École secondaire Montcalm
CST-4

Nom : Corrigé
Gr. :

Chapitre 2 : document #1
Triangles isométriques

1. Trouver la mesure des angles suivants en justifiant chaque réponse.

a) $m\angle 1 =$ 180 − 120 = 60° : Car les angles ∠CKE et ∠CKF sont adjacents supplémentaires.

b) $m\angle 2 =$ ∠1 = 60° : Comme $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ les angles correspondants formés par la sécante $\overline{EF}$ sont isométriques

c) $m\angle 3 =$ ∠NIF = 40° : Car les angles opposés par le sommet sont isométriques

d) $m\angle 4 =$ 180 − 60 − 40 = 80 : Car les angles 2 - 3 et 4 forment un angle plat.

e) $m\angle 5 =$ m∠2 = 60° : Car les angles opposés par le sommet sont isométriques

f) $m\angle 6 =$ m∠4 = 80 : Car les angles opposés par le sommet sont isométriques

g) $m\angle 7 =$ m∠4 = 80° : Comme $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ les angles alternes-internes formés par la sécante $\overline{NH}$ sont isométriques

h) $m\angle 8 =$ m∠7 = 80° : Comme $\overline{GF} \parallel \overline{HI}$ les angles alternes-externes formés par la sécante $\overline{CD}$ sont isométriques

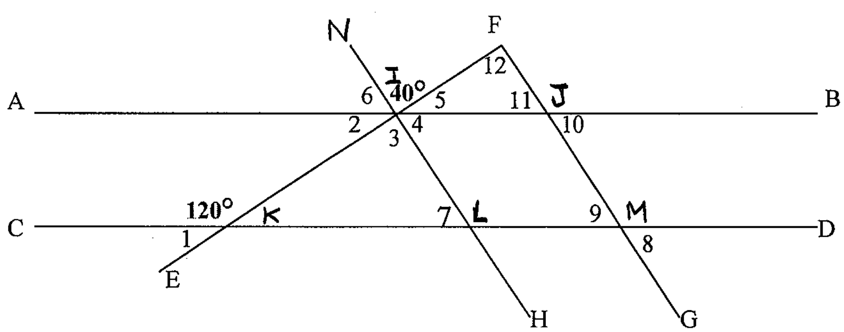
i) $m\angle 9 =$ m∠8 = 80° : Car les angles opposés par le sommet sont isométriques

j) $m\angle 10 =$ m∠9 = 80° : Comme $\overline{BA} \parallel \overline{CD}$ les angles alternes-internes formés par la sécante $\overline{FG}$ sont isométriques

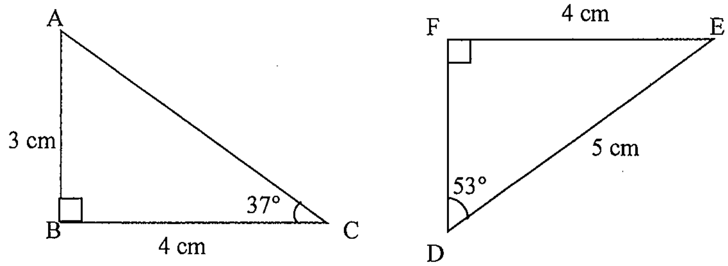
k) $m\angle 11 =$ m∠10 = 80° : Car les angles opposés par le sommet sont isométriques

l) $m\angle 12 =$ 180° − m∠5 − m∠11 = 180 − 60 − 80 = 40° : Car la somme des angles intérieurs d'un triangle vaut 180° (triangle IFJ)

Note : $\overline{AB} // \overline{CD}$ et $\overline{HI} // \overline{FG}$



2. Soient les triangles rectangles suivants.



a) Trouver les mesures manquantes.

$m\angle A =$ 53° $m\overline{AC} =$ 5 cm

$m\angle E =$ 37° $m\overline{FD} =$ 3 cm

b) Vérifier si ces triangles sont isométriques, c'est-à-dire vérifier si les angles correspondants sont isométriques et si les côtés homologues sont isométriques.

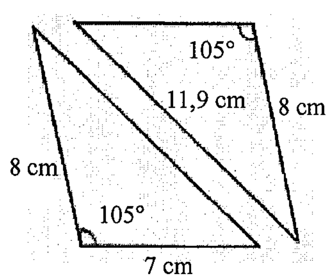
$\angle A \cong$ $\angle D$; $\angle B \cong$ $\angle F$; $\angle C \cong$ $\angle E$

$\overline{AB} \cong$ $\overline{FD}$; $\overline{BC} \cong$ $\overline{FE}$; $\overline{AC} \cong$ $\overline{DE}$

Donc les triangles isométriques car leurs angles homologues et leurs côtés homologues sont isométriques

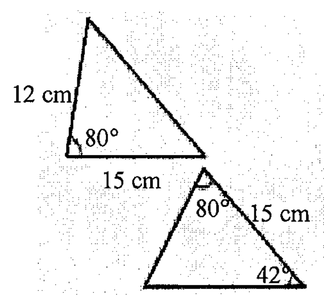
3. Peut-on conclure que les triangles sont isométriques si l'on ne connaît que les mesures des angles ou des côtés indiquées sur les figures ? Si oui, indique le cas d'isométrie (*CCC*, *CAC* ou *ACA*).

a)



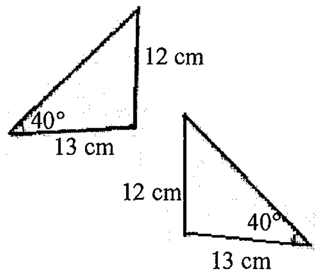
NON

b)



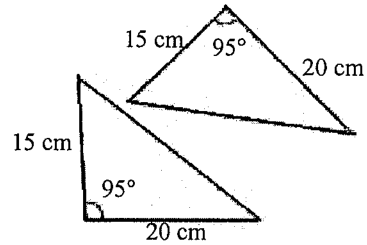
NON

c)



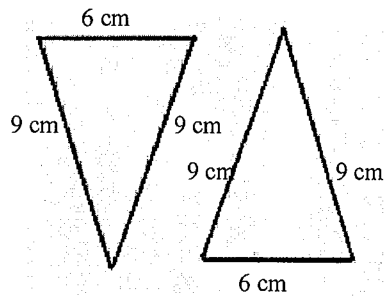
NoN

d)



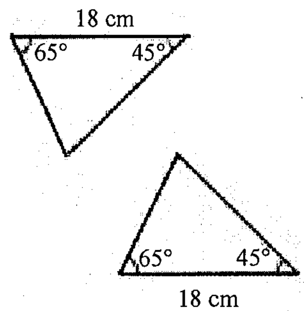
Oui cas d'isométrie CAC

e)



Oui cas d'isométrie CCC

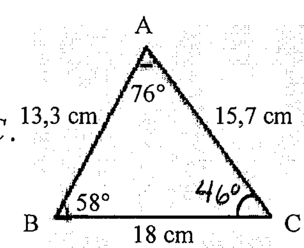
f)



Oui cas d'isométrie ACA

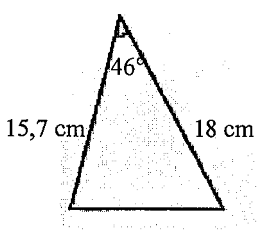
4. Soit le ΔABC ci-contre.

Vérifier si les triangles suivants, dont certaines mesures sont indiquées, sont isométriques au ΔABC. Indiquer ensuite le cas d'isométrie utilisé.



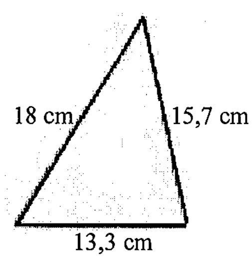
$m\angle C = 180 - 76 - 58$
$= 46°$

a)



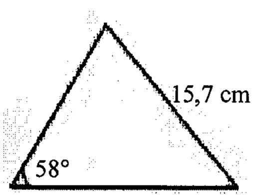
Oui cas d'isométrie CAC

b)



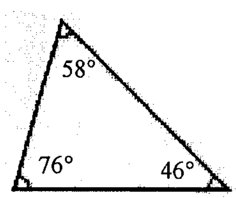
Oui cas d'isométrie CCC

c)



NoN

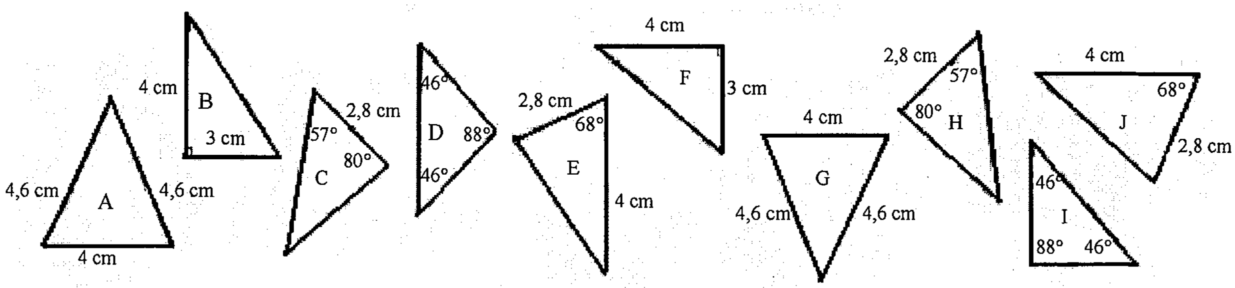
d)



NoN

5. Voici 10 triangles :

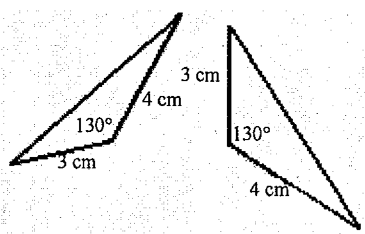
   Trouver les quatre paires de triangles isométriques et justifier votre réponse par le cas d'isométrie approprié.



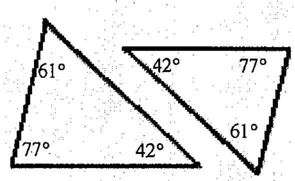
1) △A ≅ △G par le cas d'isométrie CCC
2) △B ≅ △F par le cas d'isométrie CAC
3) △C ≅ △H Par le cas d'isométrie ACA
4) △E ≅ △J Par le cas d'isométrie CAC

6. Indiquer si les triangles sont isométriques et quel est le cas d'isométrie qui nous permet de l'affirmer.

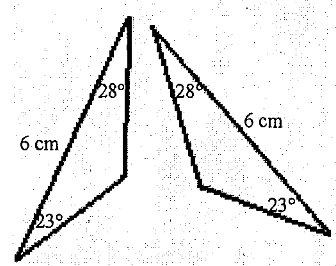
a)



b)



c)



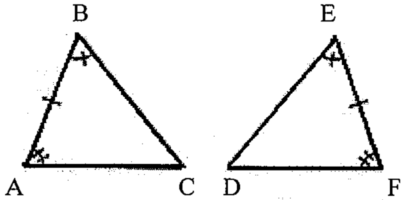
a) Oui cas d'isométrie CAC

b) NON

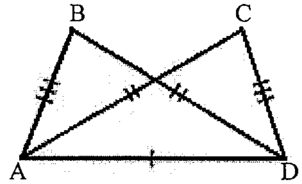
c) Oui cas d'isométrie ACA

7. Déterminer la propriété (CCC, CAC, ACA) qui permet de conclure que les triangles sont isométriques.

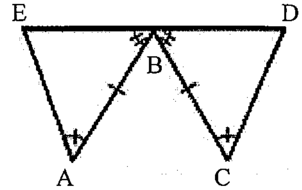
a.



b.



c.

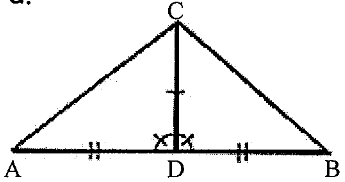


a. Cas d'isométrie ACA

b. Cas d'isométrie CCC

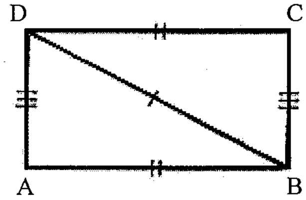
c. Cas d'isométrie ACA

d.



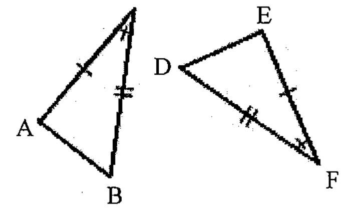
Cas d'isométric CAC

e.



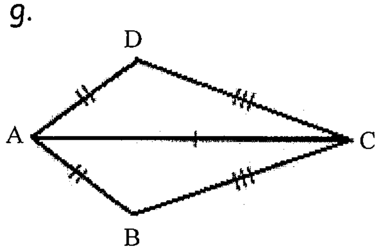
Cas d'isométrie CCC

f.



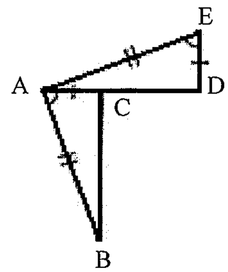
Cas d'isométric CAC

g.



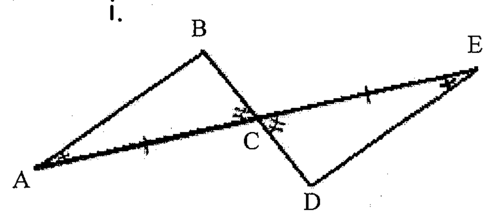
Cas d'isométric CCC

h.



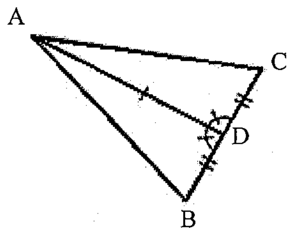
Cas d'isométrie CAC

i.



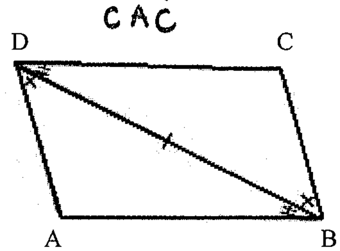
Cas d'isométrie ACA

j.



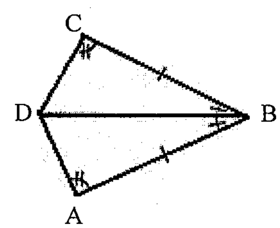
Cas d'isométrie CAC

k.



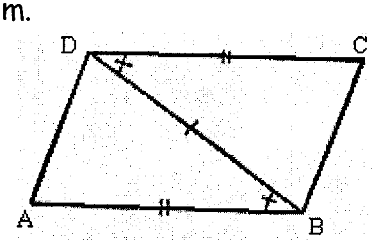
Cas d'isométrie ACA

l.



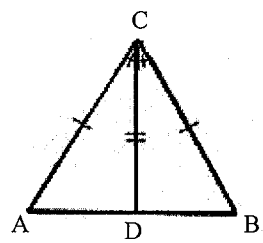
Cas d'isométric ACA

m.



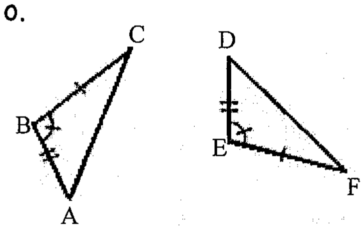
Cas d'isométrie CAC

n.



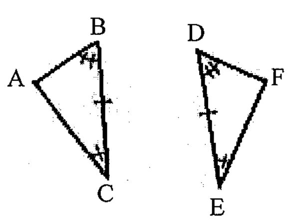
Cas d'isométrie CAC

o.



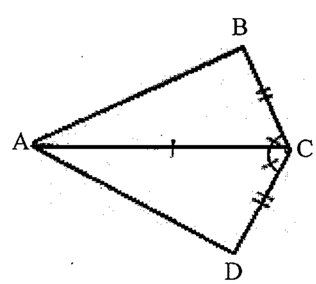
Cas d'isométric CAC

p.



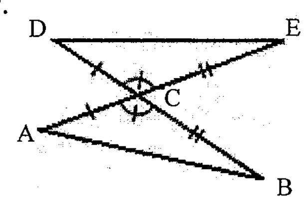
Cas d'isométric ACA

q.



Cas d'isométrie CAC

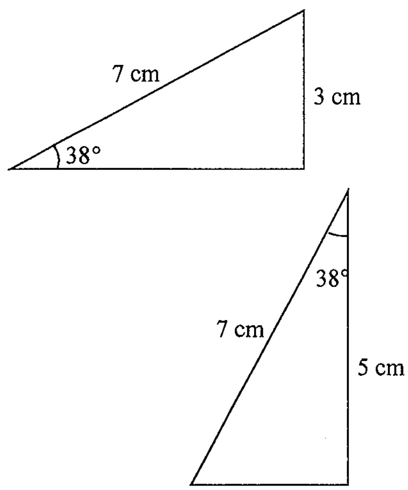
r.



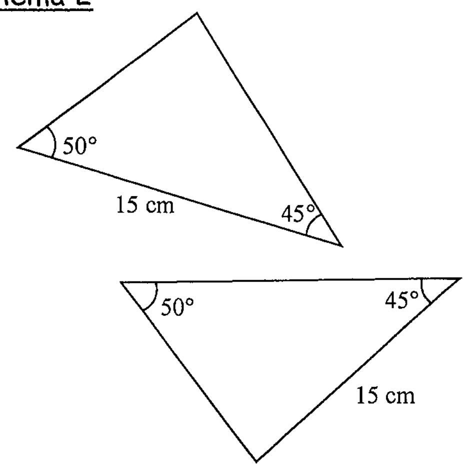
Cas d'isométrie CAC

8. Si on ne dispose que des mesures inscrites sur les figures, dans lequel des schémas ci-dessous est-on assuré d'avoir deux triangles isométriques ?
Justifier votre réponse

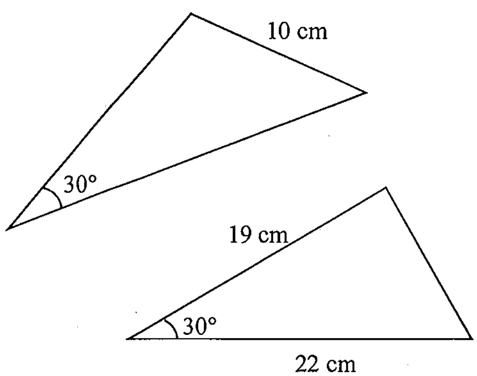
<u>Schéma 1</u>



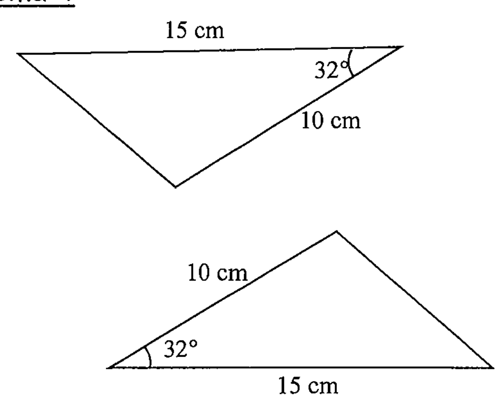
<u>Schéma 2</u>



<u>Schéma 3</u>

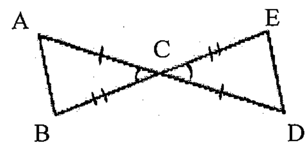


<u>Schéma 4</u>



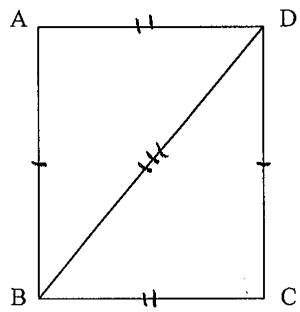
Réponse : Schéma 4 par le cas d'isométrie CAC

9. Dans la figure ci-dessous, le point C est le milieu des segments AD et BE.
Montrer que les deux triangles ABC et CDE sont isométriques.



	AFFIRMATIONS	JUSTIFICATIONS
C	$\overline{AC} \cong \overline{CD}$	Par définition du point milieu
A	$\angle ACB \cong \angle ECD$	Car les angles opposés par le sommet sont isométriques.
C	$\overline{BC} \cong \overline{CE}$	Par définition du point milieu
Donc	$\triangle ABC \cong \triangle CED$	Par le cas d'isométrie CAC

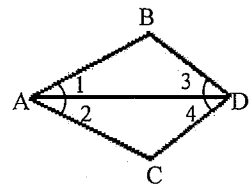
10. Montrer que la diagonale du rectangle ABCD sépare celui-ci en deux triangles isométriques.



	AFFIRMATIONS	JUSTIFICATIONS
C	$\overline{AD} \cong \overline{BC}$	Car dans les rectangles les côtés opposés sont isométriques
C	$\overline{AB} \cong \overline{DC}$	Car dans les rectangles les côtés opposés sont isométriques
C	$\overline{BD} \cong \overline{BD}$	Côté commun
Donc	$\triangle ABD \cong \triangle BDC$	Par le cas d'isométrie CCC

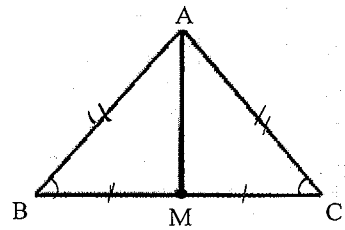
* Il y a d'autres réponses possibles !

11. Dans la figure ci-dessous, le segment AD est la bissectrice des angles BAC et BDC. Prouver que les triangles ABD et ACD sont isométriques.



	AFFIRMATIONS	JUSTIFICATIONS
A	$\angle BAD \cong \angle CAD$	Par définition d'une bissectrice celle-ci coupe l'angle en son milieu
C	$\overline{AD} \cong \overline{AD}$	Côté commun
A	$\angle BDA \cong \angle CDA$	Par définition d'une bissectrice
Donc	$\triangle ABD \cong \triangle ACD$	Par le cas d'isométrie ACA

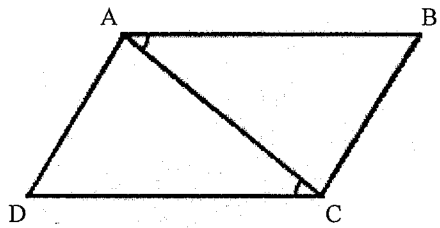
12. Le segment AM est la médiane issue de A du triangle isocèle ABC. Montrer que les triangles ABM et AMC sont isométriques.



	AFFIRMATIONS	JUSTIFICATIONS
C	$\overline{AB} \cong \overline{AC}$	Car le triangle ABC est isocèle
A	$\angle ABM \cong \angle ACM$	Dans un triangle isocèle, aux côtés congrus sont opposés des angles congrus
C	$\overline{BM} \cong \overline{MC}$	Par définition d'une médiane celle-ci coupe le segment $\overline{BC}$ en son milieu
Donc	$\triangle ABM \cong \triangle AMC$	Par le cas d'isométrie CAC

* Plusieurs réponses possibles !

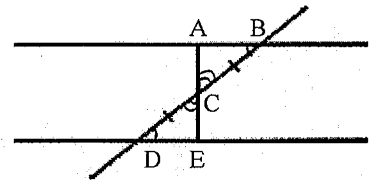
13. Montrer que la diagonale du parallélogramme ABCD sépare celui-ci en deux triangles isométriques.



AFFIRMATIONS	JUSTIFICATIONS
C $\overline{AB} \cong \overline{DC}$	Car dans un parallélogramme les côtés opposés sont isométriques
A $\angle BAC \cong \angle ACD$	Comme dans un parallélogramme les côtés opposés sont parallèles alors comme $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ les angles alternes-internes sont isométriques
C $\overline{AC} \cong \overline{AC}$	Côté commun
Donc $\triangle ABC \cong \triangle ACD$	Par le cas d'isométrie CAC

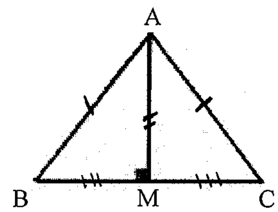
* Plusieurs réponses possibles !

14. On donne deux parallèles coupées par une sécante. On trace une autre sécante passant par le point milieu du segment sécant compris entre les parallèles. On veut montrer que les deux triangles ainsi formés sont congrus.



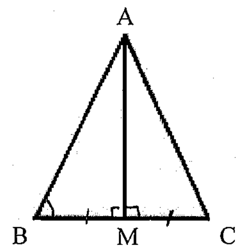
AFFIRMATIONS		**JUSTIFICATIONS**
A	$\angle CDE \cong \angle CBA$	Comme $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$ les angles alternes-internes sont isométriques
C	$\overline{DC} \cong \overline{CB}$	Car C est le point milieu de $\overline{BD}$ ou encore donnée du problème
A	$\angle DCE \cong \angle ACB$	Car les angles opposés par le sommet sont isométriques.
Donc	$\triangle ABC \cong \triangle CDE$	Par le cas d'isométrie ACA

15. Soit le triangle équilatéral *ABC* et la hauteur *AM* issue du sommet *A*. Montrer que les triangles *ABM* et *ACM* sont isométriques en utilisant la propriété *CCC*.



	AFFIRMATIONS	JUSTIFICATIONS
C	$\overline{AB} \cong \overline{AC}$	Car un triangle équilatéral a trois côtés isométriques
C	$\overline{BM} \cong \overline{MC}$	Car dans un triangle équilatéral la hauteur est aussi une médiatrice donc H est le point milieu de $\overline{BC}$
C	$\overline{AH} \cong \overline{AH}$	Côté commun
donc	$\triangle ABH \cong \triangle ACH$	Par le cas d'isométrie CCC

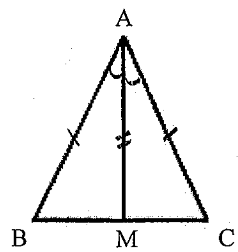
16. Soit le triangle isocèle ABC et la médiatrice AM issue du sommet A. Montrer que les triangles ABM et AMC sont isométriques en utilisant la propriété ACA.



	AFFIRMATIONS	JUSTIFICATIONS
A	$\angle ABC \cong \angle ACM$	Car dans un triangle isocèle aux côtés congrus sont opposés des angles congrus
C	$\overline{BM} \cong \overline{MC}$	Par définition d'une médiatrice, M est le point milieu de $\overline{BC}$
A	$\angle AMB \cong \angle AMC$	Car une médiatrice coupe le segment perpendiculairement
donc	$\triangle ABM \cong \triangle AMC$	Par le cas d'isométrie ACA

* Autres réponses possibles

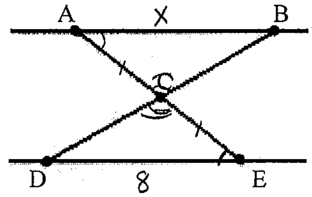
17. Soit le triangle isocèle ABC et la médiatrice AM issue du sommet A. Montrer que les triangles ABM et AMC sont isométriques en utilisant la propriété CAC.



	AFFIRMATIONS	JUSTIFICATIONS
C	$\overline{AB} \cong \overline{AC}$	Car le triangle ABC est isocèle
A	$\angle BAM \cong \angle MAC$	Dans un triangle isocèle, la médiatrice est aussi une bissectrice donc elle coupe $\angle BAC$ en son milieu
C	$\overline{AM} \cong \overline{AM}$	Côté commun
donc	$\triangle ABM \cong \triangle AMC$	Par le cas d'isométrie CAC

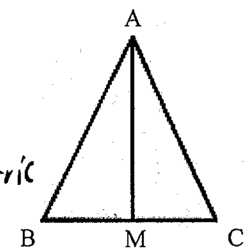
Autres réponse possibles

18. Les droites AB et DE sont parallèles et le point C est le milieu du segment AE.
Détermine la mesure de $\overline{AB}$ sachant que la $m\,\overline{DE} = 8\,cm$



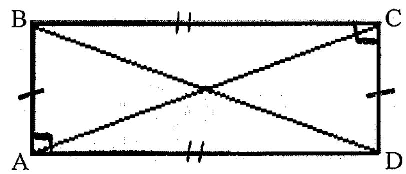
	AFFIRMATIONS	JUSTIFICATIONS
A	$\angle BAC \cong \angle CED$	Comme $\overline{AB} \,//\, \overline{DE}$ les angles alternes-internes sont isométriques
C	$\overline{AC} \cong \overline{CE}$	Car C est le point milieu de $\overline{AE}$
A	$\angle ACB \cong \angle DCE$	Car les angles opposés par le sommet sont isométriques
donc	$\triangle ABC \cong \triangle CDE$	Par le cas d'isométrie ACA
	$m\,\overline{AB} = m\,\overline{DE}$ $= 8\ cm$	Car dans les triangles isométriques les côtés homologues sont isométriques.

19. Soit le triangle isocèle ABC et la médiane AM.
Montrer que $\angle BAM \cong \angle MAC$. Démontre d'abord que les triangles ABH et AHC sont isométriques par le cas d'isométrie CCC



AFFIRMATIONS		JUSTIFICATIONS
C	$\overline{AB} \cong \overline{AC}$	Car le triangle ABC est isocèle
C	$\overline{BH} \cong \overline{HC}$	Car $\overline{AH}$ est la médiane donc H est le point milieu de $\overline{BC}$
C	$\overline{AH} \cong \overline{AH}$	Côté commun
donc	$\triangle ABH \cong \triangle AHC$	Par le cas d'isométrie CCC
	$\angle BAH \cong \angle HAC$	Car dans les triangles isométriques les angles homologues sont isométriques.

20. Démontrer que : *Dans tout rectangle, les diagonales sont isométriques.*



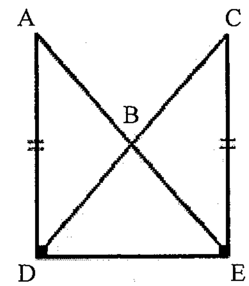
1) Démontre que $\triangle ABD \cong \triangle BCD$

	AFFIRMATIONS	JUSTIFICATIONS
C	$\overline{BA} \cong \overline{CD}$	Car dans un rectangle les côtés opposés sont isométriques.
A	$\angle BAD \cong \angle BCD$	Car dans un rectangle les 4 angles sont de 90°
C	$\overline{AD} \cong \overline{BC}$	Car dans un rectangle les côtés opposés sont isométriques.
donc	$\triangle ABD \cong \triangle BCD$	Par le cas d'isométrie CAC
	$\overline{BD} \cong \overline{AC}$	Car dans les triangles isométriques les côtés homologues sont isométriques.

* Autres réponses possibles.

21. Soit la figure ci-contre :

Montrer que le segment AE est isométrique au segment CD.



	AFFIRMATIONS	JUSTIFICATIONS
C	$\overline{AD} \cong \overline{CE}$	Écrit sur le dessin !
A	$\angle ADE \cong \angle CED$	Donnée du problème
C	$\overline{DE} \cong \overline{DE}$	Côté commun
donc	$\triangle ADE \cong CDE$	Par le cas d'isométrie CAC
	$\overline{AE} \cong \overline{CD}$	Car dans les triangles isométriques les côtés homologues sont isométriques.