

Nom : Catherine

Math CST-4

Gr. : _____

Conjecture, contre-exemple ou démonstration ?

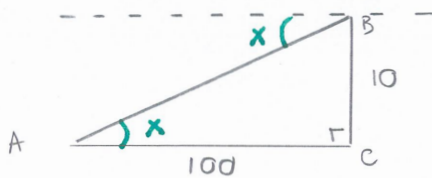
#1 Pour signaler une descente abrupte le long d'un chemin ou d'une route, on indique, sur un panneau routier, la dénivellation de la pente par un pourcentage. Par exemple, une pente de 11 % signifie que, sur une distance de 100 mètres, la dénivellation sera de 11 mètres.



À l'aide de 3 exemples trouve une régularité

Formulez une conjecture décrivant le lien entre le pourcentage de dénivellation d'une route et son angle de dépression.

1) Prenons un angle de 10%



Je connais : c. opp à $\angle A = 10$
c. adj à $\angle A = 100$

Je cherche : $m \angle A$

Formule : $\tan A = \frac{\text{opp}}{\text{adj}}$

$$\tan A = \frac{10}{100}$$

$$m \angle A = \tan^{-1}\left(\frac{10}{100}\right)$$

$$m \angle A = 5,71$$

2) Prenons un angle de 15% :

$$m \angle A = \tan^{-1}\left(\frac{15}{100}\right)$$

$$m \angle A = 8,53$$

3) Prenons un angle de 18%

$$m \angle A = \tan^{-1}\left(\frac{18}{100}\right)$$

Donc plus le pourcentage de dénivellation augmente plus l'angle de dépression augmente !

#2 Initialement, une troupe comptait 4 danseurs âgés respectivement de 20, 22, 26 et 28 ans. La moyenne d'âge de ces 4 danseurs était de 24 ans et l'écart moyen de leurs âges était de 3 ans.

Après un spectacle de promotion, 2 nouveaux danseurs se joignent à cette troupe. Nicolas constate que la moyenne d'âge des 6 danseurs de la troupe est encore de 24 ans.

Nicolas fait l'affirmation suivante: «Puisque la moyenne des âges est inchangée et que le nombre de danseurs augmente, l'écart moyen des âges diminue.»

Selon vous, l'affirmation de Nicolas est-elle vraie ou fausse? Expliquez pourquoi. L'affirmation doit être fausse! Il te suffit de trouver un exemple qui montre que c'est faux! (donc un contre-exemple). Peut-être que tu devras faire plusieurs essais)

Exemple:

1 danseur de 19 ans

$$\text{alors } 24 = \frac{19 + y}{2}$$

$y = 29$ ans l'âge pour le 2^e nouveau danseur

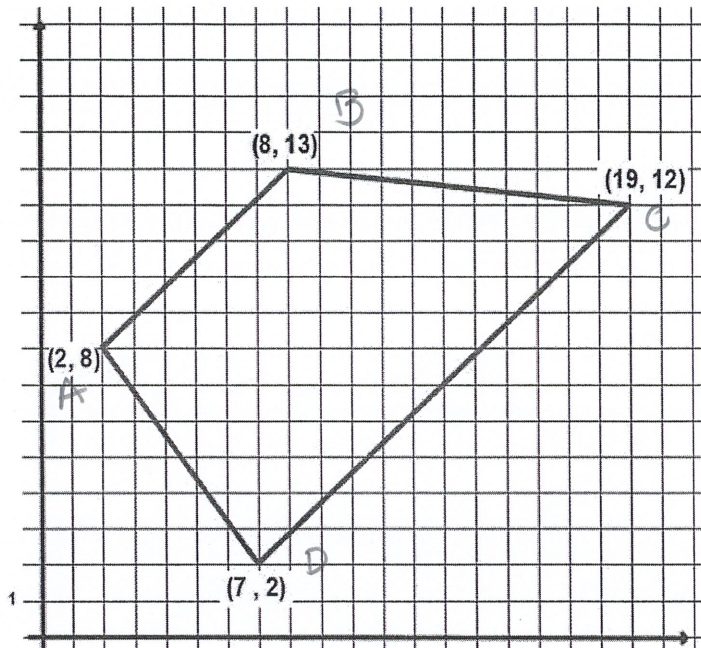
Trouvons l'écart moyen

danseurs	Écart à la moyenne
19	5
20	4
22	2
26	2
28	4
29	5

$$\begin{aligned} \text{E.M.} &= \frac{5+4+2+2+4+5}{6} \\ &= 3,67 \end{aligned}$$

Rép: Nicolas n'a pas raison. Avec un danseur de 19 ans et un de 29 ans la moyenne n'est pas changée, mais l'écart moyen augmente!

#3 Démontre que la figure suivante est un trapèze rectangle.



Deux côtés parallèles
+
Angles droits

1) Montre que $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$

pente de \overline{AB} : $a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$$a = \frac{13 - 8}{8 - 2}$$

$$a = \frac{5}{6}$$

pente de \overline{DC} :

$$a = \frac{12 - 2}{19 - 7}$$

$$a = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$$

comme $a_1 = a_2$ alors $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$

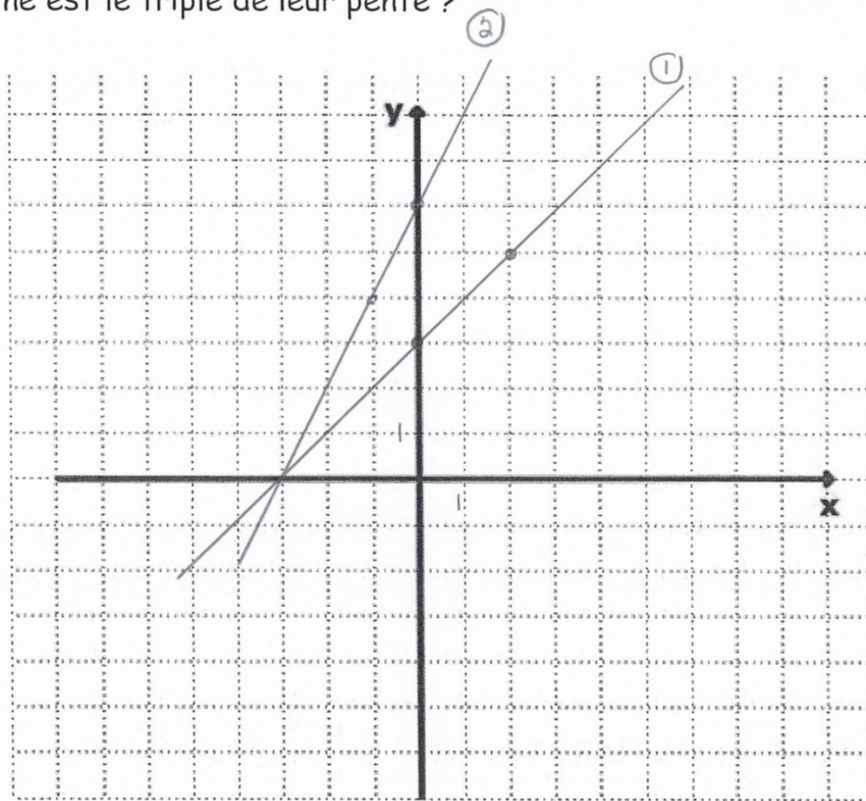
2) Montre que $\overline{AD} \perp \overline{AB}$ et \overline{DC}

pente de \overline{AD} : $a = \frac{8 - 2}{2 - 7} = \frac{6}{-5} = -\frac{6}{5}$

comme la pente de \overline{AD} est inversée et de signe contraire par rapport à celle de \overline{AB} et \overline{DC}
(ou $-\frac{6}{5} \cdot \frac{5}{6} = -1$) alors $\overline{AD} \perp$ à \overline{AB}

Comme $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ et $\overline{AD} \perp$ à \overline{AB} le quadrilatère est un trapèze isocèle.

#4 Quelle conjecture peux-tu émettre sur les droites dont leur ordonnée à l'origine est le triple de leur pente ?



Exemple #1

$$y_1 = x + 3$$

x	y
0	3
2	5

Après avoir tracé les deux droites on constate qu'elles se croisent à $(-3, 0)$

Exemple #2

$$y_2 = 2x + 6$$

x	y
0	6
-1	4

Exemple #3

$$y_3 = -3x - 9$$

trouvons l'abscisse à l'origine

$$x = ? \text{ si } y = 0$$

$$0 = -3x - 9$$

$$\frac{9}{-3} = \frac{-3x}{-3}$$

$$x = -3$$

Conclusion: Les droites dont leur ordonnée à l'origine est le triple de leur pente se croisent à $(-3, 0)$

#5 Exactement 300 personnes ont participé à un concours de mathématique. Le résultat maximal possible à ce concours est de 500 points. Caroline et Daniel viennent d'apprendre les rangs centiles associés à leurs résultats à ce concours.

Le résultat de Caroline est classé dans le 85^e rang centile.

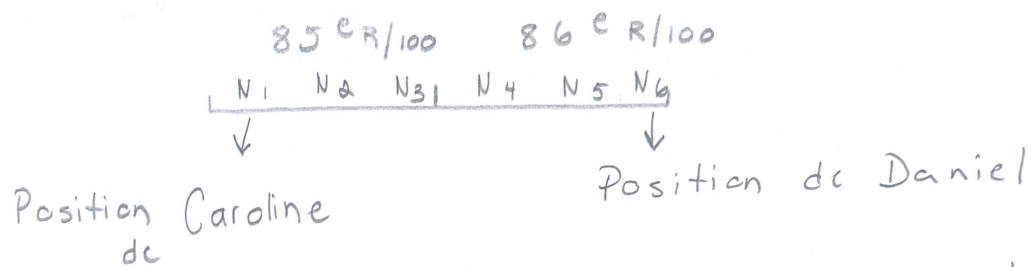
Le résultat de Daniel est classé dans le 86^e rang centile.

Caroline fait l'affirmation suivante :

« Puisque mon résultat et celui de Daniel sont classés dans des rangs centiles consécutifs, aucun participant au concours n'a obtenu un résultat compris entre le mien et celui de Daniel. »

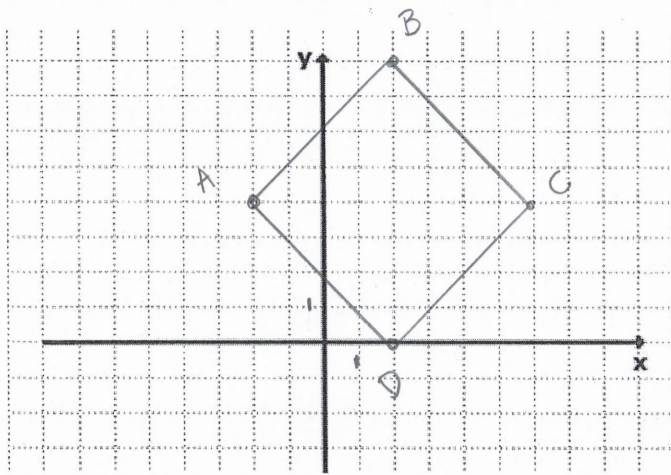
Cette affirmation est-elle vraie ou fausse ? Votre réponse doit être appuyée par des arguments mathématiques.

Avec 300 personnes, il y a 3 personnes dans chaque centile. Les 3 personnes peuvent toutes avoir des résultats différents.



Il pourrait y avoir jusqu'à 4 résultats entre celui de Caroline et celui de Daniel !

#6 Soit le quadrilatère ABCD représenté dans le plan cartésien par les points suivants : A (-2, 4), B (2, 8), C (6, 4) et D (2, 0). Démontre que ce quadrilatère est un carré. 4 angles droits et 4 côtés isométriques



1) Trouve les pentes :

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$\overline{AB} : a = \frac{8 - 4}{2 - (-2)} = \frac{4}{4} = 1$$

$$\overline{AD} : a = \frac{0 - 4}{2 - (-2)} = \frac{-4}{4} = -1$$

Donc comme $1 \cdot -1 = -1$

$$\overline{AB} \perp \overline{AD}$$

$$\overline{AD} \perp \overline{DC}$$

$$\overline{AB} \perp \overline{BC}$$

$$\overline{DC} \perp \overline{BC}$$

4 angles droits

$$\overline{BC} : a = \frac{4 - 8}{6 - 2} = \frac{-4}{4} = -1$$

$$\overline{CD} : a = \frac{0 - 4}{2 - 6} = \frac{-4}{-4} = 1$$

2) Trouve les mesures des 4 côtés :

$$d(A, B) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$\overline{AB} : d(A, B) = \sqrt{(2 - (-2))^2 + (8 - 4)^2} = \sqrt{32}$$

$$\overline{BC} : d(B, C) = \sqrt{(6 - 2)^2 + (4 - 8)^2} = \sqrt{32}$$

$$\overline{AD} : d(A, D) = \sqrt{(2 - (-2))^2 + (0 - 4)^2} = \sqrt{32}$$

$$\overline{DC} : d(D, C) = \sqrt{(2 - 6)^2 + (0 - 4)^2} = \sqrt{32}$$

$$m \overline{AB} = m \overline{BC} = m \overline{AD} = m \overline{DC}$$

donc 4 côtés isométriques

Rép: Le quadrilatère est un carré, car il possède 4 angles droits et 4 côtés isométriques.