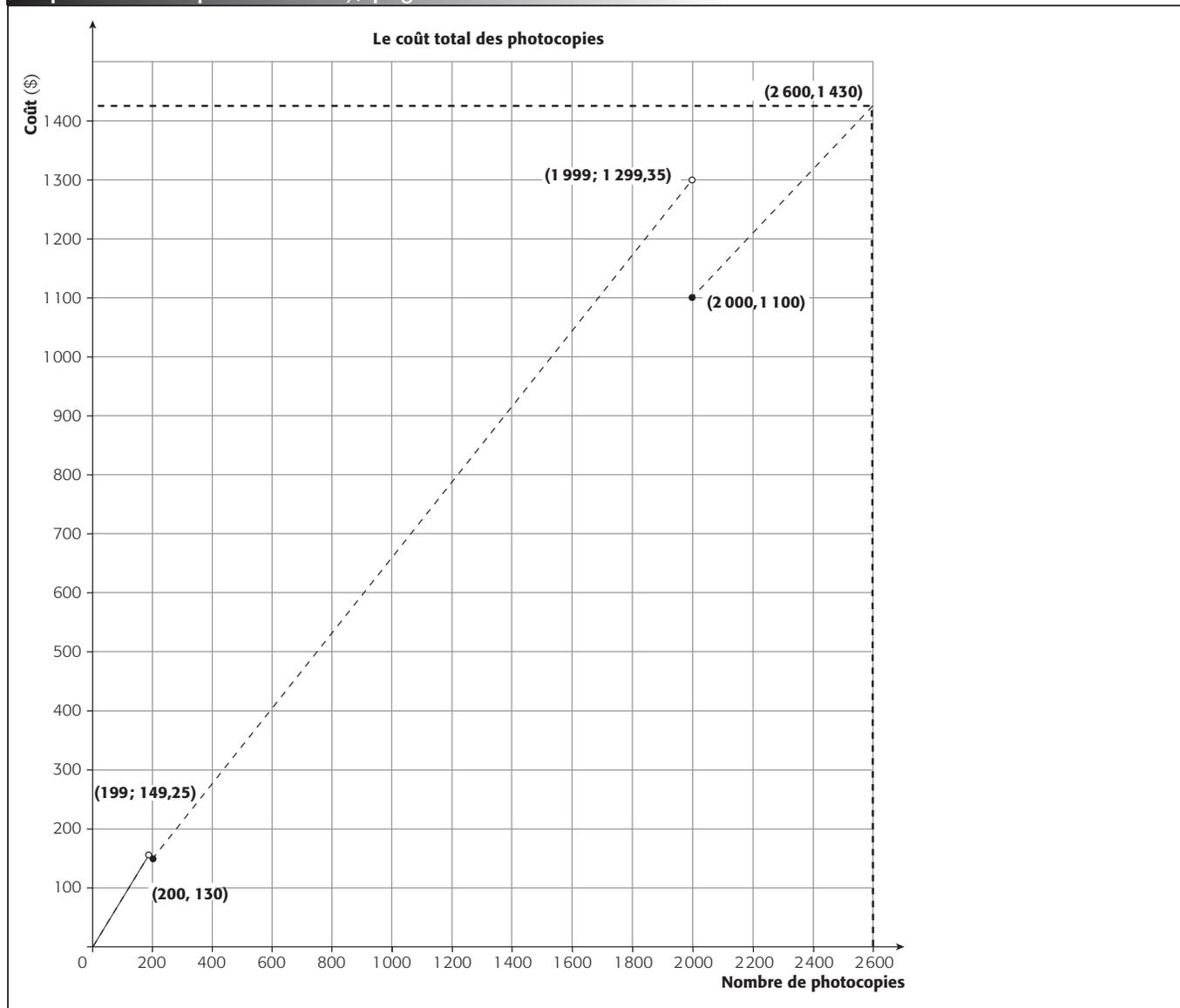
1. Fonctions définies par parties, description des

propriétés d'une fonction

Niveau de difficulté : faible

	①	②	③	④
a) Ordonnée à l'origine	-3	5	-24	3
b) Abscisse(s) à l'origine	{3, 7}	[8, 10]	-3	12

Réponses à la question 14 a), page 45



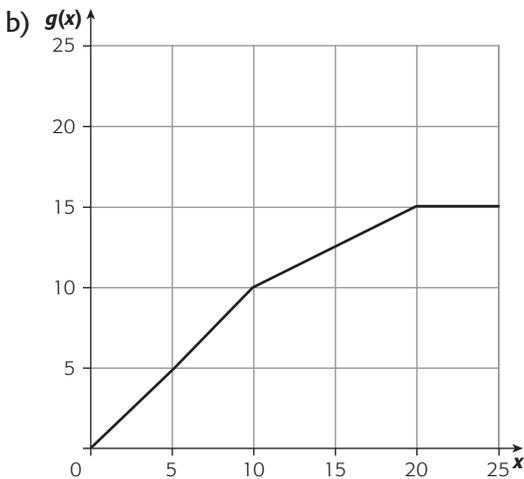
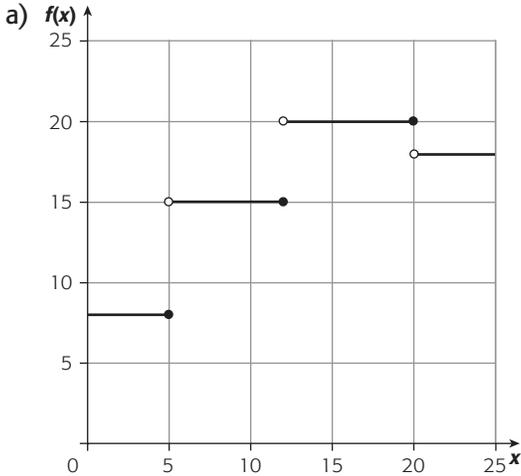
2. **Description des propriétés des fonctions réelles à l'aide d'une représentation graphique**

Niveau de difficulté : faible

	①	②	③
a) 1) Domaine Image	\mathbb{R} $]-\infty, 3]$	\mathbb{R} $[-3, +\infty[$	$[-2, +\infty[$ $[-2, +\infty[$
2) Extremums	3 (maximum)	-3 (minimum)	-2 (minimum)
3) Variation - croissante - décroissante	$]-\infty, 2]$ $[2, +\infty[$	$[1, +\infty[$ $]-\infty, 1]$	$[-2, +\infty[$ Jamais
b) Signe - positif - négatif	$[-1, 5]$ $]-\infty, -1] \cup [5, +\infty[$	$]-\infty, -2] \cup [4, +\infty[$ $[-2, 4]$	$[-1, +\infty[$ $[-2, -1]$

3. Fonctions définies par parties, représentation graphique

Niveau de difficulté : moyen



Manuel • p. 47

4. Description des propriétés des fonctions réelles

Niveau de difficulté : faible

La fonction est constante sur l'intersection de ces intervalles.

5. Fonctions affines par parties, propriétés et règle

Niveau de difficulté : moyen

a) $\text{Dom } j = [-7, 9]$ $\text{Ima } j = [-5, 4]$

b) $[-7, -5]$

c) $[-5, 0]$

d) 1) On calcule le taux de variation :

$$a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{2 - (-4)}{-4 - (-7)} = 2$$

On trouve la valeur de b :

$$2 = 2(-4) + b$$

$$10 = b$$

La règle de cette fonction est $j(x) = 2x + 10$ pour $-7 \leq x \leq -4$

2) On calcule le taux de variation :

$$a = \frac{4 - 2}{0 - (-4)} = \frac{1}{2}$$

On trouve la valeur de b :

$$4 = \frac{1}{2}(0) + b$$

$$4 = b$$

La règle de cette fonction est $j(x) = \frac{1}{2}x + 4$ pour $-4 \leq x \leq 0$

3) On calcule le taux de variation :

$$a = \frac{4-0}{0-4} = -1$$

On trouve la valeur de b :

$$0 = -1(4) + b$$

$$4 = b$$

La règle de cette fonction est $j(x) = -x + 4$ pour $0 \leq x \leq 9$

6. Fonctions, propriétés

Niveau de difficulté : moyen

- Vrai. Dans une fonction, une même valeur de la variable dépendante, en l'occurrence 0, peut être l'image de plusieurs valeurs de la variable indépendante.
- Faux. Puisque le domaine est \mathbb{R} , toutes les valeurs de \mathbb{R} ont une image. L'image de $\{0\}$ est l'ordonnée à l'origine.
- Vrai. L'image d'une fonction en escalier est un ensemble discret puisque la fonction varie par sauts.
- Vrai. Le contexte peut restreindre les valeurs du domaine à un sous-ensemble de \mathbb{R} .

7. Fonctions en escalier, fonctions affines par parties, règle

Niveau de difficulté : moyen

$$a) f(x) = \begin{cases} -4 & \text{pour } -4 \leq x < 0 \\ -2 & \text{pour } 0 \leq x < 2 \\ 2 & \text{pour } 2 \leq x < 5 \end{cases}$$

- b) ① On détermine la règle de la fonction pour $x \in [-4, 0[$

On calcule le taux de variation :

$$a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{2,5 - 0}{-4 - 0} = \frac{-5}{8}$$

On trouve la valeur de b :

$$0 = \frac{-5}{8}(0) + b$$

$$0 = b$$

La règle de la fonction est $g(x) = \frac{-5}{8}$ pour $-4 \leq x < 0$.

- ② On détermine la règle de la fonction pour $x \in [0, 1[$

On calcule le taux de variation :

$$a = \frac{3-0}{1-0} = 3$$

On trouve la valeur de b :

$$0 = 3(0) + b$$

$$0 = b$$

La règle de la fonction est $g(x) = 3x$ pour $0 \leq x < 1$.

- ③ On détermine la règle de la fonction pour $x \in [1, 4]$

On calcule le taux de variation :

$$a = \frac{-3-3}{4-1} = -2$$

On trouve la valeur de b :

$$3 = -2(1) + b$$

$$5 = b$$

La règle de la fonction est $g(x) = -2x + 5$ pour $1 \leq x \leq 4$.

$$g(x) = \begin{cases} \frac{-5}{8}x & \text{pour } -4 \leq x < 0 \\ 3x & \text{pour } 0 \leq x < 1 \\ -2x + 5 & \text{pour } 1 \leq x \leq 4 \end{cases}$$

Remarque : On suppose que la courbe de la fonction $g(x)$ passe par le point $(-4, 2,5)$.

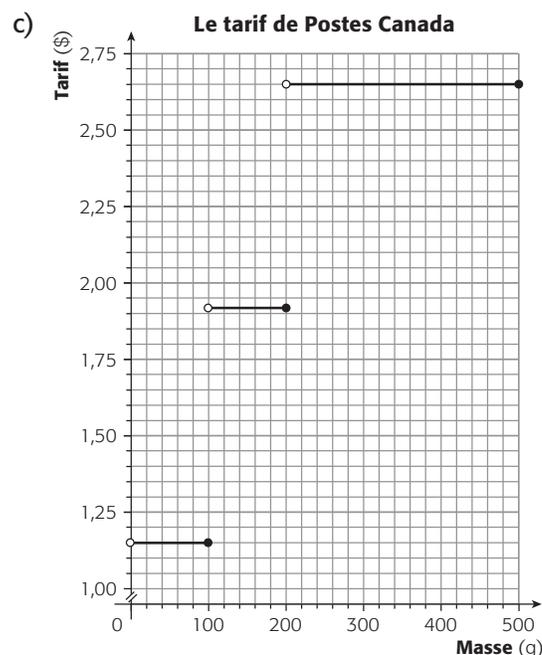
Manuel • p. 48

8. À la poste

Fonctions en escalier

Niveau de difficulté : moyen

- Fonction en escalier
- Dom = $]0, 500]$
Ima = $\{1,15, 1,92, 2,65\}$



9. Besoin grandissant

Fonctions, interprétation et extrapolation des données

liées à une situation à l'aide d'un graphique

Niveau de difficulté : moyen

En observant la croissance de 2000 à 2005, on remarque un taux de variation constant :

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{60,3 - 52,9}{2005 - 2000} = 1,48$$

ce qui représente une augmentation de 1,48 % par année.

En appliquant la même augmentation pour la période de 2005 à 2020, soit 15 ans, on obtient :

$$1,48 \cdot 15 + 60,3 = 82,5$$

Selon cette estimation, les États-Unis importeraient 82,5 % du pétrole consommé en 2020.

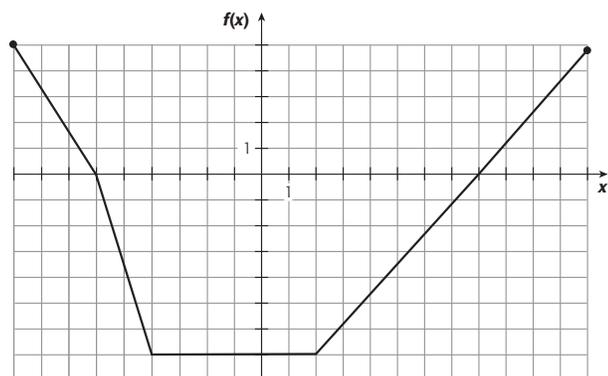
Manuel • p. 49

10. Représentation

Propriétés d'une fonction, représentation graphique

Niveau de difficulté : faible

Plusieurs réponses sont possibles. Exemple :



11. En prime

Fonctions en escalier, modélisation de situations,

représentation graphique

Niveau de difficulté : moyen

a) Commerce ① :

Montant de l'achat (\$)	Rabais (\$)
[0, 50[0
[50, 100[10
[100, 150[20
[150, 200[30
[200, 250[40

Commerce ② :

Montant de l'achat (\$)	Nombre de billets de cinéma
[0, 100[0
[100, 200[2
[200, 300[4
[300, 400[6
[400, 500[8

Commerce ③ :

Montant de l'achat (\$)	Points de fidélité
[0, 20[0
[20, 40[1
[40, 60[2
[60, 80[3
[80, 100[4

Remarque : On considère le montant de l'achat comme étant une variable continue pour pouvoir simplifier la notation en recourant à la notation en intervalles.

b) La personne peut avoir dépensé :

- de 150 \$ à 199,99 \$ pour obtenir un rabais de 30 \$ dans le commerce ①.
- de 200 \$ à 299,99 \$ pour obtenir 4 billets de cinéma dans le commerce ②.
- de 160 \$ à 179,99 \$ pour obtenir 8 points de fidélité dans le commerce ③.

Au total, la personne peut avoir dépensé de 510 \$ à 679,96 \$ dans ces trois commerces.

12. Les hauts et les bas

Propriétés d'une fonction

Niveau de difficulté : faible

Gabrielle a raison puisque même si cette fonction atteint plusieurs fois le maximum (12), cela demeure un seul maximum.

Manuel • p. 50

13. Un bilan positif

Propriétés de fonctions à partir d'une représentation

graphique

Niveau de difficulté : moyen

- a) 1) Dom = {0, 1, 2, 3, ..., 80, 81, 82}
Ima = {−1, 0, 1, 2, ..., 14} ∪ {16, 17, ..., 20, 21}
- 2) Ordonnée à l'origine : 0
- 3) Zéros : {0, 3, 13, 14, 17, 19, 21, 22, 23, 24, 27, 28}

- 4) Min = -1 Max = 21
- 5) I) Fonction négative pour $x \in \{0, 1, 2, 3, 13, 14, 15, 16, 17, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 27, 28\}$
- II) Fonction positive pour $x \in \{0, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 17, 18, 19, 21, 22, 23, \dots, 81, 82\}$

- b) 1) Le domaine correspond aux parties jouées par Jason. L'image correspond à l'ensemble des valeurs que prend la statistique «plus ou moins» de Jason au cours de la saison.
- 2) L'ordonnée à l'origine correspond à la valeur de la statistique «plus ou moins» au début de la saison.
- 3) Les zéros correspondent aux parties où le total cumulatif (de la saison) de buts marqués alors que Jason était sur la patinoire est le même que le total cumulatif (de la saison) de buts alloués alors qu'il était sur la patinoire.
- 4) Le maximum et le minimum représentent respectivement la plus grande et la plus petite valeur que prend la statistique «plus ou moins» de Jason au cours de la saison.
- 5) I) La séquence de matchs où le total cumulatif (de la saison) de buts alloués par son équipe alors que Jason était sur la patinoire était supérieur ou égal au nombre de buts marqués.
- II) La séquence de matchs où le total cumulatif (de la saison) de buts marqués par son équipe alors que Jason était sur la patinoire était supérieur ou égal au nombre de buts alloués.

ou

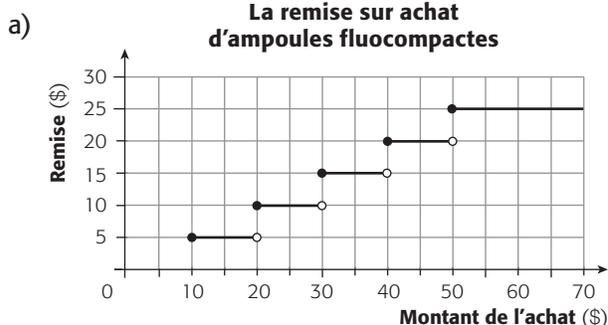
Les matchs où Jason a eu plus de présences sur la patinoire quand son équipe a marqué des buts que lorsque l'équipe adverse a marqué.

Manuel • p. 51

14. La fluorescence

Fonctions en escalier, représentation graphique

Niveau de difficulté : faible



Règle:

$$f(x) = \begin{cases} 5 & \text{pour } 10 \leq x < 20 \\ 10 & \text{pour } 20 \leq x < 30 \\ 15 & \text{pour } 30 \leq x < 40 \\ 20 & \text{pour } 40 \leq x < 50 \\ 25 & \text{pour } x \geq 50 \end{cases}$$

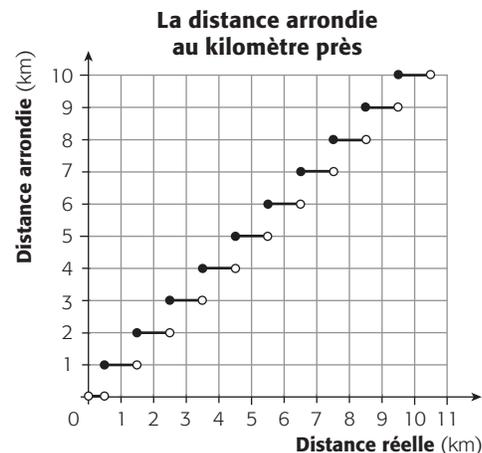
- b) De 40 \$ à 49,99 \$

15. Le pouce vert

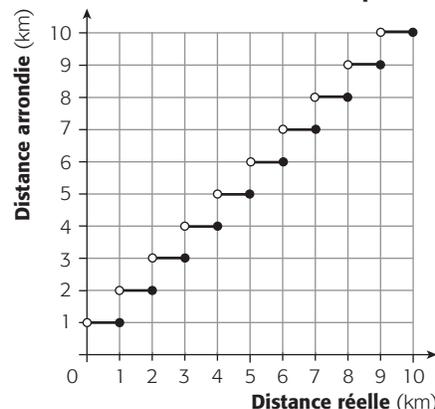
Modélisation de situations, fonctions en escalier

Niveau de difficulté : moyen

- a) 1)



- 2) La distance arrondie à l'unité supérieure



- b) L'orientation des extrémités des segments est différente dans les deux graphiques (l'extrémité fermée est à gauche dans le premier cas, et à droite dans le second). Les abscisses des points de discontinuité de la première fonction sont des nombres rationnels, alors que dans la deuxième, elles sont des nombres entiers.

16. Croissance des redevances

Fonctions affines par parties, modélisation d'une

situation

Niveau de difficulté : élevé

Profit réalisé (\$)	500 000	800 000
Redevances (\$)	100 000	$100\,000 + 0,25(300\,000) = 175\,000$

Puisque pour des profits de 500 000 \$ les redevances sont inférieures à 159 000 \$ et que pour des ventes de 800 000 \$, les redevances sont supérieures à 159 000 \$, c'est dans le deuxième intervalle du domaine de la fonction (de 500 000 \$ à 800 000 \$) qu'est situé le montant du profit permettant de percevoir 159 000 \$ en redevances.

Les redevances sur les premiers 500 000 \$:
 $0,2 \cdot 500\,000 \$ = 100\,000 \$$

Le profit réalisé sur l'excédent de 500 000 \$ permettant de recevoir des redevances de 59 000 \$ ($159\,000 - 100\,000$) :

$$\frac{59\,000}{0,25} = 236\,000 \$$$

Le profit total permettant de percevoir des redevances de 159 000 \$: $500\,000 + 236\,000 = 736\,000 \$$

Nombre d'exemplaires de l'album à 8 \$ de profits chacun : $736\,000 \div 8 = 92\,000$

Il faut vendre 92 000 exemplaires de l'album de Christina pour que celle-ci perçoive des redevances de 159 000 \$.

Manuel • p. 52

17. Le Tour de France

Propriétés de fonctions, interprétation d'une

représentation graphique

Niveau de difficulté : moyen

- a) 1) 2 068 m (Montée de Tignes)
2) 317 m (Albertville)

- b) 1) Entre Beaufort et le Col du Mérailet :

$$\frac{1\,605 - 709}{91 - 77} = \frac{896}{14} = 64$$

Ce taux est supérieur à celui qu'on peut calculer pour les autres ascensions.

- 2) Entre la montée d'Hauteville et Sainte-Foy-Tarentaise :

$$\frac{1\,097 - 1\,639}{145 - 136,5} = \frac{-542}{8,5} \approx -63$$

Ce taux est inférieur à celui qu'on peut calculer pour les autres descentes.

Manuel • p. 53

18. Hauteur variable

Propriétés d'une fonction, modélisation d'une

situation, interprétation d'un graphique

Niveau de difficulté : moyen

- a) Maximum : 6, correspond au 6^e étage.
Minimum : -2, correspond au 2^e étage souterrain.
- b) Positive : $[0, 40] \cup [88, 200]$
- c) L'ascenseur a été au-dessus du rez-de-chaussée pendant 17 intervalles de temps. En tout, nous avons les données pour 25 intervalles de temps.
 $\frac{17}{25} \cdot 100 = 68 \%$
L'ascenseur a été au-dessus du rez-de-chaussée pendant 68 % du temps.
- d) L'ascenseur monte 4 étages en 32 secondes.
- e) Oui, il prend 8 secondes pour monter d'un étage et 8 secondes pour descendre d'un étage.

19. Petits soldats

Modélisation d'une situation, interprétation

d'un graphique

Niveau de difficulté : moyen

- a) Les périodes où les lymphocytes ne produisent pas d'anticorps (disparition de l'infection).
- b) 900 000 anticorps. Ce maximum correspond au nombre maximal d'anticorps produits pendant l'infection.

- c) Première infection

Augmentation de la production d'anticorps pendant les 5 premiers jours pour atteindre un maximum de 100 000 anticorps. Au cours des jours suivants, on constate une diminution du nombre d'anticorps jusqu'au dixième jour, où il y a arrêt de la production. Cet état reste stable jusqu'au 38^e jour.

Deuxième infection

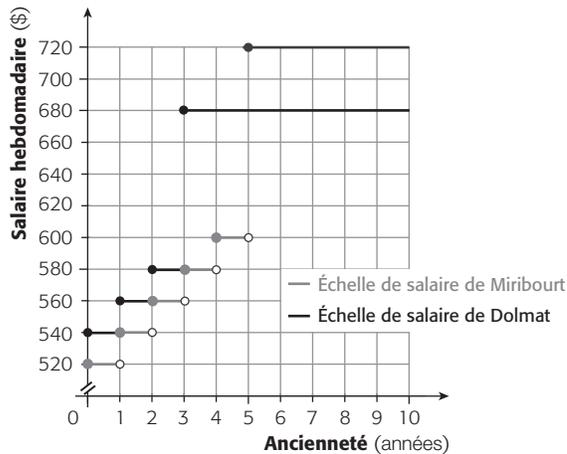
Au 38^e jour, augmentation rapide du nombre d'anticorps pendant les 3 premiers jours pour atteindre un maximum de 900 000 anticorps. Pendant les 3 jours suivants, on constate une diminution rapide du nombre d'anticorps jusqu'au 44^e jour, où il y a arrêt de la production (guérison de la personne).

20. Comparaison

Fonctions en escalier, comparaison de représentations graphiques, règle

Niveau de difficulté : moyen

a) La comparaison des salaires hebdomadaires des employés de deux entreprises



Si le menuisier prévoit travailler plus de cinq ans, il devrait choisir la compagnie Miribourt. S'il compte travailler moins de cinq ans, il devrait choisir Dolmat.

b) x : le nombre d'années d'ancienneté

1) $f(x)$: le salaire hebdomadaire (\$)

Chez Dolmat

$$f(x) = \begin{cases} 540 & \text{pour } 0 \leq x < 1 \\ 560 & \text{pour } 1 \leq x < 2 \\ 580 & \text{pour } 2 \leq x < 3 \\ 680 & \text{pour } x \geq 3 \end{cases}$$

2) Chez Miribourt

$$f(x) = \begin{cases} 520 & \text{pour } 0 \leq x < 1 \\ 540 & \text{pour } 1 \leq x < 2 \\ 560 & \text{pour } 2 \leq x < 3 \\ 580 & \text{pour } 3 \leq x < 4 \\ 600 & \text{pour } 4 \leq x < 5 \\ 720 & \text{pour } x \geq 5 \end{cases}$$

21. La meilleure affaire!

Fonctions en escalier, comparaison de représentations graphiques

Niveau de difficulté : faible

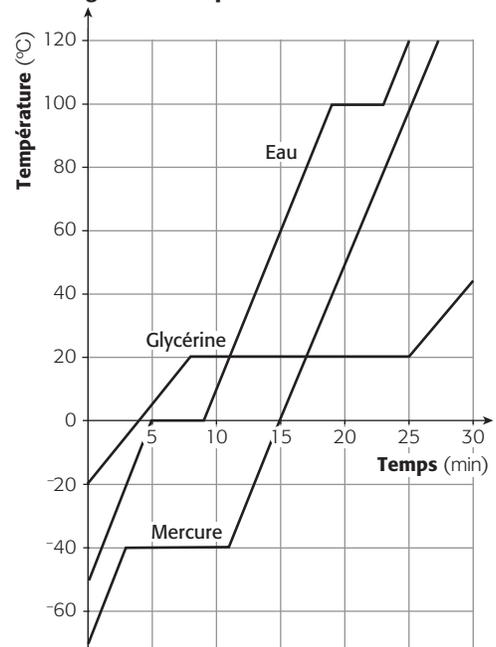
Le stationnement B coûtant 12 \$ pour une période de 4 heures.

22. Fusion variable

Fonctions affines par parties, règles, comparaison de représentations graphiques

Niveau de difficulté : moyen

a) Les changements de phase de trois substances pures



b) 1) ① On détermine la règle de la fonction pour $x \in [0, 5]$.

On calcule le taux de variation :

$$a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{0 - (-50)}{5 - 0} = \frac{50}{5} = 10$$

On trouve la valeur de b :

$$0 = 10(5) + b$$

$$-50 = b$$

La règle de la fonction est $f(x) = 10x - 50$ pour $0 \leq x \leq 5$.

② On détermine la règle de la fonction pour $x \in]5, 9]$.

La fonction est constante, donc $a = 0$

On trouve la valeur de b :

$$0 = 0(5) + b$$

$$0 = b$$

La règle de la fonction est $f(x) = 0$ pour $5 < x \leq 9$.

③ On détermine la règle de la fonction pour $x \in]9, 19]$.

On calcule le taux de variation :

$$a = \frac{100 - 0}{19 - 9} = \frac{100}{10} = 10$$

On trouve la valeur de b :

$$0 = 10(9) + b$$

$$-90 = b$$

La règle de la fonction est $f(x) = 10x - 90$
pour $9 < x \leq 19$.

- ④ On détermine la règle de la fonction pour $x \in]19, 23]$.

La fonction est constante, donc $a = 0$.

On trouve la valeur de b :

$$0 = 0(19) + b$$

$$0 = b$$

La règle de la fonction est $f(x) = 100$
pour $19 < x \leq 23$.

- ⑤ On détermine la règle de la fonction pour $x \in]23, +\infty[$.

On calcule le taux de variation :

$$a = \frac{120 - 100}{25 - 23} = \frac{20}{2} = 10$$

On trouve la valeur de b :

$$100 = 10(23) + b$$

$$-130 = b$$

La règle de la fonction est $f(x) = 10x - 130$
pour $x > 23$.

$$\text{Eau: } f(x) = \begin{cases} 10x - 50 & \text{pour } 0 \leq x \leq 5 \\ 0 & \text{pour } 5 < x \leq 9 \\ 10x - 90 & \text{pour } 9 < x \leq 19 \\ 100 & \text{pour } 19 < x \leq 23 \\ 10x - 130 & \text{pour } x > 23 \end{cases}$$

- 2) ① On détermine la règle de la fonction pour $x \in [0, 8]$.

On calcule le taux de variation :

$$a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{20 - (-20)}{8 - 0} = \frac{40}{8} = 5$$

On trouve la valeur de b :

$$20 = 5(8) + b$$

$$-20 = b$$

La règle de la fonction est $f(x) = 5x - 20$
pour $0 \leq x \leq 8$.

- ② On détermine la règle de la fonction pour $x \in]8, 25]$.

La fonction est constante, donc $a = 0$.

On trouve la valeur de b :

$$20 = 0(25) + b$$

$$20 = b$$

La règle de la fonction est $f(x) = 20$
pour $8 < x \leq 25$.

- ③ On détermine la règle pour $x \in]25, +\infty[$.

On calcule le taux de variation :

$$a = \frac{40 - 20}{29 - 25} = \frac{20}{4} = 5$$

On trouve la valeur de b :

$$40 = 5(29) + b$$

$$-105 = b$$

La règle de la fonction est $f(x) = 5x - 105$
pour $x > 25$.

$$\text{Glycérine: } f(x) = \begin{cases} 5x - 20 & \text{pour } 0 \leq x \leq 8 \\ 20 & \text{pour } 8 < x \leq 25 \\ 5x - 105 & \text{pour } x > 25 \end{cases}$$

- c) La température du mercure après 15 minutes était de 0°C .
La température de l'eau après 15 minutes était de 60°C .

La différence entre la température du mercure et celle de l'eau après 15 minutes était de 60°C .

23. Utilisateurs payeurs

Fonctions en escalier

Niveau de difficulté : moyen

a)
$$f(x) = \begin{cases} 1,20 & \text{pour } 0 \leq x < 21 \\ 1,50 & \text{pour } 21 \leq x < 26 \\ 1,75 & \text{pour } 26 \leq x < 30 \\ 2,00 & \text{pour } 30 \leq x < 33 \\ 2,25 & \text{pour } x \geq 33 \end{cases}$$

- b) La période qui sépare deux augmentations successives est de plus en plus courte, un mois de moins à chaque nouvelle augmentation, et ce, jusqu'au 33^e mois.

Manuel • p. 56

24. Le protocole de Kyoto

Modélisation d'une situation, fonctions affines par

parties, interprétation de données et extrapolation

Niveau de difficulté : élevé

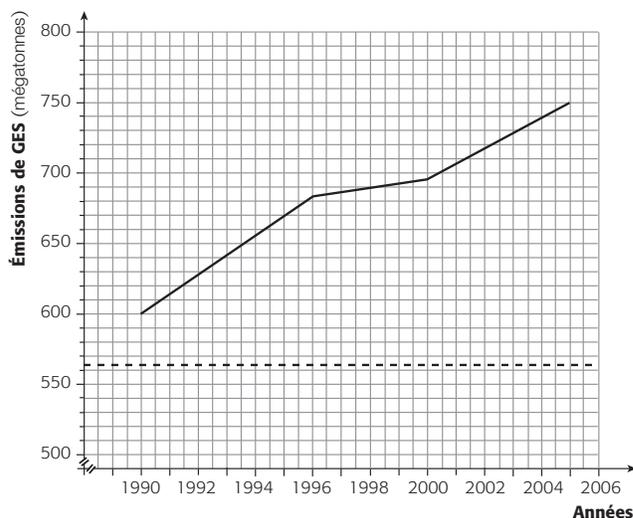
Objectif de 2012 : 6 % moins de GES qu'en 1990, donc 94 % de 660 = 564 mégatonnes

On calcule l'émission de GES en 2005 (33 % supérieur à l'objectif prévu) :

$$133 \% \text{ de } 564 = 750,12$$

On trace le graphique représentant les émissions de GES de 1990 à 2005.

Les émissions de GES au Canada de 1990 à 2005



On détermine la règle pour $x \in [2000, 2005]$ à l'aide des points $(2000, 694)$ et $(2005, 750,12)$.

On calcule le taux de variation :

$$a = \frac{750,12 - 694}{2005 - 2000} = \frac{56,12}{5} = 11,224$$

On trouve la valeur de b :

$$f(x) = 11,224x + b$$

$$694 = 11,224(2000) + b$$

$$694 = 22\,448 + b$$

$$-21\,754 = b$$

La règle de la fonction est $f(x) = 11,224x - 21\,754$ pour $x \in [2000, 2005]$.

Si le taux de croissance des émissions de GES demeure le même de 2000 à 2012, il y aura alors : $y = 11,224(2012) - 21\,754 = 828,688$ mégatonnes de GES, ce qui représente un écart d'environ 264,7 mégatonnes, c'est-à-dire une augmentation d'environ 47% par rapport à l'objectif prévu lors de la ratification du protocole de Kyoto en 1987.