



Chapitre 5: L'étude des fonctions

4^e secondaire CST



Nom: _____

Groupe : _____

Cours 1 : Modéliser différentes situations

On peut modéliser différentes situations avec différentes fonctions. Voici la modélisation de trois situations à l'aide de trois types de fonctions.

	Situation 1	Situation 2	Situation 3																																																
Situation à modéliser	L'aire d'un rectangle dont la hauteur mesure le double de la base	Le nombre de bactéries sur une surface si ce nombre double chaque heure	Une jeune fille saute sur un trampoline à la même hauteur pendant une minute.																																																
Représentation à l'aide d'une table de valeurs	<table border="1" style="margin: auto;"> <thead> <tr> <th>Base</th> <th>Aire</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td></td></tr> <tr><td>1</td><td></td></tr> <tr><td>2</td><td></td></tr> <tr><td>3</td><td></td></tr> <tr><td>4</td><td></td></tr> <tr><td>5</td><td></td></tr> <tr><td>6</td><td></td></tr> </tbody> </table>	Base	Aire	0		1		2		3		4		5		6		<table border="1" style="margin: auto;"> <thead> <tr> <th>Temps (h)</th> <th>Nombre de bactéries</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td></td></tr> <tr><td>1</td><td></td></tr> <tr><td>2</td><td></td></tr> <tr><td>3</td><td></td></tr> <tr><td>4</td><td></td></tr> <tr><td>5</td><td></td></tr> <tr><td>6</td><td></td></tr> </tbody> </table>	Temps (h)	Nombre de bactéries	0		1		2		3		4		5		6		<table border="1" style="margin: auto;"> <thead> <tr> <th>Temps sec</th> <th>Hauteur</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td></td></tr> <tr><td>1,5</td><td></td></tr> <tr><td>2,5</td><td></td></tr> <tr><td>3,5</td><td></td></tr> <tr><td>4,5</td><td></td></tr> <tr><td>5,5</td><td></td></tr> <tr><td>6,5</td><td></td></tr> </tbody> </table>	Temps sec	Hauteur	0		1,5		2,5		3,5		4,5		5,5		6,5	
Base	Aire																																																		
0																																																			
1																																																			
2																																																			
3																																																			
4																																																			
5																																																			
6																																																			
Temps (h)	Nombre de bactéries																																																		
0																																																			
1																																																			
2																																																			
3																																																			
4																																																			
5																																																			
6																																																			
Temps sec	Hauteur																																																		
0																																																			
1,5																																																			
2,5																																																			
3,5																																																			
4,5																																																			
5,5																																																			
6,5																																																			
Représentation à l'aide d'un graphique																																																			
Type de fonction																																																			

Exemple :

Dans les derniers jours du mois d'avril, suppose qu'on observe les phénomènes suivants :

- 1) Les nénuphars d'un lac prolifèrent. Chaque jour, les nénuphars recouvrent une surface deux fois plus grande que celle qu'ils recouvraient la veille. Le 20 avril, ils recouvraient 1% de la surface du lac. Le 21 avril, ils en recouvrent 2%.
- 2) La température d'une ville augmente. Chaque jour, elle augmente de la moitié d'un degré Celsius. Le 20 avril, il faisait 1°C . Le 21 avril, il fait $1,5^{\circ}\text{C}$.

Pour chacune de ces situations,

a) Identifier les variables dépendantes et indépendantes.

b) Faites la table de valeur de chaque situation.

c) Déterminer le type de fonction représentant chacune des situations? Aide toi en faisant l'allure des graphiques.

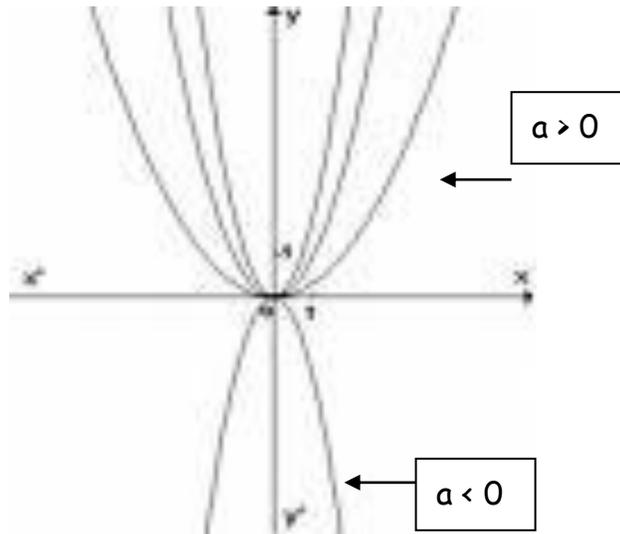
**Devoir : Document : p.1-2-3
Volume p. 18 # 1, 3, 4**

Cours 2 : Les propriétés de la fonction quadratique de la forme $f(x) = ax^2$

Remarque :

La fonction quadratique s'appelle aussi la fonction _____
ou une _____.

L'effet du paramètre a sur la parabole :



Dans ce graphique, nous pouvons voir que la fonction quadratique peut avoir différentes inclinaisons. Ces différentes inclinaisons sont causées par le _____.

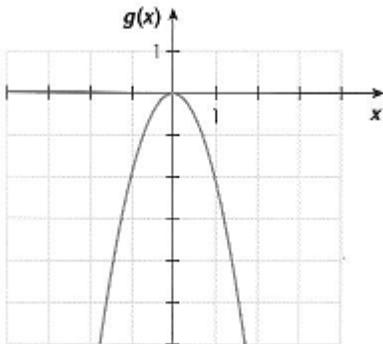
- Lorsque ce paramètre est _____ ($a > 0$), la parabole est ouverte vers le haut.
- Lorsque ce paramètre est _____ ($a < 0$), la parabole est ouverte vers le bas.
- Lorsque le paramètre a est entre _____ ($0 < a < 1$), les branches de la parabole tend à se rapprocher de plus en plus de l'axe des abscisses.
- Lorsque le paramètre a est plus grand que _____ ($a > 1$), les branches de la parabole tend à se rapprocher de l'axe des ordonnées.

L'étude de la fonction quadratique :

	Si $a > 0$	Si $a < 0$
Domaine de f		
Image de f		
Zéros (abscisses à l'origine)		
Valeur initiale (ordonnée à l'origine)		
Signe	Positif : Négatif :	Positif : Négatif :
Extremums	Maximum : Minimum :	Maximum : Minimum :
Variation	Croissante : Décroissante :	Croissante : Décroissante :
Axe de symétrie		

Exemple :

Faites l'étude de ce graphique :

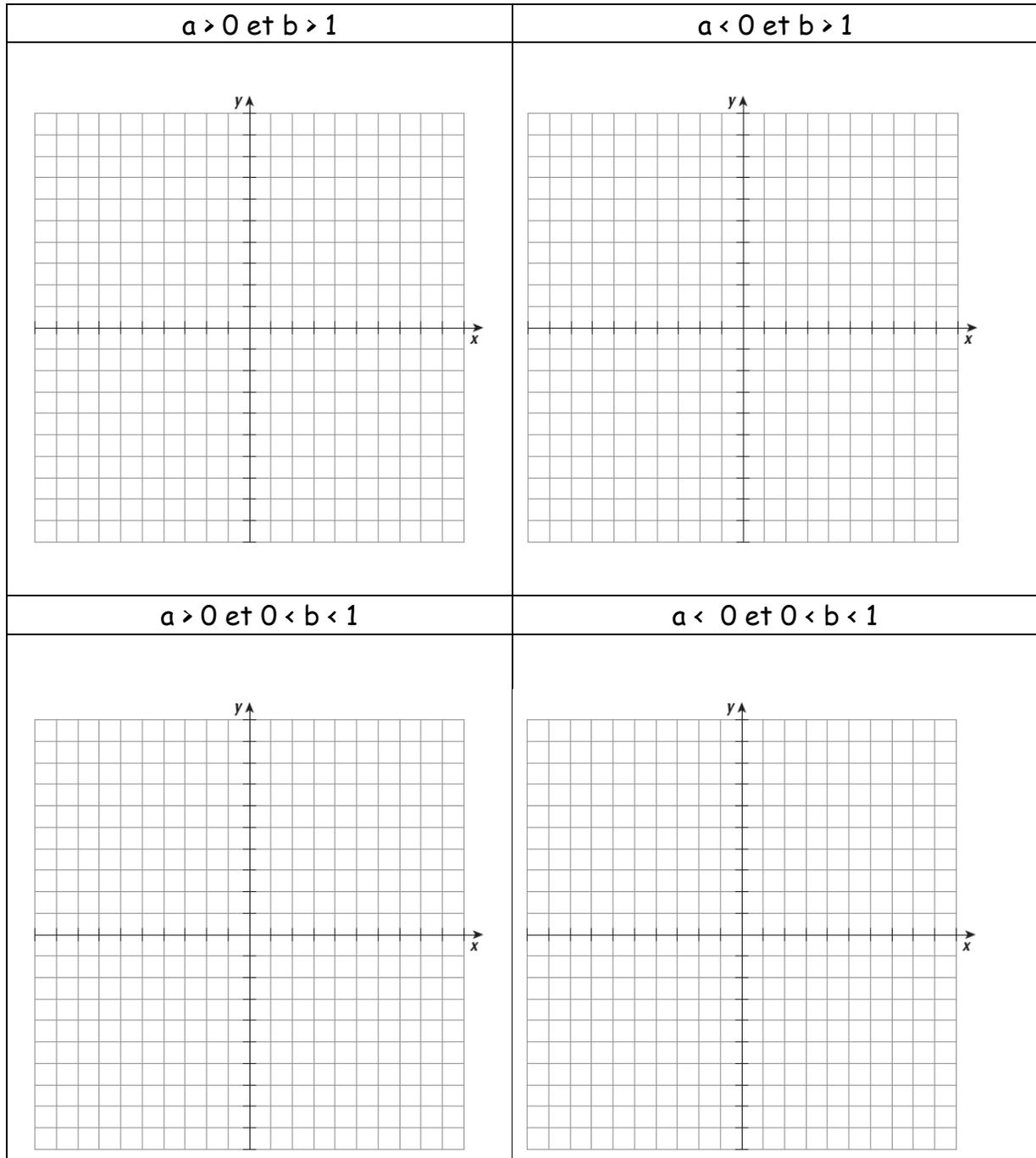


Devoir : Document pages 4-5-6 (#1-2-3-4)
Mini-test # 1 au prochain cours

Cours 3 : Les propriétés de la fonction exponentielle de la forme $f(x) = ab^x$

Effet du paramètre a et du paramètre b :

Dans les graphiques ci-dessous, nous verrons l'effet des paramètres a et b sur les différentes inclinaisons du graphique.



Remarques :

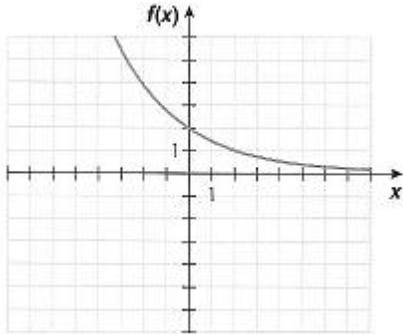
- La valeur de b est TOUJOURS positive (mais n'égale jamais 1).
- La valeur de a est TOUJOURS égale à la valeur initiale et n'est jamais égale à 0.
- La fonction exponentielle a comme asymptote l'axe des abscisses, ce qui signifie que la courbe ne touchera JAMAIS cet axe.

L'étude de la fonction exponentielle :

	Si $a > 0, b > 1$	Si $a < 0, b > 1$
Domaine de f		
Image de f		
Zéros (abscisses à l'origine)		
Valeur initiale (ordonnée à l'origine)		
Signe	Positif : Négatif :	Positif : Négatif :
Extremums	Maximum : Minimum :	Maximum : Minimum :
Variation	Croissante : Décroissante :	Croissante : Décroissante :
	Si $a > 0, 0 < b < 1$	Si $a < 0, 0 < b < 1$
Domaine de f		
Image de f		
Zéros (abscisses à l'origine)		
Valeur initiale (ordonnée à l'origine)		
Signe	Positif : Négatif :	Positif : Négatif :
Extremums	Maximum : Minimum :	Maximum : Minimum :
Variation	Croissante : Décroissante :	Croissante : Décroissante :

Exemple :

Fais l'étude de cette fonction :



Devoir : Document p. 6 et 7 (#1-2-3)

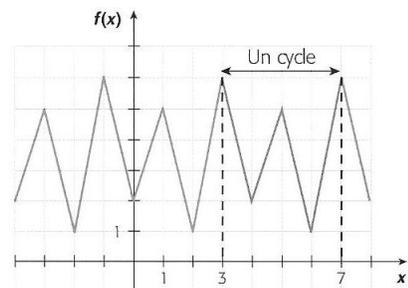
Mini-test #2 au prochain cours

Cours 4 : Les propriétés d'une fonction périodique

Définition : Une fonction _____ est une fonction qui est utilisée pour modéliser des phénomènes cycliques. Cette fonction peut modéliser des marées, le mouvement d'un pendule, etc.

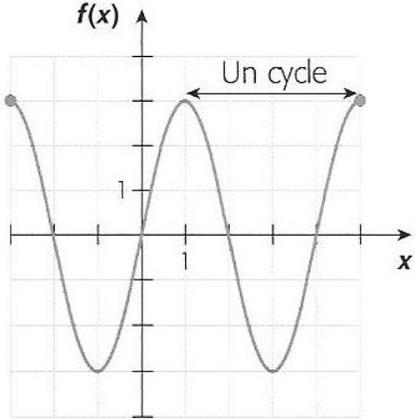
Vocabulaire d'une fonction périodique :

- Un _____ est une partie de la fonction qui se répète sans arrêt.
- Une _____ est l'étendue (en x) d'un cycle de la fonction. Autrement dit, une période est la différence entre les abscisses des couples marquant le début et la fin d'un cycle d'une fonction périodique.



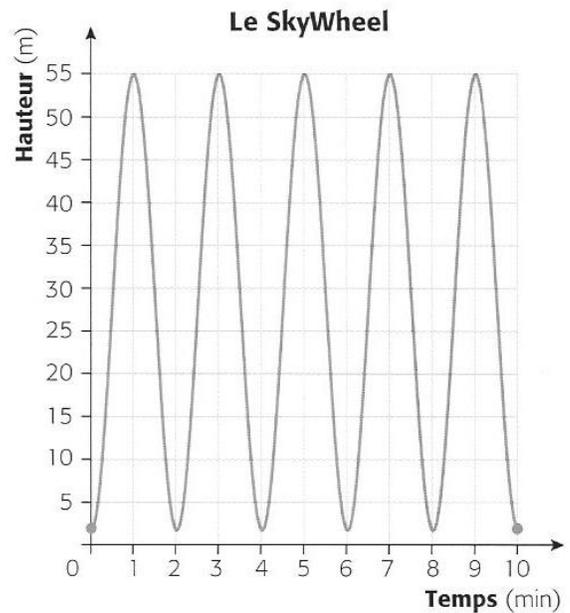
Alors, la période de cette fonction est _____

L'étude de la fonction périodique :

Représentation graphique	
Domaine	
Image	
Abscisse à l'origine (zéro)	
Ordonnée à l'origine (valeur initiale)	
Signe	Positif : Négatif :
Extremums	Maximum : Minimum :
Variation	Croissant : Décroissant :

Exemple :

Fais l'étude de cette fonction :



**Devoir : p.8-9-10 # 1 à 5
Mini-test au prochain cours**

Cours 5 : La fonction quadratique de la forme $f(x) = ax^2$

La recherche de la règle :

Recherchons la règle de la fonction représentée par cette table de valeurs.

X	-5	0	5	10
f(x)	12,5	0	12,5	50

Voici les étapes à suivre :

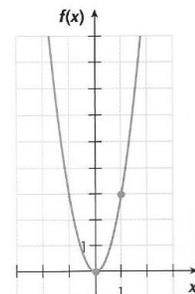
Étape	Exemple
1. Substituer les coordonnées d'un point de la table de valeurs à x et à f(x) dans la règle $f(x) = a x^2$	
2. Résoudre l'équation obtenue à l'étape 1 afin de déterminer la valeur de a.	
3. Écrire la règle sous la forme $f(x) = a x^2$ avec la valeur de a déterminée précédemment.	

Remarque :

- Si vous connaissez la valeur de $f(1)$, c'est-à-dire la valeur de y quand $x = 1$, ceci est la valeur du paramètre a, car $f(1) = a (1)^2$, donc $f(1) = a$.
- Si vous avez le graphique et que vous connaissez un point, vous devez utiliser la même technique afin de découvrir la fonction de la forme $f(x) = ax^2$.

Exemple :

Détermine la règle de la fonction quadratique représentée ci-dessous.



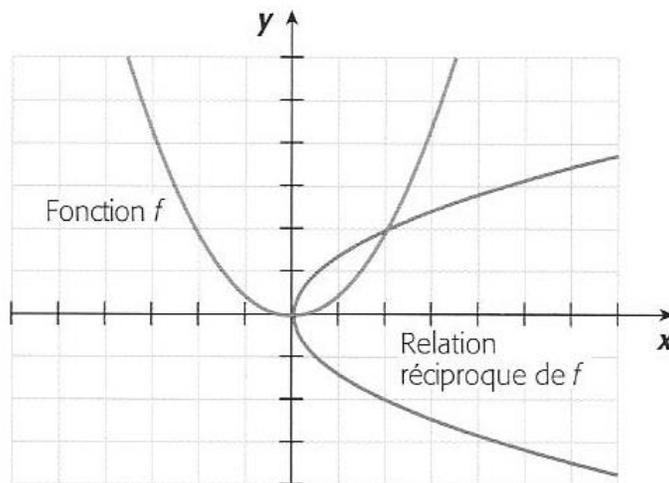
Calcule maintenant $f(1,5)$ et $f(x) = 9$.

Rappel :

- Une fonction : pour chaque x il n'y a qu'UN seul y .
- Une relation : il existe un lien entre la variable indépendante et dépendante.
- Une réciproque : s'obtient en intervertissant (échangeant) les abscisses et les ordonnées des couples d'une relation donnée.
**On parle de fonction réciproque si la réciproque est une fonction.

La relation réciproque de la fonction quadratique :

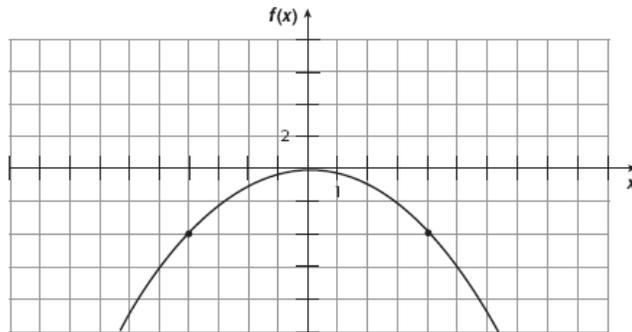
Observons la réciproque de cette fonction :



Est-ce que la réciproque de cette fonction est une fonction? Pourquoi?

Exercice :

Voici la trajectoire d'un poisson qui nage et qui passe juste à la surface de l'eau.



À quelle profondeur le poisson sera-t-il après 6 secondes de nage, sachant que x représente le temps en secondes et $f(x)$ la profondeur en mètre.

Devoir : Document : p.10 #1-2

Volume : p. 27 :ai-je bien compris #1-2 p, 31 # 4-5-6

Cours 6 : La fonction exponentielle de la forme $f(x) = ab^x$

La recherche de la règle :

Recherchons la règle de la fonction représentée par cette table de valeurs.

		+1	+1	+1	+1	+1
		↘	↘	↘	↘	↘
x	-1	0	1	2	3	4
f(x)	2,5	5	10	20	40	80
		↙	↙	↙	↙	↙
		x2	x2	x2	x2	x2

Voici les étapes à suivre :

Étape	Exemple
1. Vérifier si le rapport $\frac{f(x+1)}{f(x)}$ est constant dans la table de valeurs. Si le rapport est constant, il correspond à la base b de la fonction exponentielle .	
2. Remplacer la base b par la valeur déterminée à l'étape 1 dans la règle $f(x) = ab^x$.	
3. Substituer les coordonnées d'un couple de la table de valeurs à x et à f(x) dans la règle .	
4. Résoudre l'équation afin de déterminer la valeur de a.	
5. Écrire la règle sous la forme $f(x) = ab^x$ avec les valeurs de a et de b déterminées précédemment .	

Remarque :

- Si vous disposez seulement du graphique afin de trouver la règle, il vous faudra seulement connaître deux points qui se suivent et vous pourrez suivre les étapes énoncés ci-haut.
- Il est bien important de se rappeler que l'exposant est **PRIORITAIRE** à la multiplication, donc la fonction $f(x) = 5(2)^x$ n'est pas équivalente à la règle $f(x) = 10^x$.

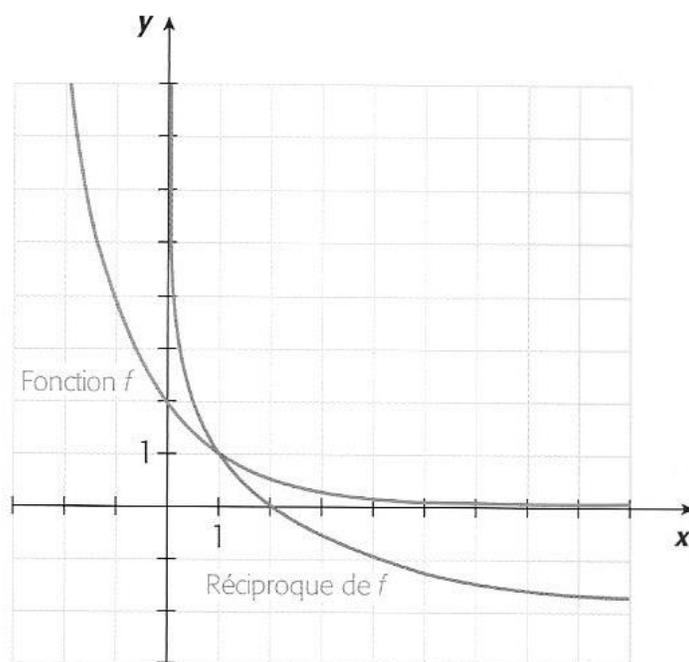
Exemple :

Détermine les règles des fonctions exponentielles représentées ci-dessous. De plus, calcule $f(6)$ à l'aide de l'équation.

x	0	1	2	3
f(x)	81	27	9	3

x	1	2	3	4
$f(x)$	1	4	16	64

La relation réciproque de la fonction exponentielle :



Est-ce que la réciproque de cette fonction est une fonction? Pourquoi?

Devoir : document : p.12
 Vol : p.25 : ai-je bien compris et p. 31 # 1-2-7
 Mini-test au prochain cours

Cours 7 :

Exercices :

1 Une culture bactérienne contient au départ 4 bactéries. Sachant que la quantité de bactérie triple toutes les minutes, combien de bactéries y aura-t-il après 20 minutes ?

2 Souvent, les salaires augmentent d'un petit pourcentage fixe chaque année. Luc vient d'être embauché dans une nouvelle entreprise. Il gagnera 32 000 \$ la première année. Dans cette entreprise, les salaires augmentent de 2 % par année. Combien Luc gagnera-t-il dans cinq ans ? Laisse les traces de ta démarche.

3 Une voiture perd environ 9% de sa valeur dès sa première année. Quelle sera la valeur d'une voiture après 6 ans, sachant qu'elle valait au départ 17 500 \$?

4 L'EAU DU PUIITS

Il y a quelques années, Jérôme a acheté un chalet.

Depuis, le 1^{er} juin de chaque année, Jérôme fait analyser l'eau du puits de son chalet.

À l'aide des données recueillies au cours des dernières années, on a établi que la fonction f décrite ci-dessous représente le nombre de bactéries atypiques présentes dans l'eau du puits selon le temps écoulé depuis que Jérôme a acheté son chalet.

$$f(x) = 16(1,5)^x$$

où x : temps écoulé, en années, depuis que Jérôme a acheté son chalet

$f(x)$: nombre de bactéries atypiques par 100 mL d'eau

En 2012, l'analyse a révélé que l'eau du puits contenait 54 bactéries atypiques par 100 mL.

En quelle année l'analyse révélera-t-elle pour la première fois un nombre de bactéries atypiques supérieur à 200 par 100 mL d'eau ?

5 LES POPULATIONS

Il y a quelques années, une entreprise a déménagé son usine de la municipalité F à la municipalité G. Depuis, on observe que la population de la municipalité F diminue tandis que la population de la municipalité G augmente.

MUNICIPALITÉ F

La population de la municipalité F selon le temps écoulé depuis le déménagement de l'usine est représentée par la fonction f décrite ci-dessous.

$$f(x) = 20000(0,9)^x$$

où x : temps écoulé depuis le déménagement de l'usine, en années

$f(x)$: population de la municipalité F

Aujourd'hui, la population de la municipalité F est de 13122 personnes.

MUNICIPALITÉ G

Au moment du déménagement de l'usine, la population de la municipalité G était égale à celle de la municipalité F.

Depuis, chaque année, la population de la municipalité G augmente de 15 % par rapport à l'année précédente.

À la personne près, de combien de personnes la population de la municipalité G a-t-elle augmenté entre le moment du déménagement de l'usine et aujourd'hui.

Devoir : Volume p. 32 # 8-9-12-13-14-15

Cours 8 et 9 : Exercices préparatoires

p. 34 # 16-17, p.36 # 1 à 8 et # 10-12-13-18-20-21-22-23-24

Cours 10 : Examen